

**Variantele de subiecte publicate de
Ministerul Educației și Cercetării
la data de 15.01.2007**

**Nicolae Baci, Ioana Crăciun, Camelia Culic, Ion Lupea,
Mihai Ionescu, Viorel Lupșor, Laura Marin, Ioan Mocan,
Gabriela Marinescu, Rodica Marinescu, Cristina Modoiu,
Daniel Năstruț, Ana Poștaru, Nicolae Stănică,
Corina Trifon, Ovidiu Trofin, Dan Zaharia**

TESTAREA NAȚIONALĂ MATEMATICĂ – 2007

**enunțuri și
modele de rezolvări**



**Variantele de subiecte publicate de
Ministerul Educației și Cercetării
la data de 15.01.2007**

**Nicolae Baci, Ioana Crăciun, Camelia Culic,
Mihai Ionescu, Ion Lupea, Viorel Lupșor, Laura Marin,
Gabriela Marinescu, Rodica Marinescu, Ioan Mocan,
Cristina Modoiu, Sever Moldoveanu, Daniel Năstruț,
Ana Poștaru, Nicolae Stănică, Corina Trifon,
Ovidiu Trofin, Dan Zaharia**

TESTAREA NAȚIONALĂ MATEMATICĂ – 2007

**enunțuri și
modele de rezolvări**



Redactare: Corina Cîrtoaje, Marius Ciocîrlan

Tehnoredactare: Camelia Cristea

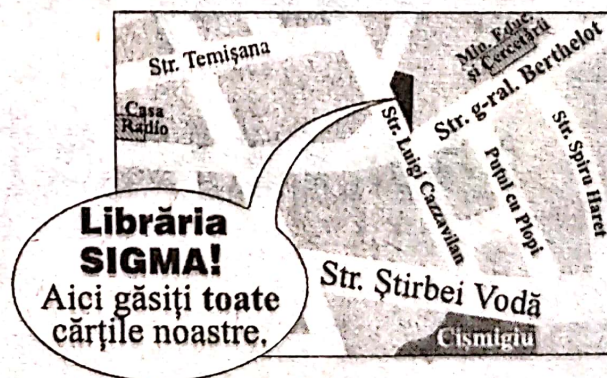


clopotel.ro & **Calificativ.ro**

© 2007 SIGMA,

Toate drepturile asupra prezentei ediții aparțin Editurii SIGMA. Nici o parte a acestei lucrări nu poate fi reprodusă fără acordul scris al Editurii SIGMA.

ISBN 978-973-649-331-7



Editura SIGMA

Sediul central:

Str. G-ral Berthelot, nr. 38, sector 1, București, cod 010169

Tel. / fax: 021-313.96.42; 021-315.39.43; 021-315.39.70

e-mail: office@editurasigma.ro; web: www.editurasigma.ro

Distribuție:

Tel. / fax: 021-243.42.40; 021-243.40.52; 021-243.40.35

Puteți transmite comenzi folosind apelul UniTel la numerele;

080.10000.10; 080.10000.11 (în rețeaua ROMTELECOM)

e-mail: comenzi@editurasigma.ro; sigmadistrib@yahoo.com

Anticariat:

e-mail: comenzi_anticar@editurasigma.ro; web: www.anticar.ro

Prefață

Această lucrare propune modele de rezolvare pentru toate variantele de subiecte publicate de M.Ed.C. la data de 15.01.2007. Conform anunțului M.Ed.C. este posibil ca aceste variante să sufere corecturi minore care vor fi publicate la data de 16.02.2007. O parte dintre corecturi sunt deja operate în această carte.

Noua metodologie de desfășurare a examenelor de Testare Națională și Bacalaureat permite focalizarea pregătirii elevilor exact pe setul de subiecte dintre care, se știe, unul va fi cel ales pentru examen. Este încă o ocazie (ultima) de a parcurge materia descifrând sistematic subiectele propuse de M.Ed.C.

Conceperea unui volum atât de mare de subiecte de concurs, pe cât posibil echilibrate, în conformitate cu programa, alese din toată materia, a solicitat un efort deosebit din partea unor echipe numeroase de profesori. Alte echipe de profesori s-au angajat într-o cursă contra cronometru să corecteze, să rezolve și să redacteze toate cele 100 de variante de teste propuse pentru examen.

Rezolvarea acestor teste se poate face în mai multe moduri. Aici veți găsi câte un model de rezolvare pentru fiecare subiect. Încercați nu numai să transcrieți aceste rezolvări, dar și să le completați, să le dezvoltați, să le explicați și chiar să găsiți noi metode de rezolvare.

Veți găsi la sfârșitul cărții un tabel în care puteți bifa variantele parcurse.

Sperăm ca aceste lucrări să ajungă la voi cât mai repede pentru a folosi cât mai bine timpul pe care-l mai aveți la dispoziție până la examen.

Mult succes!

ENUNȚURI

Varianta 1

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $323 + 121$ este egal cu
2. Fie numerele $a = 3052$ și $b = 3025$. Mai mare este numărul....
3. Restul împărțirii numărului 120 la 7 este egal cu....
4. Dintre numerele $\frac{3}{4}$ și -32 cel întreg este numărul
5. Media geometrică a numerelor 25 și 4 este egală cu
6. Un pătrat are perimetrul de 8 cm. Lungimea laturii pătratului este egală cu ... cm.
7. O sferă are raza de 3 cm. Volumul sferei este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Un cub are muchia de 2 cm. Lungimea diagonalei cubului este egală cu ...cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor inecuației $3x - 6 \leq 0$ este intervalul:
A. $(-\infty; 2)$ B. $(-\infty; 2]$ C. $[2; +\infty)$ D. $(2; +\infty)$
10. Se consideră expresia $E(x) = (x - 7)^2 + |4 - x|$. Valoarea expresiei pentru $x = 6$ este egală cu:
A. 1 B. -2 C. -3 D. 3
11. Un hexagon regulat $ABCDEF$ are latura de 6 cm. Calculând lungimea cercului circumscris hexagonului se obține:
A. $12\pi \text{ cm}$ B. $6\pi \text{ cm}$ C. $36\pi \text{ cm}$ D. $9\pi \text{ cm}$
12. Un trapez are bazele de 8 cm și de 10 cm. Calculând lungimea liniei mijlocii a trapezului se obține:
A. 9 cm B. 18 cm C. 4 cm D. 5 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie mulțimea $A = \{\overline{abc} / a \cdot b \cdot c = 4, \text{ unde } a, b, c \text{ sunt cifre în baza zece}\}$.
 - a) Scrieți toate elementele mulțimii A .
 - b) Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr din mulțimea A , acesta să se dividă cu 3.
14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$ unde a și b sunt numere reale.
 - a) Calculați valorile numerelor a și b știind că $f(2) = 6$ și $f(3) = 8$.

- b) Pentru $a = 2$ și $b = 2$ reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- c) Fie punctele $M(0;2)$, $N(-1;0)$ și $P(c;0)$. Determinați valoarea numărului real c astfel încât dreptele MN și MP să fie perpendiculare.

15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.

Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AA' = 3\sqrt{5}$ cm, $AB = 6$ cm și $BC = 3$ cm. Fie O mijlocul segmentului BD și M mijlocul segmentului AB .

- b) Demonstrați că dreptele OM și $A'B$ sunt perpendiculare.
- c) Calculați măsura unghiului determinat de dreapta $D'B$ și planul (ABC) .
- d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele $(A'DM)$ și $(D'DM)$.

Varianta 2

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

1. Rezultatul calculului $26 \cdot 3$ este egal cu
2. Câtul împărțirii cu rest a numărului 73 la 5 este egal cu
3. Dintre numerele $5\sqrt{2}$ și $2\sqrt{6}$ mai mare este numărul
4. Un divizor al numărului 35 este numărul
5. Suplementul unghiului de 60° este unghiul cu măsura de...°.
6. Aria unui triunghi dreptunghic cu lungimile catetelor de 10 cm și 12 cm este egală cu ... cm².
7. Lungimea diagonalei unui cub cu muchia de 8 cm este egală cu ... cm.
8. Volumul unui cilindru circular drept cu raza bazei de 4 cm și înălțimea de 7 cm este egal cu... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $x + \frac{1}{x} = 7$, atunci valoarea expresiei $x^2 + \frac{1}{x^2}$ este egală cu :

A. 49

B. 47

C. $\frac{2500}{49}$

D. $\frac{64}{49}$

10. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax - 3$. Dacă punctul $A(2;3)$ aparține graficului funcției f , atunci a are valoarea:

A. 0

B. 3

C. 4

D. 12

11. Într-un sistem de coordonate xOy se consideră punctul $P(-3;-2)$. Simetricul punctului P față de punctul O , are coordonatele:
- A. $(-3;2)$ B. $(3;-2)$ C. $(3;2)$ D. $(2;3)$

12. Măsura unghiului unui poligon regulat cu 5 laturi este egală cu:
- A. 72^0 B. 54^0 C. 120^0 D. 108^0

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Media aritmetică a două numere naturale este egală cu 7,5 și media geometrică a lor este 6.

a) Aflați numerele.

b) Cât la sută reprezintă numărul mai mic din numărul mai mare?

14. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{x-6}{x^2-25} - \frac{x}{5-x} - \frac{2}{x+5} \right) \cdot \frac{2x^2+x-6}{x^2-25}$, unde

$$x \in \mathbb{R} - \left\{ -5; -2; \frac{3}{2}; 5 \right\}.$$

a) Arătați că $(x+2)(2x-3) = 2x^2 + x - 6$, oricare $x \in \mathbb{R}$.

b) Arătați că $E(x) = \frac{x+2}{2x-3}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -5; -2; \frac{3}{2}; 5 \right\}$.

c) Aflați valorile întregi ale lui a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.

Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AA' = 8\sqrt{2}$ cm și $BC = 8\sqrt{7}$ cm. Aria patrulaterului $ABC'D'$ este egală cu 192 cm^2 .

b) Arătați că $AB = 8$ cm.

c) Calculați valoarea tangentei unghiului format de dreptele $A'C$ și AD .

d) Calculați distanța de la punctul D la planul $(A'BC)$.

Varianta 3

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $405 : 5$ este egal cu
2. În mulțimea $A = \left\{ \frac{3}{4}; \frac{4}{3}; \frac{4}{8} \right\}$ fracția supraunitară este egală cu
3. Soluția reală a ecuației $x - 4 = 7$ este numărul....
4. Descompus în factori primi numărul 18 este egal cu....
5. Un romb are diagonalele de lungimi 12 cm și 24 cm. Aria rombului este egală cu ...cm².

6. Dreptunghiul cu lungimea de 8 cm și lățimea de 4 cm are perimetrul egal cu... cm.
7. O sferă are raza de lungime 5 cm. Aria sferei este egală cu $\dots \pi \text{ cm}^2$.
8. Volumul paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile de 6 cm, 4 cm, 3 cm este egal cu $\dots \text{cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $\frac{2}{3} : 2^2 + \frac{5}{6}$ se obține:

- A. 1,5 B. 3,5 C. 1 D. 2

10. Fie expresia $E(x) = (x+3)^2 - 3$. Efectuând calculele, pentru $x = -2$, se obține:

- A. 22 B. 10 C. -2 D. -3

11. Graficele funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3 - 4x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 21$ au ca punct comun:

- A. $P(12; -45)$ B. $P(4; -13)$ C. $P(-4; 19)$ D. $P(-3; 15)$

12. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D , în această ordine, astfel încât $AD = 15 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$ și $AB = CD$. Calculând lungimea segmentului AB se obține:

- A. 4 cm B. 6 cm C. 9 cm D. 4,5 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fiecare dintre cei 160 de elevi de clasa a VIII-a ai unei școli cunoaște cel puțin una dintre limbile franceză și engleză. Dintre aceștia 82 cunosc limba franceză și 120 cunosc limba engleză.

- a) Câți elevi cunosc ambele limbi?
- b) Câți elevi cunosc numai franceza?

14. Fie m un număr real și ecuația $mx^2 + (2m-1)x + m = 0$, unde $x \in \mathbb{R}$.

- a) Aflați mulțimea soluțiilor ecuației pentru $m = 0$.
- b) Aflați mulțimea soluțiilor ecuației pentru $m = -2$.
- c) Pentru ce valori reale ale numărului m ecuația are două soluții reale diferite?

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

$SABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, de bază ABC . Punctul M este mijlocul muchiei BC , măsura unghiului determinat de dreptele SM și SA este egală cu 90° și $SA = 6\sqrt{2} \text{ cm}$.

b) Arătați că triunghiul SAC este dreptunghic.

c) Calculați volumul piramidei $SABC$.

d) Fie punctele A' și B' mijloacele muchiilor SA și respectiv SB , iar P și Q proiecțiile punctelor A' și respectiv B' pe planul (ABC) . Calculați aria triunghiului CPQ .

Varianta 4

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $32 : 4 - 7$ este egal cu
2. Cel mai mic număr natural, scris în baza zece, de forma $\overline{23x}$, divizibil cu 5, este....
3. Media geometrică a numerelor $a = 2$ și $b = 50$ este egală cu....
4. Numărul care reprezintă trei pătrimi din 120 este egal cu
5. Măsura suplementului unghiului de 70° este egală cu $1 \dots^\circ$.
6. Un triunghi dreptunghic are o catetă de 15 cm și ipotenuza de 17 cm. Lungimea celeilalte catete este egală cu...cm.
7. O prismă dreaptă cu baza hexagon regulat are un număr de ... muchii.
8. Volumul unui cilindru circular drept care are raza bazei de 3 cm și generatoarea de 9 cm este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie expresia $E(x) = x^2 - 5x + 6 + (x+2)(x-3)$. Valoarea expresiei pentru $x = 2$ este egală cu:
 A. 8 B. 4 C. -4 D. 5
10. Calculând $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + \sqrt{5} + \sqrt{3}$, se obține:
 A. 0 B. $2\sqrt{5}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2(\sqrt{3} + \sqrt{5})$
11. Un cub cu muchia de 1 dm cântărește 7 kg. Un cub cu muchia de 3 dm cântărește:
 A. 252 kg B. 21 kg C. 189 kg D. 63 kg
12. Fie triunghiul echilateral ABC cu latura de 15 cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv AC . Perimetrul trapezului $BMNC$ este egal cu:
 A. 37,5 cm B. 42,5 cm C. 45 cm D. 40 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-un bloc sunt 76 de camere în 28 de apartamente cu două și respectiv cu trei camere.
 a) Calculați numărul apartamentelor cu 2 camere.
 b) Cât la sută din numărul apartamentelor cu trei camere reprezintă numărul apartamentelor cu două camere ?

14. Considerăm funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 5 - 3x$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2x - 5$.

- Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Calculați aria cuprinsă între axa ordonatelor și reprezentările grafice ale funcțiilor f și g .
- Calculați valoarea sumei $s = g(3) + g(4) + g(5) + \dots + g(102)$.

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

Piramida triunghiulară $ABCD$ are toate muchiile de lungime a cm. Punctul M este mijlocul laturii AC .

- Arătați că dreapta AC este perpendiculară pe planul (MBD) .
- Calculați aria triunghiului MBD .
- Calculați distanța de la punctul M la planul (BCD) .

Varianta 5

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $10 + 100 : 5$ este egal cu
- Transformat în fracție ireductibilă numărul $5,2$ este egal cu
- Soluția ecuației $1 - 2x = -5$ este egală cu
- Cel mai mic divizor natural par al numărului 80 este egal cu
- Media aritmetică a numerelor 5 și 15 este egală cu
- Perimetrul unui romb cu latura de 12 m este egal cu ... m.
- Volumul unui cub cu muchia de 5 dm este egal cu ... dm^3 .
- Un cilindru circular drept are raza bazei de 4 cm și înălțimea de 6 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu $k \cdot \pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $\frac{2x+y}{3x-y} = \frac{2}{3}$, atunci numărul y este egal cu:

- A. 5 B. $-\frac{2}{3}$ C. 0 D. $-\frac{3}{2}$

10. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $-x + 4 > 2$ este intervalul:

- A. $(2; +\infty)$ B. $[1; +\infty)$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-\infty; 1]$

11. Un pătrat și un dreptunghi au perimetre egale. Aria pătratului este egală cu 64 cm^2 , iar lungimea dreptunghiului este egală cu 10 cm . Calculând lățimea dreptunghiului se obține:

- A. 10 cm B. 6 cm C. 12 cm D. 22 cm

12. Triunghiul ABC este dreptunghic în A , măsura unghiului C este de 30° și AD este înălțime, $D \in BC$. Calculând măsura unghiului DAB se obține:

- A. 30° B. 60° C. 15° D. 45°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Andrei și Vlad sunt frați. Suma vârstelor celor doi frați este 21 de ani. În urmă cu trei ani, vârsta lui Andrei era jumătate din vârsta lui Vlad.

a) Ce vârstă are Vlad acum?

b) Peste câți ani vârsta lui Andrei va fi două treimi din vârsta lui Vlad?

14. a) Punctele $A(-1;4)$ și $B(2;-5)$ aparțin reprezentării grafice a funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$. Calculați valorile numerelor reale a și b .

b) Determinați aria triunghiului format de dreapta care reprezintă graficul funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -3x + 1$ și axele de coordonate Ox și Oy .

c) Punctul $P(m^2; m-3)$ aparține graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -3x + 1$. Calculați valorile numărului real m .

15. a) Desenați un con circular drept.

În conul circular drept cu vârful V , generatoarea este de 10 cm , înălțimea de 8 cm , iar punctele A și B sunt două puncte diametral opuse situate pe cercul de la bază.

b) Calculați volumul conului circular drept.

c) Calculați valoarea sinusului unghiului AVB .

d) La ce distanță de planul bazei se sectionează conul cu un plan paralel cu planul bazei, astfel încât raportul dintre volumul conului dat și volumul conului format prin sectionare să aibă valoarea 27 ?

Varianta 6

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $(17 - 3) + 5$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 2,17$ și $b = 2,71$ mai mic este
3. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 2 și 15 este egal cu
4. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 2\}$. Cel mai mare număr din mulțimea A este egal cu

5. Un triunghi echilateral cu latura de 4 cm are aria egală cu ... cm^2 .
6. Punctele A și B aparțin cercului de rază 4 cm. Lungimea maximă a segmentului AB este egală cu ... cm.
7. Un dreptunghi are lungimea de 5 cm și lățimea de 2 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
8. Aria laterală a unui con circular drept care are generatoarea de 5 cm și raza bazei de 3 cm este egală cu... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor ecuației $2x^2 - 5x + 2 = 0$ este:

- A. $\left\{-2; -\frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{\frac{1}{4}; 1\right\}$ C. $\left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$ D. $\{1; 4\}$

10. Ridicând numărul $a = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}}$ la pătrat se obține:

- A. $a^2 = 8$ B. $a^2 = 10$ C. $a^2 = 2\sqrt{15}$ D. $a^2 = 6$

11. Fie numerele naturale nenule: $x = a^2 + a$, $y = a - 1$ și $z = a^2 - 1$. Calculând $\frac{x \cdot y}{z}$ se obține:

- A. a^2 B. a C. $a + 1$ D. 1

12. Un triunghi dreptunghic are un unghi de 30° . Cateta care se opune unghiului de 30° are lungimea de 4 cm. Raza cercului circumscris triunghiului are lungimea de:

- A. 4 cm B. $4\sqrt{3}$ cm C. $2\sqrt{3}$ cm D. 2 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

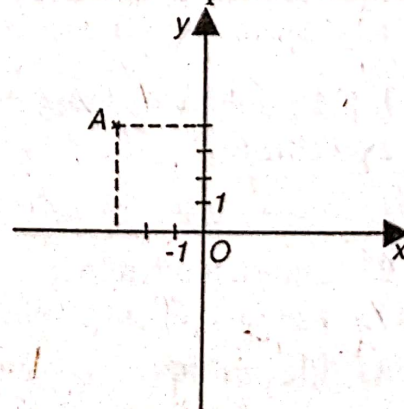
13. Pentru construcția unei autostrăzi sunt necesari trei ani. În primul an s-a construit un sfert din lungimea totală a autostrăzii; în al doilea an s-au executat 60% din ceea ce a mai rămas, iar în ultimul an trebuia realizat restul de 72 km.

- a) Ce lungime trebuia să aibă întreaga autostradă?
- b) Prețul întregii lucrări este 2 800 milioane euro. Ce sumă a primit firma constructoare pentru primii doi ani de lucrare?

14. a) Scrieți coordonatele punctului A reprezentat în figura alăturată.

- b) Determinați numerele a și b astfel încât funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ să admită ca reprezentare grafică dreapta OB , unde $B(2; 4)$.

- c) Fie punctele $C(-3; 0)$ și $B(2; 4)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta OB .



15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Piramida patrulateră regulată $SPACE$, de bază $PACE$ are muchia bazei $PA = 12$ cm și înălțimea $SO = 6$ cm.

b) Calculați volumul piramidei $SPACE$.

c) Știind că punctul M este mijlocul muchiei SP , arătați că dreapta MO este paralelă cu planul (SEC) .

d) Calculați măsura unghiului determinat de planele (SPC) și (SAC) .

Varianta 7

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $8 \cdot 4 + 5$ este egal cu

2. Scris cu cifre, în baza zece, numărul trei mii doi este egal cu....

3. Calculând 30 % din 120 se obține numărul

4. Sub formă ireductibilă fracția $\frac{44}{64}$ este egală cu

5. Suma divizorilor naturali ai numărului 6 este egală cu

6. Un romb are latura de 6 cm și un unghi de 60° . Aria rombului este egală cu ... cm².

7. Aria totală a unui cub cu latura de 1 cm este egală cu ... cm².

8. Volumul unui con circular drept care are raza bazei de 6 cm și înălțimea de 10 cm este egal cu ... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând mulțimea soluțiilor inecuației $2x - 5 < 3x$ se obține:

A. $(-5; \infty)$

B. $[-5; \infty)$

C. $(-\infty; -5)$

D. $(-\infty; -5]$

10. Dacă $\frac{7 + \sqrt{11}}{x} = \frac{2}{7 - \sqrt{11}}$, atunci valoarea lui x este egală cu:

A. 30

B. -2

C. 19

D. 14

11. Raportul măsurilor a două unghiuri complementare este $\frac{1}{5}$. Măsura unghiului mai mic este de:

A. 75°

B. 25°

C. 55°

D. 15°

12. M și N sunt puncte care aparțin laturilor AB , respectiv AC ale triunghiului ABC , astfel încât $AM = 1$ cm, $MB = 5$ cm, $AN = 2$ cm, $NC = 10$ cm. Calculând valoarea raportului $\frac{BC}{MN}$ se obține:
- A. 6 B. 0,3 C. 5 D. 0,2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie numărul $A = 4^n \cdot 5^{2n+1} - 2^{2n} \cdot 25^n$, unde $n \in \mathbb{N}$.
- Arătați că numărul natural A este pătrat perfect.
 - Determinați valoarea numărului n pentru care $\sqrt{A}$ nu se divide cu 10.
14. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2m-1)x + 3 - m$, unde $m \in \mathbb{R}$.
- Determinați valoarea numărului m știind că punctul $A(1;1)$ aparține graficului funcției.
 - Pentru $m = -1$, reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Pentru $m = -1$, calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului determinat de reprezentarea grafică a funcției f și axele sistemului de coordonate xOy .
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.
- Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC , are muchia bazei $AB = 4$ cm și aria laterală egală cu 72 cm².
- Arătați că muchia laterală a prisme este de 6 cm.
 - Calculați volumul piramidei a cărei bază coincide cu una din bazele prisme, iar vârful se găsește în centrul de greutate al celeilalte baze a prisme.
 - Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreptele AB' și BC' .

Varianta 8

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect, lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $2007 - 1992$ este egal cu
- Cel mai mare număr întreg, mai mic decât 3,42 este numărul
- Suma divizorilor naturali ai numărului 11 este egală cu
- Calculând 25 % din 600 kg se obțin ...kg.
- Punctul A aparține segmentului BC astfel încât $AB = 14$ cm, iar $AC = 5$ cm. Lungimea segmentului BC este egală cu ... cm.
- Un dreptunghi este înscris într-un cerc cu raza de lungime 4 cm. Diagonala dreptunghiului are lungimea egală cu ... cm.

7. Un cub are aria totală egală cu 24 cm^2 . Muchia cubului are lungimea de ... cm.
 8. Un con circular drept are înălțimea de 5 cm și raza bazei de 6 cm. Volumul conului este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Un pătrat are latura de lungime $(4 - \sqrt{5})$ cm. Calculând aria pătratului se obține:
 A. $(21 + 8\sqrt{5}) \text{ cm}^2$ B. 21 cm^2 C. $(21 - 8\sqrt{5}) \text{ cm}^2$ D. 11 cm^2
10. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -5x + 1$. Pentru $x = -3$, valoarea funcției este egală cu:
 A. -14 B. 16 C. 14 D. -16
11. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(2; 3)$ și $B(-2; 0)$. Lungimea segmentului AB este egală cu:
 A. 3 u.m. B. 4 u.m. C. 5 u.m. D. $\sqrt{5}$ u.m.
12. Un triunghi echilateral are latura de $8\sqrt{3}$ cm. Aria triunghiului este egală cu:
 A. $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. 48 cm^2 C. 12 cm^2 D. $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x + 3 = 3x - 5$.
 b) Într-un parc auto sunt camioane și microbuse. Numărul microbuselor este de trei ori mai mare decât al camioanelor. Dacă vor pleca 5 microbuse și vor mai veni 3 camioane, numărul microbuselor va fi egal cu cel al camioanelor. Aflați câte camioane și câte microbuse sunt în parcul respectiv.
14. Fie mulțimile $A = \{(x, y) \mid 2x - y + 3 = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ și $B = \{(x, y) \mid x + y - 5 = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$.
 a) Arătați că perechea de numere reale $(2; 3)$ aparține mulțimii B .
 b) Reprezentați mulțimea A într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 c) Determinați mulțimea $A \cap B$.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat.
 În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza pătrat, măsura unghiului dintre diagonala $D'B$ și planul (ABC) este de 60° , iar latura bazei $ABCD$ este $AB = 5 \text{ cm}$.
 b) Demonstrați că dreptele $D'C$ și AD sunt perpendiculare.
 c) Calculați aria laterală a prisme.
 d) Fie punctele M, N, P, Q situate pe muchiile $[AA']$, $[BB']$, $[CC']$, respectiv $[DD']$ astfel încât $AM = 7 \text{ cm}$, $BN = 3 \text{ cm}$, $CP = 1 \text{ cm}$ și $DQ = 5 \text{ cm}$. Arătați că punctele M, N, P, Q sunt coplanare.

Varianța 9

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 2 + 1$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = \frac{13}{6}$ și $b = \frac{13}{7}$ mai mare este
3. Soluția naturală a ecuației $x^2 + x - 6 = 0$ este egală cu
4. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbf{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$. Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \dots$
5. Cel mai mic număr de forma $\overline{15a}$, scris în baza zece, divizibil cu 3 este egal cu
6. Latura unui romb are lungimea de 12 cm. Perimetrul rombului este egal cu ... cm.
7. Generatoarea unui con circular drept cu raza de 5 cm și înălțimea de 12 cm are lungimea de...cm.
8. Volumul unui cub este egal cu 125 cm^3 . Lungimea laturii cubului este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând valoarea numărului real $a = \sqrt{3^4 + 3^5}$ se obține:

- A. $\sqrt{3^9}$ B. 3^{10} C. $3^2 \cdot 2$ D. $3^2 \sqrt{3}$

10. Calculând valoarea numărului x din proporția $\frac{2x}{3} = \frac{6}{2,25}$ se obține:

- A. 2 B. 40 C. 0,4 D. 4

11. Diagonala unui pătrat are lungimea de $2\sqrt{3}$ cm. Calculând lungimea laturii pătratului se obține:

- A. 2 cm B. $\sqrt{6}$ cm C. $2\sqrt{6}$ cm D. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ cm

12. Calculând $\operatorname{tg} 60^\circ - 2 \cdot \sin 60^\circ$ se obține:

- A. 0 B. $\sqrt{3} - 1$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un aparat de fotografiat se ieftinește cu 20% din prețul pe care îl are. După un timp aparatul de fotografiat se scumpește cu 20% din noul preț. După scumpire aparatul costă 1152 lei.
- Care a fost prețul inițial al aparatului de fotografiat?
 - Care a fost prețul aparatului după ieftinire?
14. Fie funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -2x + 6$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2$.
- Reprezentați grafic funcțiile f și g într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Calculați aria patrulaterului format de reprezentările grafice ale funcțiilor f și g cu axele Ox și Oy .
 - Calculați valoarea produsului $p = f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot \dots \cdot f(100)$.
15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.
Piramida patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are muchia bazei de 12 cm și înălțimea de 8 cm. Punctul M este mijlocul laturii BC .
- Calculați aria laterală a piramidei.
 - Fie punctul N situat pe latura AB astfel încât $NB = 3 \cdot AN$. Calculați aria triunghiului MND .
 - Calculați valoarea tangentei unghiului dintre planele (VAM) și (ABC) .

Varianta 10

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $2 \cdot 3 + 1$ este egal cu
- Scriș cu cifre, în baza zece, numărul natural cinci mii cinci sute doi este egal cu....
- Soluția ecuației $x - 2 = 6$ este egală cu
- Fie proporția $\frac{a}{5} = \frac{8}{b}$. Valoarea produsului numerelor a și b este egală cu
- Fie mulțimea $A = \{2; -2; 1; -1\}$. Cel mai mic număr din mulțimea A este egal cu
- Perimetrul dreptunghiului care are lungimea de 6 cm și lățimea de 4 cm este egal cu ... cm.
- Lățimea, lungimea și înălțimea unui paralelipiped dreptunghic sunt egale cu 3 cm, 4 cm și respectiv 5 cm. Volumul paralelipipedului este egal cu ... cm³.
- Aria laterală a unui con circular drept care are raza bazei de 5 cm și generatoarea de 12 cm este egală cu ... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând restul împărțirii numărului $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 17$ la 8 se obține:

- A. 5 B. 1 C. 4 D. 17

10. Fie sistemul format din ecuațiile
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + 1,5y = 2 \\ -2x + y = 6 \end{cases}$$
 unde $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$. Soluția

sistemului este:

- A. (2; -2) B. (-1; 4) C. (1; 1) D. (-2; 2)

11. Aria triunghiului ABC este egală cu 96 cm^2 . Punctul D este mijlocul laturii AB , punctul E este mijlocul laturii AC și punctul F este mijlocul laturii BC . Calculând aria triunghiului DEF se obține:

- A. 192 cm^2 B. 32 cm^2 C. 48 cm^2 D. 24 cm^2

12. În jurul unui punct se formează patru unghiuri astfel încât fiecare are măsura cu 10° mai mare decât precedentul. Calculând măsura celui mai mic dintre unghiuri se obține:

- A. 90° B. 75° C. 65° D. 85°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o urnă sunt 12 bile albe, 26 bile roșii și 36 bile verzi.

a) Calculați probabilitatea ca, extrăgând la întâmplare o bilă din urnă, aceasta să fie roșie.

b) Determinați cel mai mic număr de bile care trebuie extrase, fără a vedea culoarea acestora, pentru a fi siguri că am scos cel puțin 10 bile de aceeași culoare.

14. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 4$.

a) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Calculați tangenta unghiului format de axa ordonatelor și dreapta care reprezintă graficul funcției f .

c) Determinați numerele naturale a pentru care $\frac{f(a)}{a+1}$ este număr întreg.

15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat. În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza pătrat, muchia bazei $ABCD$ este de $6\sqrt{2} \text{ cm}$ și $AA' = 6 \text{ cm}$. Pe diagonala AC a pătratului $ABCD$ se iau punctele E și F astfel încât $[AE] \equiv [CF] \equiv [AB]$.

b) Calculați aria totală a prisme.

c) Demonstrați că patrulaterul $BEDF$ este romb.

d) Calculați măsura unghiului dintre planele $(C'CD)$ și $(D'DF)$.

Varianta 11

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $207 - 158$ este egal cu
2. Rezultatul calculului $(7x - 3x) : 2$ este egal cu
3. Dintre numerele $\frac{7}{5}$ și $\frac{7}{6}$, mai mic este
4. Media aritmetică a numerelor 78 și 34 este egală cu numărul
5. Perimetrul unui pătrat care are latura de 15 cm este egal cu ... cm.
6. Bisectoarea unui unghi cu măsura de 60° formează cu laturile sale unghiuri cu măsura de ... $^\circ$.
7. O piramidă triunghiulară regulată are aria totală egală cu $45\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și aria laterală egală cu $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Aria bazei piramidei este egală cu ... cm^2 .
8. Un con circular drept are raza bazei de 3 cm și înălțimea de 4 cm. Generatoarea conului are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie mulțimea $A = \{1; 3; 5; 7; \dots; 97; 99\}$. Numărul de elemente al mulțimii A este egal cu:
A. 99 B. 6 C. 49 D. 50
10. Un pulover costă 40 lei. Puloverul se scumpește cu 10%. După scumpire puloverul costă:
A. 50 lei B. 30 lei C. 44 lei D. 45 lei
11. În paralelogramul $ABCD$, latura AD este perpendiculară pe diagonala BD , $AD = 5 \text{ cm}$ și $BD = 12 \text{ cm}$. Aria paralelogramului este egală cu:
A. 34 cm^2 B. 60 cm^2 C. 120 cm^2 D. 30 cm^2
12. Lungimea unui cerc este $6\pi \text{ cm}$. Aria cercului este egală cu:
A. $6\pi \text{ cm}^2$ B. $9\pi \text{ cm}^2$ C. $18\pi \text{ cm}^2$ D. $3\pi \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Împărțind numărul natural n la 9, la 18 și la 27 se obțin cături diferite de zero și de fiecare dată restul egal cu 3.
a) Arătați că cel mai mic număr n cu această proprietate este egal cu 57.

- b) Aflați toate numerele n cu această proprietate, astfel încât $100 < n < 250$.
14. a) Determinați funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$, știind că punctele $A(-1; -5)$ și $B(2; 1)$ aparțin graficului funcției f .
- b) Reprezentați grafic funcția $f: [-1; 4] \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 3$ într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- c) Aflați punctul care aparține graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 3$ și are coordonate egale.
15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.
Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 20$ cm, $BC = 16$ cm și $AA' = 15$ cm.
- b) Calculați volumul paralelipipedului dreptunghic.
- c) Calculați distanța de la punctul B la dreapta DC' .
- d) Fie un punct Q situat pe muchia AA' . Calculați lungimea segmentului QA astfel încât perimetrul triunghiului $B' Q D$ să fie minim.

Varianta 12

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $308 : 4$ este egal cu
2. Calculând 25 % din 16 se obține numărul
3. Dintre numerele naturale $a = 1239$ și $b = 1234$ divizibil cu 3 este numărul
4. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x + 4$. Valoarea funcției f , pentru $x = 6$, este egală cu
5. Aria triunghiului echilateral cu lungimea laturii de 6 cm este egală cu ... cm².
6. Perimetrul pătratului cu latura de 4 cm este egal cu ... cm.
7. Un cilindru circular drept are raza bazei de 5 cm și aria laterală egală cu 100π cm². Înălțimea cilindrului are lungimea egală cu ... cm.
8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 2 cm, $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{5}$ cm. Lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $(\sqrt{2} - 1)^2 - (1 - \sqrt{2})^2$ se obține:

A. 4

B. -2

C. 2

D. 0

10. Înmulțind două numere diferite din mulțimea $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ se poate obține numărul:
 A. 16 B. 7 C. 18 D. 11
11. Punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul P este mijlocul segmentului AM . Valoarea raportului $\frac{PB}{AM}$ este egală cu:
 A. 1 B. 2 C. 1,5 D. 0,5
12. Fie dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 8$ cm și $BC = 6$ cm. Bisectoarea unghiului ABC intersectează segmentul CD în punctul M . Calculând lungimea segmentului DM se obține:
 A. 6 cm B. 2 cm C. 3 cm D. 4 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Radu și Alexandra au împreună 10 lei. Ei hotărăsc să cumpere împreună o carte, participând cu sume egale de bani. Radu este nevoit să împrumute de la Alexandra 1 leu, iar după cumpărarea cărții Alexandra rămâne cu 5 lei.
 a) Aflați prețul cărții.
 b) Câți lei a avut Alexandra înainte de cumpărarea cărții?
14. Fie expresia $F(x) = \left(\frac{2x^2 - 7x - 17}{x^2 - 10x + 21} - \frac{x+1}{x-7} \right) : \frac{1}{x^2 - 9}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3; 7\}$.
 a) Arătați că $x^2 - 10x + 21 = (x-3) \cdot (x-7)$, oricare $x \in \mathbb{R}$.
 b) Demonstrați că $F(x) = (x+2) \cdot (x+3)$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3; 7\}$.
 c) Arătați că $F(a)$ este număr par, pentru orice $a \in \mathbb{N} \setminus \{3; 7\}$.
15. a) Desenați un cub.
 În cubul $ABCD A' B' C' D'$, aria triunghiului DOB este egală cu $\sqrt{3} \text{ cm}^2$, unde $\{O\} = BC' \cap B'C$.
 b) Arătați că $AB = 2$ cm.
 c) Aflați volumul piramidei patrulatere regulate $OADD' A'$ care are vârful O .
 d) Calculați valoarea cosinusului unghiului dintre dreptele DO și $A'B$.

Varianta 13

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $4 \cdot 9 - 7$ este egal cu....
2. Amplificând fracția $\frac{7}{8}$ cu numărul 3, se obține fracția....
3. Restul împărțirii numărului 43 la numărul 4 este egal cu....
4. Alegând la întâmplare o cifră a numărului 349215, probabilitatea ca aceasta să reprezinte un număr impar este egală cu....
5. Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sunt 37° și 69° . Al treilea unghi are măsura de... $^\circ$.
6. Linia mijlocie a unui trapez are 14 m. Suma lungimilor bazelor trapezului este de... m.
7. Volumul unui cilindru circular drept care are raza de 3 cm și generatoarea de 7 cm este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Aria totală a unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile de 3 cm, 4 cm, 5 cm este egală cu... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numărul $\frac{2}{7}$ este soluție a ecuației:

- A. $2x - 7 = 0$ B. $7x + 3 = 5$ C. $7x + 2 = 0$ D. $9x - 3 = 2x$

10. Produsul numerelor $a = |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ și $b = |\sqrt{3} + \sqrt{2}|$ este egal cu:

- A. -1 B. $5 - 2\sqrt{6}$ C. $5 + 2\sqrt{6}$ D. 1

11. Un dreptunghi are diagonala de 8 cm. Raza cercului circumscris dreptunghiului are lungimea de:

- A. $\sqrt{3}$ cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. 8 cm D. 4 cm

12. Măsura unghiului A din triunghiul ABC este de 30° , iar $AB = 6$ cm și $AC = 10$ cm. Calculând aria triunghiului ABC , se obține:

- A. $15\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. 30 cm^2 C. 15 cm^2 D. $15\sqrt{2} \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Elevii unei clase au obținut la un test notele prezentate în tabelul alăturat.

Nota	10	9	8	7	6	5	4
Număr elevi	2	3	6	7	5	1	1

- a) Calculați media clasei la testul dat.
- b) Ce notă ar fi trebuit să obțină elevul cu nota 4 pentru ca media clasei să fie 7,40?
14. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale.
- a) Arătați că $f(1) + f(4) = f(2) + f(3)$.
- b) Pentru $a = 2$ și $b = -4$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- c) Pentru $a = 2$ și $b = -4$, aflați valorile numărului real m , știind că punctul $M(2m+1; m^2+1)$ se află pe graficul funcției f .
15. a) Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată.
Fie trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$. Punctele O și O' sunt centrele de greutate ale bazelor ABC , respectiv $A'B'C'$, $AB = 8$ cm, $A'B' = 6$ cm și $OO' = 4$ cm. Calculați:
- b) aria totală a trunchiului;
- c) volumul piramidei din care provine trunchiul;
- d) distanța de la punctul O' la planul (BCC') .

Varianta 14

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Numărul mai mic cu 90 decât 146 este egal cu
2. Scris cu cifre, în baza zece, numărul douăzeci de mii patru este egal cu
3. Câtul împărțirii cu rest a numărului 54 la 8 este egal cu
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x$. Valoarea funcției f pentru $x = -1$ este egală cu
5. Dreptunghiul cu lungimea de 8 cm și lățimea de 6 cm are diagonala de ... cm.
6. Un pătrat are lungimea diagonalei de 4 cm. Aria pătratului este egală cu ... cm^2 .
7. Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ are baza triunghi echilateral de latură $AB = 6$ cm și înălțimea $AA' = 10$ cm. Aria laterală a prisme este egală cu ... cm^2 .
8. O sferă are raza de 2 cm. Aria sferei este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând media aritmetică a numerelor $\sqrt{2} + 1$ și $\sqrt{2} - 1$ se obține:

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 0

10. Ecuația $2x - m = 0$ are soluția $x = -7$ pentru numărul m egal cu:

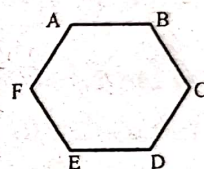
- A. 14 B. 3,5 C. -14 D. -7

11. Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente complementare este egală cu:

- A. 90° B. 180° C. 60° D. 45°

12. Hexagonul regulat $ABCDEF$, cu lungimea apotemei de 6 cm, are perimetrul egal cu:

- A. $24\sqrt{3}$ cm B. 36 cm C. 18 cm D. $12\sqrt{3}$ cm



III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Prețul unei biciclete se mărește cu 20%. După un timp bicicleta se scumpește din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel la prețul de 264 lei.

- Care a fost prețul inițial al bicicletei?
- Cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul bicicletei după cele două scumpiri?

14. Fie expresia $E(x) = \left[\left(\frac{x-2}{x+2} \right)^2 + 1 + \frac{2x-4}{x+2} \right] \cdot \frac{x+2}{2x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{2x}{x+2}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$.

b) Verificați dacă există numere naturale n , diferite de 0, pentru care $\frac{1}{n} \cdot E(n)$ este număr întreg.

c) Determinați numerele întregi x pentru care $E(x)$ este număr întreg.

15. a) Desenați un cub.

Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are muchia $AB = 6$ cm.

b) Calculați aria triunghiului $A'BD$.

c) Arătați că dreptele AC' și $A'O$ sunt perpendiculare, unde $AC \cap BD = \{O\}$.

d) Calculați volumul piramidei regulate cu vârful în C' și bază triunghiul $A'BD$.

Varianta 15

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $432:3$ este egal cu....
2. Opusul numărului (-24) este egal cu
3. Media aritmetică a numerelor 10 și 8 este egală cu
4. Restul împărțirii numărului 6 la 4 este egal cu
5. Prin transformare $3 \text{ km} = \dots \text{ m}$.
6. Perimetrul paralelogramului care are laturile de lungimi 8 cm și 5 cm este egal cu ... cm.
7. O sferă are raza de 5 cm. Aria sferei este egală cu... $\pi \text{ cm}^2$.
8. O prismă patrulateră regulată are latura bazei de 10 cm și înălțimea de 5 cm. Volumul prisme este egal cu... cm^3 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Distanța de la originea sistemului de axe perpendiculare xOy la reprezentarea grafică a funcției este egală cu:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ u.m. B. $\frac{1}{2}$ u.m. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ u.m. D. 1 u.m.

10. Suma numerelor întregi conținute în intervalul $[-2; 3]$ este egală cu:

A. -2 B. 0 C. 1 D. 3

11. Un romb are diagonalele de lungimi 6 cm și 8 cm. Calculând valoarea sinusului unui unghi al rombului se obține:

A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{24}{25}$

12. Un triunghi dreptunghic are lungimile proiecțiilor catetelor pe ipotenuză egale cu 2 cm și 8 cm. Calculând aria triunghiului se obține:

A. 16 cm^2 B. 10 cm^2 C. 20 cm^2 D. 40 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În laboratorul de biologie, dacă se așază câte 2 elevi la un microscop atunci la ultimul microscop rămâne un singur elev. Dacă se așază câte trei elevi la un microscop, atunci rămân patru microscop libere.

- Câte microscop sunt în laboratorul de biologie?
- Câți elevi sunt în laboratorul de biologie?

14. Fie expresia $E(x) = \frac{x}{x^3 + x^2} : \frac{(x+2)(2x-1) - x(x+3) + 1}{(2x+2)(3x-3)}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{1; -1; 0\}$.

- Arătați că $E(x) = \frac{6}{x(x+1)}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{1; -1; 0\}$.
- Calculați $3 + E(2) + \dots + E(100)$.
- Aflați toate numerele întregi a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

15. a) Desenați un con circular drept.

Un con circular drept are aria laterală egală cu $15\pi \text{ cm}^2$ și aria totală egală cu $24\pi \text{ cm}^2$.

- Arătați că raza bazei conului are lungimea de 3 cm.
- Prin mijlocul înălțimii se secționează conul cu un plan paralel cu planul bazei. Calculați volumul trunchiului de con astfel format.
- Calculați lungimea razei cercului înscris în secțiunea axială a conului.

Varianta 16

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $2,35 \cdot 100$ este egal cu ..
- Fiind date mulțimile $A = \{1; 3; 5; 7\}$ și $B = \{2; 3; 7\}$, atunci $A \cap B = \{\dots\}$.
- Într-o urnă sunt 15 bile negre și 10 bile albe. Probabilitatea ca extrăgând o bilă, aceasta să fie albă, este egală cu....
- Calculând 20% din 1700 se obține numărul....
- Aria unui dreptunghi cu lungimea de 8 cm și lățimea de 4 cm este egală cu $\dots \text{cm}^2$.
- Perimetrul unui hexagon regulat cu latura de 10 cm este egal cu $\dots \text{cm}$.
- Lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile de 3 cm, 4 cm și 5 cm este egală cu $\dots \text{cm}$.
- Volumul conului circular drept cu aria bazei de $100\pi \text{ cm}^2$ și înălțimea de 6 cm este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $a^2 - b^2 = 12$ și $a + b = 3$, atunci $a - b$ este egal cu:

A. 36

B. 3

C. 9

D. 4

10. Simplificând raportul $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ prin $x - 2$ se obține:

A. $\frac{x-2}{x+2}$

B. $\frac{x+2}{x-2}$

C. $\frac{x-4}{x-2}$

D. $\frac{x+2}{x-4}$

11. Aria unui trapez cu lungimea liniei mijlocii de 10 cm și înălțimea de 7 cm este egală cu:

A. 70 cm²

B. 35 cm²

C. 17 cm²

D. 3 cm²

12. Perimetrul rombului $ABCD$, care are $DB = 12$ cm și măsura unghiului BAD de 60° , este egal cu:

A. $24\sqrt{3}$ cm

B. 48 cm

C. 24 cm

D. $48\sqrt{3}$ cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Aflați cel mai mic număr natural care împărțit la numerele 15, 30 și 45, dă de fiecare dată câtul diferit de zero și restul 13.

b) Aflați suma tuturor numerelor naturale de trei cifre care împărțite la numerele 15, 30 și 45 dau de fiecare dată restul 13.

14. Se dau funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 2$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = -\frac{2}{3}x + 2$.

a) Calculați $f(-3) + g(-3)$.

b) Reprezentați graficele celor două funcții în același sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Aflați distanța de la punctul de intersecție al dreptei care reprezintă graficul funcției f cu axa ordonatelor la graficul funcției g .

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

În piramida patrulateră regulată $SABCD$, cu baza $ABCD$, lungimea înălțimii este $6\sqrt{2}$ cm, iar lungimea muchiei bazei este 12 cm.

b) Calculați volumul piramidei.

c) Calculați valoarea sinusului unghiului format de două fețe laterale alăturate.

d) Calculați distanța de la punctul P , mijlocul înălțimii piramidei, la planul (SBC) .

Varianta 17

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $289 + 21$ este egal cu
2. Calculând 25% din 200 se obține numărul
3. Soluția ecuației $2x + 5 = 7$ este egală cu....
4. Numărul 25 are un număr de ... divizori naturali.
5. Dacă $a - b = 5$, atunci $2a + 5 - 2b = \dots$
6. Un trapez are bazele de 12 cm și 8 cm, iar înălțimea de 6 cm. Aria trapezului este egală cu...cm².
7. Un cilindru circular drept se desfășoară după un dreptunghi care are lungimea de 12π cm și lățimea de 8 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... π cm².
8. Un cub are latura de 7 cm. Suma tuturor muchiilor cubului este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $\frac{3}{4} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14}$ se obține:

A. $\frac{29}{56}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{15}{28}$

10. Fie expresia $E(x) = (2x + 3)^2 - (2x - 3)^2$. Aplicând formule de calcul prescurtat, se obține:

A. 18 B. 0 C. $24x$ D. $8x^2 + 18$

11. Lungimile diagonalelor unui romb sunt 16 cm și 12 cm. Distanța dintre două laturi opuse este egală cu:

A. 2,8 cm B. 4,8 cm C. 14 cm D. 9,6 cm

12. Calculând măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplementare se obține:

A. 45° B. 60° C. 90° D. 120°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Scrieți toate numerele de forma $\overline{xy}$, în baza zece, care sunt pătrate perfecte.
 b) Calculați cel mai mic număr de forma $\overline{ab}$, scris în baza zece, pentru care $\sqrt{ab + ba}$ este un număr natural.
14. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(1;2)$ și $B(4;8)$.
 a) Determinați funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ a cărei reprezentare grafică este dreapta AB .
 b) Calculați lungimea segmentului AB .
 c) Determinați punctul $M(m;n)$ care este mijlocul segmentului AB .
15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.
 O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 6 cm.
 b) Calculați aria laterală a piramidei.
 c) Calculați valoarea cosinusului unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei.
 d) Calculați distanța de la punctul H , mijlocul înălțimii piramidei, la planul (VAB) .

Varianta 18

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $84 : 7$ este egal cu
2. În proporția $\frac{a}{5} = \frac{3}{b}$, valoarea produsului $a \cdot b$ este egală cu
3. Calculând 30 % din 540 se obține....
4. Probabilitatea ca aruncând un zar să se obțină pe fața de sus a lui numărul 5, este egală cu
5. Un pătrat cu latura de 8 cm are perimetrul egal cu ...cm.
6. Triunghiul echilateral cu aria de $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ are latura de ...cm.
7. O sferă cu raza de 6 cm are volumul egal cu $... \pi \text{ cm}^3$.
8. Aria unui trapez care are linia mijlocie de 10 cm și înălțimea de 7 cm este egală cu ...cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -2x - 3$. Dacă $M(x, y)$ este unul din punctele care aparțin dreptei care reprezintă graficul funcției, atunci punctul M poate avea coordonatele:

- A. $(0; 3)$ B. $(-1; 1)$ C. $(1; 5)$ D. $(1; -5)$

10. Mulțimea soluțiilor ecuației $(x + 2)(2x - 1) + x + 4 = 0$ este:

- A. $\{-2\}$ B. $\{1\}$ C. $\{-1\}$ D. $\{0; 1\}$

11. Un romb are un unghi de 60° și diagonala mică de 15 cm. Calculând lungimea diagonalei mari a rombului, se obține:

- A. 15 cm B. $15\sqrt{3}$ cm C. 30 cm D. $7,5\sqrt{3}$ cm

12. Un triunghi dreptunghic are catetele de 12 cm și de 5 cm. Calculând raza cercului circumscris triunghiului, se obține:

- A. 8,5 cm B. 6 cm C. 6,5 cm D. 10 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Calculați $(\sqrt{10} \cdot \sqrt{90} : \sqrt{50})^2 - (\sqrt{90} - \sqrt{40})^2$.

b) Calculați valoarea sumei:

$$s = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2007}\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2006}{2007}\right).$$

14. a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $|x - 1| = 1$.

b) Scrieți numerele întregi x pentru care $|x| \leq 2$.

c) Aflați mulțimea tuturor perechilor de numere întregi care verifică simultan relațiile: $|x - 1| = 1$ și $|x - y| < 2$.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu vârful V și bază $ABCD$, are latura bazei de 12 cm și înălțimea de 8 cm.

b) Calculați aria totală a piramidei.

c) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre muchiile laterale VB și VD .

d) Fie H un punct situat pe înălțimea $[VO]$ a piramidei. Știind că distanța de la H la planul (ABC) este egală cu distanța de la punctul H la planul (VAB) , calculați lungimea segmentului OH .

Variantă 19

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $25 - 25 : 5$ este egal cu
2. Dintre numerele $x = 0,2$ și $y = 0,12$ mai mare este numărul
3. Fie mulțimile $A = \{-2; 1; 2; 4\}$ și $B = \{0; 4\}$. Mulțimea $A \cap B = \{...\}$.
4. Calculând 75 % din 2000 se obține numărul
5. Diametrul unui cerc este de 4 m. Lungimea razei cercului este egală cu ... m.
6. Un triunghi are perimetrul de 12 cm. Suma lungimilor liniilor mijlocii ale triunghiului este egală cu ... cm.
7. Aria laterală a unui con circular drept care are raza bazei de 3 cm și generatoarea de 5 cm este egală cu $... \pi \text{ cm}^2$.
8. Volumul unei prisme triunghiulare regulate este egal cu 200 m^3 . Aria bazei este de 20 m^2 . Lungimea muchiei laterale a prisme este egală cu ... m.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor ecuației $4x^2 + 8x = -4$ este:
A. $\{1\}$ B. $\{1; -1\}$ C. $\{1; 4\}$ D. $\{-1\}$
10. O lucrare este finalizată de 3 muncitori în 10 ore. În aceleași condiții, 6 muncitori ar finaliza lucrarea în:
A. 5 ore B. 20 ore C. 15 ore D. 12 ore
11. Un triunghi ABC dreptunghic în A are $AB = 16 \text{ cm}$ și $BC = 20 \text{ cm}$. Calculând lungimea proiecției catetei AC pe ipotenuză se obține:
A. 8,2 cm B. 9,6 cm C. 7,2 cm D. 12 cm
12. Calculând $(\sin 30^\circ + \cos 30^\circ) \cdot (\cos 60^\circ - \sin 60^\circ)$ se obține:
A. 0,5 B. -0,5 C. 0 D. 1

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Suma a două numere reale a și b este 156.
a) Aflați numerele știind că raportul dintre numărul a mărit cu 24 și numărul b micșorat cu 32 are valoarea 1.
b) Dacă $a = 50$ și $b = 106$, calculați media aritmetică ponderată a celor două numere știind că a are ponderea 3, iar b are ponderea 2.

14. Se consideră funcția $f: \{0; 4; 8\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{4}x - 1$.

- Reprezentați grafic funcția într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Care dintre punctele $M(4; -1)$, $N(8; 1)$, $P(12; 2)$ aparține graficului funcției f ?
- Rezolvați inecuația $f(x) > 2x - 8$.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Piramida patrulateră regulată $VABCD$, de vârf V și bază $ABCD$, are $VA = AB = 6$ cm.

- Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$.
- Demonstrați că dreptele VB și VD sunt perpendiculare.
- Calculați valoarea sinusului unghiului format de planele (VAB) și (VDC) .

Varianta 20

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $2^2 + 3 - 2$ este egal cu
- Dacă trei caiete costă 5,40 lei, atunci un caiet costă ...lei.
- Rezultatul calculului $3\sqrt{2} + \sqrt{18}$ este egal cu
- Reuniunea mulțimilor $A = \{0; 1; 2; 4\}$ și $B = \{1; 3; 4; 5\}$ are un număr de ... elemente.
- 50 dag = ... g.
- Valoarea tangentei unghiului de 30° este egală cu
- Dacă un cub are suma lungimilor muchiilor egală cu 36 cm, atunci muchia cubului are lungimea de... cm.
- Volumul unui cilindru circular drept care are raza bazei de 3 cm și înălțimea de 4 cm este egal cu... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

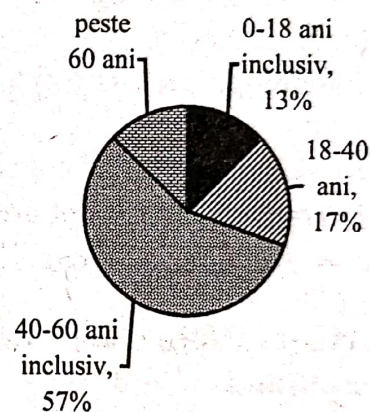
9. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 3$. Care dintre punctele următoare aparține graficului funcției f ?

- A. $A(0; 0)$ B. $B(-1; 1)$ C. $C(1; -1)$ D. $D(1; 2)$

10. Valoarea expresiei $E(x) = x^4 - 1 + (x^2 + 1)^2$ pentru $x = \sqrt{3}$ este:
 A. 24 B. 18 C. 180 D. 12
11. Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc, iar măsurile unghiurilor AOB , AOC și BOC sunt direct proporționale cu numerele 7, 6 și respectiv 5. Dacă interioarele unghiurilor nu au niciun punct comun, atunci cel mai mic unghi are măsura de:
 A. 100° B. 60° C. 70° D. 120°
12. Într-un triunghi dreptunghic mediana și înălțimea duse din vârful unghiului drept au lungimile de 5 cm și respectiv de 4 cm. Aria triunghiului este egală cu:
 A. 40 cm^2 B. 12 cm^2 C. $7,5 \text{ cm}^2$ D. 20 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-un bloc locuiesc 200 de persoane. În diagrama alăturată este prezentată, în procente, repartitia persoanelor după vârstă.



- a) Câte persoane au vârsta cuprinsă între 18 și 40 de ani?
 b) Din bloc pleacă un locatar. Care este probabilitatea ca acesta să aibă vârsta peste 60 de ani?
14. a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x^2 - 4x + 3 = 0$.
 b) Arătați că valoarea raportului $\frac{n^2 + 4n + 3}{n + 3}$ este număr natural, oricare ar fi n număr natural.
 c) Arătați că $\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^2 \cdot \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 + 4x + 3} \cdot \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 9} = \frac{x-1}{x+1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; -1; 3\}$.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată. Piramida triunghiulară regulată $ABCD$, de bază ABC , are $AB = 8 \text{ cm}$ și $AD = 5 \text{ cm}$. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv AD .
 b) Calculați volumul piramidei $ABCD$.
 c) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta MN și dreapta DC .
 d) Calculați lungimea proiecției segmentului $[MN]$ pe planul (DBC) .

Varianta 21

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $64 : 8 + 9$ este egal cu
2. Soluția ecuației $2x - 1 = 7$ este egală cu
3. Într-o urnă sunt 11 bile negre și 18 bile albe. Se extrage o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie neagră este egală cu
4. Într-o clasă sunt 25 elevi. 20% din numărul elevilor sunt fete. Numărul fetelor este egal cu
5. Un trapez are lungimile bazelor 12 cm și 24 cm. Linia mijlocie a trapezului este egală cu ... cm.
6. Paralelogramul $ABCD$ are unghiul BAD de 36° . Măsura unghiului ABC este egală cu ... $^\circ$.
7. Dacă lungimea unui cerc este 12π cm, atunci raza cercului are lungimea egală cu ... cm.
8. Un con circular drept are raza bazei de 2 cm și înălțimea de 4 cm. Volumul conului este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Media geometrică a numerelor $a = \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2}$ și $b = |1 - \sqrt{2}|$ este egală cu:

A. $1 + \sqrt{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

10. Fie ecuațiile $3x + 9 - 2(x + 5) = 4$ și $a \cdot x + 4 = a$, unde a este un număr real diferit de zero. Ecuațiile au aceeași soluție dacă a este egal cu:

A. $\frac{1}{4}$ B. -1 C. -2 D. 1

11. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctul $M(3;4)$. Calculând simetricul punctului M față de origine se obține:

A. $M'(-3;4)$ B. $M'(3;-4)$ C. $M'(-3;-4)$ D. $M'(-4;-3)$

12. Catetele unui triunghi dreptunghic sunt $AB = 6$ cm și $AC = 8$ cm. Calculând $\sin \hat{B} + \sin \hat{C}$ se obține:

A. 1 B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{7}{5}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Mai multe colete conțin caiete și cărți. Fiecare colet conține caiete și cărți, în total 10 bucăți. Un caiet costă 1,8 lei și o carte costă 6 lei.
- Ce rest primește o persoană dacă are o bancnotă de 50 lei și cumpără 2 caiete și 2 cărți?
 - Care este prețul minim al unui colet dacă acesta conține cel puțin 3 caiete și cel puțin 2 cărți?

14. Fie expresia $E(x) = \frac{7x-3x^2}{1-9x^2} - \frac{3x}{1-2x-3x^2} \cdot \left(1 + \frac{3x+x^2}{x+3}\right)$, unde

$$x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1; -3; \pm \frac{1}{3}\right\}.$$

- Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $1-9x^2=0$.
 - Arătați că $(x+1) \cdot (1-3x) = 1-2x-3x^2$, pentru orice x real.
 - Arătați că $E(x) = \frac{4x}{1+3x}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1; -3; \pm \frac{1}{3}\right\}$.
15. a) Desenați un cub.
Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$.
- Demonstrați că planul (ACB') este paralel cu planul $(A'C'D)$.
 - Calculați măsura unghiului format de dreptele CD și $A'C'$.
 - Știind că muchia cubului este de 4 cm, calculați distanța de la punctul B la planul $(A'C'D)$.

Varianta 22

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect, lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $1035 : 5$ este egal cu
- Fie mulțimile $A = \{-1; 0; 1\}$ și $B = \{-1; 0; 2\}$. Mulțimea $A \cap B$ este egală cu
- Se aruncă un zar. Probabilitatea ca pe fața de sus a zarului să apară un număr mai mic sau egal cu 4 este egală cu
- Rezultatul calculului $3\sqrt{3} - \sqrt{27}$ este egal cu
- Un triunghi dreptunghic are un unghi ascuțit de 47° . Măsura celuilalt unghi ascuțit este egală cu ...°.
- Bazele unui trapez au lungimile 15 cm și 7 cm. Linia mijlocie a trapezului are lungimea egală cu ... cm.

7. Un cub are muchia de 3 cm. Volumul cubului este egal cu ... cm^3 .
 8. O piramidă patrulateră regulată are apotema de 10 cm și perimetrul bazei egal cu 40 cm. Aria laterală a piramidei este egală cu ... cm^2 .

II. (12puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect, lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Un divizor al numărului 124, cuprins între 20 și 50, este numărul:
 A. 31 B. 24 C. 48 D. 36
10. Pe axa numerelor, se notează punctele $A(3)$, $B(-2)$ și $C(1)$. Calculând valoarea raportului $\frac{BC}{AC}$ se obține:
 A. -2 B. 1 C. 1,5 D. 0,5
11. Într-un romb măsura unui unghi este de 60° , iar diagonala mică are lungimea de 12 cm. Calculând aria rombului se obține:
 A. $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. $72\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C. $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D. $72\sqrt{2} \text{ cm}^2$
12. În dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 6 \text{ cm}$ și $BC = 4 \text{ cm}$, punctul M aparține laturii CD . Calculând aria triunghiului AMB se obține:
 A. 24 cm^2 B. 15 cm^2 C. 12 cm^2 D. 30 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Oana, Dana și Vlad au împreună 26 ani. Oana și Dana sunt gemene, iar Vlad are 12 ani.
 a) Calculați vârsta Danei.
 b) Calculați cu câți ani în urmă vârsta lui Vlad era egală cu suma vârstelor Danei și Oanei.
14. Fie expresia $E(x) = (2x+1)^2 - (x-1)^2 + (x-2)(x+2) - 3x^2 + 14$, cu x număr real.
 a) Arătați că $E(x) = x^2 + 6x + 10$, oricare x număr real.
 b) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = -3$.
 c) Arătați că $E(a) > 0$, pentru orice valoare reală a numărului a .
15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.
 Paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$ are $AB = 2 \text{ cm}$, $BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ și $AE = 2 \text{ cm}$.
 b) Calculați aria totală a paralelipipedului.
 c) Aflați măsura unghiului dintre planele (EBC) și (ABC) .
 d) Punctul M aparține segmentului BC astfel încât $MC = 1 \text{ cm}$. Determinați distanța de la punctul E la dreapta MD .

Varianta 23

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Scris cu cifre, în baza zece, numărul trei milioane cinci sute optzeci și trei de mii este egal cu
2. În intervalul $[-3; 2]$ se află un număr de ... numere întregi.
3. Un sfert din 2^{10} este egal cu
4. Se aruncă un zar. Probabilitatea ca pe fața de sus a zarului să apară un număr mai mic decât 4 este egală cu
5. Înălțimea unui triunghi echilateral este de 12 cm. Latura triunghiului are lungimea egală cu ... cm.
6. Perimetrul dreptunghiului care are lungimea de 11 cm și lățimea de 10 cm este egal cu ... cm.
7. Un con circular drept are raza de 6 cm și volumul $36\pi \text{ cm}^3$. Înălțimea conului are lungimea de ... cm.
8. Lungimea muchiei unui cub este egală cu 10 cm. Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând suma soluțiilor reale ale ecuației $9x^2 - 9x + 2 = 0$ se obține:
 A. -1 B. 1 C. -9 D. 2
10. Fie funcția $f: \{0; 2; 4\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + 1$. Determinând mulțimea valorilor funcției f se obține:
 A. $\{1; 3; 5\}$ B. $\{1; 5\}$ C. $\{5; 9\}$ D. $\{1; 5; 9\}$
11. Punctele A, B, C se află pe un cerc, în această ordine, astfel încât măsura arcului $AB = 60^\circ$ și măsura arcului $BC = 120^\circ$. Calculând măsura unghiului ABC se obține:
 A. 180° B. 60° C. 90° D. 120°
12. Calculând valoarea expresiei $E = \sin x + \cos(90^\circ - x)$ pentru $x = 30^\circ$ se obține:
 A. 0 B. 1 C. $\sqrt{3} + 1$ D. $\sqrt{3}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Diferența a două numere naturale este 120. Dintre cele două numere, cel mare este divizibil cu 10, iar cel mic este multiplu de 6. Câtul împărțirii numărului mare la 5 este cu 20 mai mare decât câtul împărțirii numărului mic la 3.

a) Aflați numărul mai mare.

b) Ce procent din numărul mare reprezintă numărul mic, știind că unul dintre numere este 30?

14. a) Arătați că $\frac{2x+6}{x^2+4x+3} = \frac{2}{x+1}$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -3\}$.

b) Determinați numerele întregi $a \in \mathbb{Z} \setminus \{-3; -1\}$, pentru care $\frac{2a+6}{a^2+4a+3}$ este număr întreg.

c) Demonstrați egalitatea $\left(\frac{4}{x-1} + \frac{13-5x}{1-x^2} - \frac{2x+6}{x^2+4x+3} \right) : \frac{1}{x+1} = 7$, pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; -3; 1\}$.

15. a) Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată.

$ABCD A' B' C' D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată care are baza mare pătratul $ABCD$. Măsura unghiului dintre muchia AA' și planul (ABC) este de 45° și $AA' = A'B' = 6$ cm.

b) Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea de $3\sqrt{2}$ cm.

c) Calculați volumul trunchiului de piramidă.

d) Calculați valoarea sinusului unghiului determinat de dreptele $A'A$ și BC' .

Varianta 24

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3^2 - 2$ este egal cu

2. Cel mai mare număr natural par de trei cifre este egal cu

3. Calculând $\frac{2}{3}$ din 900 se obține

4. Fie mulțimile $A = \{-3; 0; 1\}$ și $B = \{-5; 0; 1; 2\}$. Mulțimea $A - B$ este egală cu ...

5. Lungimea unui cerc este 12π cm. Raza cercului are lungimea egală cu ... cm.

6. Un triunghi dreptunghic are catetele de 6 cm și 8 cm. Aria triunghiului este egală cu ... cm².

7. Volumul unui cub este egal cu 216 cm³. Muchia cubului este egală cu ... cm.

8. Un cilindru circular drept are raza bazei de 7 cm și generatoarea de 9 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând suma $S = 4 + 5 + 6 + 7 + \dots + 100$ se obține:
 A. 5050 B. 122 C. 5044 D. 4992
10. Calculând $\frac{1}{2+\sqrt{5}} + \frac{1}{2-\sqrt{5}}$ se obține:
 A. 4 B. -4 C. $2\sqrt{5}$ D. $-2\sqrt{5}$
11. O clădire are înălțimea de 8 m și o scară are lungimea de 10 m. Calculând distanța față de clădire la care trebuie pusă scara pe sol pentru ca al doilea capăt al scării să ajungă la acoperiș fără a-l depăși, se obține:
 A. 8 m B. 10 m C. 18 m D. 6 m
12. În triunghiul ABC măsura unghiului A este de 65° și măsura unghiului B este de 45° . Calculând măsura unghiului ascuțit format de înălțimea din vârful A și bisectoarea unghiului C se obține:
 A. 55° B. 45° C. 70° D. 35°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un test are 10 probleme. Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acerdă 5 puncte, iar pentru fiecare problemă rezolvată greșit se scad 2 puncte.
 a) Determinați punctajul obținut de un elev care a rezolvat corect doar 4 probleme.
 b) Aflați numărul de probleme rezolvate corect de un elev știind că acesta a obținut 29 de puncte.

14. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x^2 - 2x} - \frac{1}{x^2 + 2x} + \frac{2}{x^2 - 4} \right) : \frac{2x+6}{x^3 - 4x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; 0; 2\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{x+2}{x+3}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; 0; 2\}$.

b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi inecuația $|x+3| \cdot |E(x)| < 4$.

c) Aflați numerele întregi a pentru care $2 \cdot E(a)$ reprezintă un număr întreg.

15. a) Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată.

Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ cu bazele $ABCD$ și $A' B' C' D'$ are $AB = 18 \text{ cm}$, $A' B' = 6 \text{ cm}$ și apotema trunchiului de 12 cm.

b) În trapezul $ABB' A'$ fie $AB' \cap A' B = \{P\}$. Calculați perimetrul triunghiului PAB .

c) Calculați volumul trunchiului de piramidă.

d) Determinați măsura unghiului dintre o față laterală a piramidei și planul bazei.

Varianta 25

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $40 - 6^2$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 7,5$ și $b = 7,45$ mai mic este numărul
3. Un sfert de oră are ... minute.
4. Dacă $3x = 5y$, atunci valoarea raportului $\frac{y}{x}$ este egală cu
5. Perimetrul unui hexagon regulat care are latura de 8 cm este egal cu ... cm.
6. Lungimea unui cerc este egală cu 24π cm. Raza cercului are lungimea egală cu ... cm.
7. Muchia unui cub are lungimea de 5 dm. Aria totală a cubului este egală cu ... dm².
8. O piramidă triunghiulară regulată are muchia laterală de 10 cm și muchia bazei de 12 cm. Apotema piramidei are lungimea de ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x - 1 \leq 0\}$ este egală cu:
A. $(-2; 1)$ B. $\{-2; 1\}$ C. $[-2; 1]$ D. $\{-1; 0; 1\}$
10. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 4$. Dacă punctul $M(2; y)$ aparține graficului funcției, atunci y este egal cu:
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
11. Un triunghi ABC are perimetrul egal cu 120 cm. Dacă punctul M este mijlocul laturii AB și punctul N este mijlocul laturii AC , atunci perimetrul triunghiului AMN este egal cu:
A. 30 cm B. 40 cm C. 60 cm D. 20 cm
12. Paralelogramul $ABCD$ are $AB = 10$ cm și înălțimea $AM = 6$ cm, unde M se află pe dreapta CD . Punctul P se află pe latura AB . Calculând aria triunghiului PDC se obține:
A. 60 cm^2 B. 30 cm^2 C. 32 cm^2 D. 15 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie a și b numere naturale, astfel încât 20% din a reprezintă 80% din b .
 - a) Cât la sută din numărul a reprezintă numărul b ?
 - b) Aflați numerele a și b știind că $a^2 + b^2 = 17$.

14. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{1-x} + \frac{2}{x^2-1} \right) \cdot \frac{x+1}{2}$ unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{x+1}{x-1}$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

b) Aflați numerele întregi x pentru care valoarea expresiei $E(x)$ este număr întreg.

c) Determinați numerele naturale a și b , astfel încât $E(\sqrt{2}) = (a\sqrt{2} + b)^2$.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari egală cu 30 cm, raza bazei mici egală cu 15 cm și generatoarea egală cu 30 cm.

b) Aflați măsura unghiului dintre generatoarea trunchiului de con și planul bazei mari.

c) Calculați volumul conului din care provine trunchiul de con.

d) Calculați măsura unghiului sectorului de cerc care reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a conului din care provine trunchiul.

Varianta 26

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $111 - 98$ este egal cu
2. Media geometrică a numerelor 4 și 25 este egală cu
3. Dintre numerele $\frac{1}{2}$ și $\frac{1}{3}$ mai mic este numărul
4. Soluția reală a ecuației $2 \cdot x = -12$ este egală cu
5. Dacă șapte caiete costă 63 lei, atunci un caiet costă ... lei.
6. Perimetrul unui hexagon regulat $ABCDEF$ cu $AB = 4$ cm este egal cu ... cm.
7. Rombul $ABCD$ are $BD = 6$ cm și $AB = 5$ cm. Diagonala AC are lungimea egală cu ... cm.
8. Aria sferei de rază 5 cm este egală cu ... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $\sqrt{5^2 - 4^2} \cdot \sqrt{5^2 \cdot 4^2}$ se obține:
 A. -75 B. 20 C. 60 D. 1
10. Știind că $x - y = 1$, valoarea expresiei $(x - y) \cdot (x + y) - 2y$ este egală cu:
 A. -1 B. 1 C. $1 - 2y$ D. -2
11. Punctul M este mijlocul ipotenuzei BC a triunghiului dreptunghic ABC . Dacă $AM = AB = 4$ cm, atunci măsura unghiului AMC este egală cu:
 A. 60° B. 90° C. 120° D. 150°
12. Fie pătratul $ABCD$ și punctul M mijlocul laturii AB . Dacă $AB = 4$ cm, atunci aria patrulaterului $MBCD$ este egală cu:
 A. 12 cm^2 B. 8 cm^2 C. 24 cm^2 D. 16 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie mulțimea $A = \{\overline{abc} \mid \overline{abc} = a + 10b + 100c, \text{ unde } a, b, c \text{ sunt cifre în baza } 10\}$.
- Arătați că $a = c$.
 - Care este probabilitatea ca alegând la întâmplare un element din mulțimea A acesta să fie divizibil cu 5?
14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = mx + n$, cu m și n numere reale. Punctele $A(2; m)$ și $B(3; 6)$ aparțin reprezentării grafice a funcției f .
- Arătați că $m = 3$ și $n = -3$.
 - Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Fie punctele $C(1; f(1))$, $D(0; f(0))$. Aflați coordonatele punctului E , din plan, astfel încât punctul $O(0; 0)$ să fie centrul de greutate al triunghiului CDE .
15. a) Desenați un con circular drept.
 Un con circular drept are raza bazei de 8 cm. Desfășurarea suprafeței laterale a conului este un sector de cerc corespunzător unui arc de cerc de măsură 240° .
- Arătați că generatoarea conului are lungimea de 12 cm.
 - Calculați volumul conului circular drept.
 - Calculați lungimea razei cercului circumscris triunghiului care reprezintă o secțiune axială a conului.

Varianta 27

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $5 \cdot 8 + 2$ este egal cu
2. Simplificând fracția $\frac{21}{24}$ se obține fracția ireductibilă
3. Un elev sosește la școală la ora 12 și 30 de minute. Până la ora 13, elevul mai are de așteptat ... minute.
4. Alegând la întâmplare o cifră a numărului 349215, probabilitatea ca aceasta să reprezinte un număr par este egală cu
5. În triunghiul ABC , măsura unghiului A este 92° . Suma măsurilor unghiurilor B și C este egală cu ...°.
6. Linia mijlocie a unui trapez are 16 m. Suma lungimilor bazelor trapezului este egală cu ... m.
7. Un cilindru circular drept are generatoarea de 7 cm și raza bazei de 3 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 3 cm, 4 cm, 5 cm. Volumul paralelipipedului este egal cu ... cm^3 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Într-un garaj se află cel puțin o motocicletă și cel puțin un autoturism. În total, ele au 48 de roți. Numărul autoturismelor nu poate fi mai mare de:
A. 11 B. 9 C. 10 D. 8
10. Ecuația $x^2 - mx + m - 1 = 0$ are o singură soluție pentru m egal cu:
A. -2 B. 1 C. -1 D. 2
11. Raza cercului circumscris unui pătrat este de 4 cm. Calculând perimetrul pătratului se obține:
A. 32 cm. B. $16\sqrt{2}$ cm. C. $18\sqrt{2}$ cm. D. 16 cm.
12. Măsura unghiului A din triunghiul ABC este 45° , iar $AB = 6$ cm și $AC = 10$ cm. Calculând aria triunghiului ABC , se obține:
A. $30\sqrt{2} \text{ cm}^2$ B. $15\sqrt{2} \text{ cm}^2$ C. $12\sqrt{2} \text{ cm}^2$ D. $16\sqrt{2} \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Arătați că $2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} = 2^{51} - 1$.
 b) Un elev citește în prima zi a vacanței o pagină de carte. Apoi citește în fiecare zi un număr dublu de pagini față de ziua precedentă. După câte zile a citit elevul 1023 de pagini?
14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$.
 a) Demonstrați că este adevărată egalitatea: $f(3) + f(7) = 2 \cdot f(5)$.
 b) Determinați funcția f , știind că punctele $A(0; \sqrt{3})$ și $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{2}\right)$ se găsesc pe graficul funcției f .
 c) Pentru $a = \sqrt{3} - 2$ și $b = \sqrt{3}$, rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \leq 2$.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
 Piramida triunghiulară regulată $VABC$ cu baza ABC , are $AB = VA = 6$ cm.
 b) Demonstrați că muchiile VA și BC sunt perpendiculare.
 c) Calculați volumul piramidei $VABC$.
 d) Calculați distanța de la centrul de greutate al triunghiului VAB la planul (ABC) .

Varianta 28

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

1. Rezultatul calculului $104 : 8$ este egal cu
2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 6 și 9 este egal cu
3. Calculând 35 % din 60 se obține numărul....
4. Dintre numerele 1010 și 1101 mai mare este numărul....
5. Un unghi are măsura de 27° . Complementul acestui unghi are măsura egală cu ... $^\circ$.
6. Un pătrat are latura de 3 cm. Aria pătratului este egală cu ... cm^2 .
7. Un con circular drept are generatoarea de 13 cm și înălțimea de 12 cm. Raza bazei conului are lungimea egală cu ... cm.
8. Fie o piramidă triunghiulară regulată cu toate muchiile congruente. Dacă suma lungimilor muchiilor este 18 cm, atunci lungimea unei muchii este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimile A și B au fiecare câte 125 de elemente, iar mulțimea $A \cup B$ are 200 de elemente. Mulțimea $A \cap B$ are un număr de:
 A. 25 elemente B. 75 elemente C. 100 elemente D. 50 elemente
10. Soluția sistemului: $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + 2y = -3 \end{cases}$ este egală cu:
 A. $(-1; +2)$ B. $(+1; +2)$ C. $(-1; -2)$ D. $(+1; -2)$
11. Un triunghi dreptunghic are proiecțiile catetelor pe ipotenuză de 4 cm și 9 cm. Aria triunghiului este egală cu:
 A. 18 cm^2 B. 36 cm^2 C. 39 cm^2 D. 78 cm^2
12. O coardă a unui cerc cu raza de 10 cm are lungimea egală cu 16 cm. Distanța de la centrul cercului la coardă este egală cu:
 A. 6 cm B. 8 cm C. 3 cm D. 4 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Mai mulți copii vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare participă cu câte 20 de lei nu ajung 5 lei. Dacă fiecare participă cu câte 30 de lei sunt în plus 25 de lei.
 a) Câți copii vor să cumpere obiectul?
 b) Câți lei costă obiectul?

14. Punctul $A\left(1; \frac{5}{2}\right)$ este comun graficelor funcțiilor $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + a$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = \frac{3}{2}x - b$.

- a) Determinați valorile numerelor reale a și b .
 b) Pentru $a = \frac{1}{2}$, calculați valoarea sumei $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.
 c) Dacă $a = \frac{1}{2}$ și $b = -1$, rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $f(x) \leq 2 \cdot g(x) + 1$.
 15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral. $ABCA'B'C'$ este o prismă dreaptă cu baza ABC triunghi echilateral. Volumul prisme este egal cu $54\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Muchiile AB și BB' sunt congruente, iar punctul M este mijlocul laturii AB .
 b) Arătați că $AB = 6 \text{ cm}$.
 c) Arătați că planele (MCB') și (ABB') sunt perpendiculare.
 d) Calculați distanța de la punctul B la planul (MCB') .

Varianta 29

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Dintre numerele 17 și 8 cel divizibil cu 2 este egal cu....
2. Produsul numerelor 37 și 7 este egal cu....
3. Fie mulțimile $A = \{1, 2, 3\}$ și $B = \{3, 4, 5\}$. Mulțimea $A \cap B = \{...\}$.
4. Dintre numerele $a = 1,234$ și $b = 1,237$ mai mic este numărul....
5. $3 \text{ kg} = \dots \text{ g}$.
6. Laturile unui dreptunghi au lungimile 8 cm și 5 cm. Aria dreptunghiului este egală cu $\dots \text{ cm}^2$.
7. Un con circular drept are raza de 10 cm, iar înălțimea de 6 cm. Volumul conului este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.
8. Aria totală a unui cub cu muchia de 2 cm este egală cu $\dots \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f: \{-1; -2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 3$. Calculând $f(-1) - f(-2) \cdot (-1 - 2)$ se obține:
 A. 5 B. -3 C. 1 D. -13
10. Soluțiile ecuației $x^2 - 5x + 6 = 0$ sunt în intervalul:
 A. $[-1; 2]$ B. $[3; +\infty)$ C. $[1; 4]$ D. $(2; 3)$
11. Pe un cerc de diametru AB se consideră un punct C . Calculând probabilitatea, ca alegând la întâmplare un unghi al triunghiului ABC , acesta să fie ascuțit se obține:
 A. 1 B. 0 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$
12. Rombul $ABCD$ are aria $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și măsura unghiului A de 60° . Lungimea diagonalei AC este egală cu:
 A. $3\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $6\sqrt{3} \text{ cm}$ C. 6 cm D. 12 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Valoarea raportului a două numere naturale este egală cu 0,64. Media aritmetică a celor două numere este egală cu 61,5.
 - a) Calculați cele două numere.
 - b) Calculați media geometrică a celor două numere.

14. a) Efectuați: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2}$.

b) Arătați că numărul $9n^2 + 6n + 1$ este pătrat perfect, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

c) Aflați valorile numerelor reale x și y pentru care expresia

$$E = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{9y^2 + 6y + 10} \text{ are valoare minimă.}$$

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

O piramidă patrulateră regulată $VABCD$, de bază $ABCD$, are $VA = 10$ cm. Fie punctul M mijlocul segmentului BC și $VM = 5\sqrt{3}$ cm.

b) Arătați că $AB = 10$ cm.

c) Calculați măsura unghiului format de dreapta VB cu planul bazei (ABC).

d) Fie punctul T situat pe segmentul DC astfel încât $VT + TM$ să aibă lungimea minimă. Calculați lungimea segmentului TC .

Varianta 30

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2,5 - 2,25$ este egal cu....

2. Fie mulțimea $A = \{0; 5; 2; 9; 4\}$. Cel mai mare element al mulțimii A este egal cu....

3. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $x + 5 \leq 7$ este intervalul....

4. Cel mai mare număr de forma $\overline{32x}$, scris în baza zece, divizibil cu 3 este egal cu....

5. Aria discului cu raza de 13 cm este egală cu... π cm².

6. Înălțimea unui triunghi echilateral cu latura de 12 cm are lungimea egală cu...cm.

7. Lungimea muchiei unui cub cu diagonala de $6\sqrt{3}$ cm este egală cu...cm.

8. Volumul unei piramide patrulateră regulate cu aria bazei de 16 cm² și înălțimea de 6 cm este egal cu ...cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numărul natural care este soluție a ecuației $x^2 + x - 6 = 0$ este egal cu:

A. 3

B. 6

C. 2

D. 4

10. Media geometrică a numerelor $a = \sqrt{10} - 3$ și $b = \sqrt{10} + 3$ este egală cu:

- A. $\sqrt{10}$ B. 1 C. 0 D. $\sqrt{7}$

11. În triunghiul ABC bisectoarele unghiurilor B și C se intersectează în punctul I . Dacă măsura unghiului BAC este de 70° , atunci măsura unghiului BIC este egală cu:

- A. 70° B. 125° C. 140° D. 110°

12. Perimetrul dreptunghiului cu aria de 144 cm^2 și lățimea de 9 cm este egal cu:

- A. 25 cm B. 64 cm C. 32 cm D. 50 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În două depozite există 2800 t marfă, respectiv 1300 t marfă. Din primul depozit se livrează 100 t marfă pe zi, iar din al doilea se livrează 25 t marfă pe zi.

- După câte zile, în cele două depozite, există cantități egale de marfă?
- După câte zile, cantitatea de marfă din primul depozit este dublă față de cea rămasă în cel de-al doilea depozit?

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a - 3)x + b + 1$, unde a și b sunt numere reale.

- Determinați numerele a și b știind că punctele $A(-2; 2)$ și $B(3; 2)$ aparțin graficului funcției.
- Pentru $a = 3$ și $b = 1$, trasați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Determinați punctele de pe graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2$, care au coordonate egale.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Într-un trunchi de con circular drept lungimea razei bazei mari, lungimea razei bazei mici și lungimea înălțimii sunt direct proporționale cu numerele 3; 2 și respectiv $\sqrt{3}$, iar generatoarea este de 8 cm.

- Arătați că raza bazei mari are lungimea egală cu 12 cm.
- Calculați aria laterală a trunchiului de con.
- Fie punctul S situat pe înălțimea OO' a trunchiului de con astfel încât volumul conului de vârf S și bază cercul de centru O' să fie egal cu volumul conului de vârf S și bază cercul de centru O . Calculați lungimea segmentului SO .

Varianta 31

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2007 - 1989$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 2,34$ și $b = 2,(3)$ este mai mare numărul
3. Media geometrică a numerelor 1 și 9 este egală cu
4. Câtul împărțirii cu rest a numărului 70 la 4 este egal cu
5. Un pătrat are perimetrul 48 cm. Latura pătratului are lungimea de ... cm.
6. Un cerc are aria $256\pi \text{ cm}^2$. Lungimea razei cercului este egală cu ... cm.
7. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$. Măsura unghiului dintre dreptele $A'B'$ și AC este egală cu ... °.
8. O piramidă triunghiulară regulată are toate fețele triunghiuri echilaterale. Aria unei fețe este egală cu $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezolvând inecuația $2x - 1 \leq 2$ se obține intervalul:

- A. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$ B. $\left[\frac{3}{2}; \infty\right)$ C. $\left(\frac{3}{2}; \infty\right)$ D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$

10. Mulțimea soluțiilor ecuației $2x^2 + 3x + 1 = 0$ este:

- A. $\{2; 1\}$ B. $\{-1; -2\}$ C. $\left\{\frac{1}{2}; 1\right\}$ D. $\left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$

11. Un hexagon regulat are latura de $2\sqrt{3} \text{ cm}$. Calculând aria hexagonului se obține:

- A. $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C. $18\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D. $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$

12. Un triunghi dreptunghic isoscel are ipotenuza de 2 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu:

- A. 6 cm B. $2(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}$ C. $\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}$ D. 4 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un automobil a parcurs o distanță în trei zile astfel: în prima zi a parcurs 35% din drum, în a doua zi a parcurs 20% din distanța rămasă, iar în a treia zi restul de 624 km.
- a) Câți km are întreaga distanță?
 - b) Câți km a parcurs în a doua zi?

14. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3-x}{2}$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = (1-m)x + 3m$.
- Arătați că $n = f(\sqrt{5}-5) - f(\sqrt{5}-3)$ este un număr natural.
 - Determinați numărul real m pentru care punctul $D(-5; -1)$ aparține graficului funcției g .
 - Pentru $m = \frac{1}{2}$, arătați că $|f(x)| + |g(x)| \geq 3$, oricare ar fi numărul real x .
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.
În prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC avem $BA' \cap AB' = \{O\}$, $BC' \cap CB' = \{O'\}$, înălțimea $AA' = 6$ cm și latura bazei ABC este $AB = 8$ cm.
- Demonstrați că dreptele OO' și BB' sunt perpendiculare.
 - Calculați distanța de la punctul B la dreapta OO' .
 - Calculați valoarea sinusului unghiului dintre planele $(B'AC)$ și $(BA'C')$.

Varianta 32

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $(25-4):7$ este egal cu
- Fie mulțimile $A = \{0; 2; 3\}$, $B = \{1; a; 3\}$ și $A \cap B = \{2; 3\}$. Valoarea numărului a este egală cu
- Cel mai mic multiplu comun al numerelor 4 și 6 este egal cu
- Cele 800 de cărți ale unei biblioteci școlare se așază câte 50 pe fiecare raft. Numărul total de rafturi este egal cu
- Unghiul format de bisectoarele a două unghiuri adiacente suplimentare are măsura egală cu ...°.
- Un romb cu perimetrul de 48 cm are latura de lungime egală cu ... cm.
- Fiecare muchie a unei piramide triunghiulare regulate are lungimea egală cu 10 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm².
- Volumul unui cub cu latura de 6 cm este egal cu ... cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând mulțimea soluțiilor ecuației $(x+2)^2 - 3 \cdot (x-1) - 9 = 0$ se obține:

- A. $\{1\}$ B. $\{-1; -2\}$ C. $\{1; -2\}$ D. $\{1; 2\}$

10. Calculând $\frac{\sqrt{3}-3}{2} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$, se obține:

- A. 0 B. -2 C. $\sqrt{3}$ D. -1

11. Punctele A, B, C , sunt situate în această ordine pe un cerc, astfel încât măsura arcului AB este egală cu 110° și măsura arcului BC este egală cu 80° . Calculând măsura unghiului ascuțit ABC , se obține:

- A. 95° B. 85° C. 30° D. 55°

12. Un dreptunghi $ABCD$ are $AB = 5$ cm și $BC = 15$ cm. Calculând distanța de la punctul A la diagonala BD , se obține:

- A. 37,5 cm B. 10 cm C. $1,5\sqrt{10}$ cm D. $2,5\sqrt{10}$ cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Răspunzând la toate cele 100 de întrebări ale unui test, un elev a obținut 340 de puncte. Pentru un răspuns corect s-au acordat 5 puncte, iar pentru unul greșit s-au scăzut 3 puncte.

- Câte răspunsuri corecte a dat elevul?
- Care este minimum de răspunsuri corecte pe care ar fi trebuit să le dea elevul pentru a depăși 450 de puncte?

14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (a+1) \cdot x + 5$, unde a este număr real.

- Aflați valorile numărului a pentru care punctul $A(a; 25)$ aparține graficului funcției f .
- Pentru $a = 4$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Pentru $a = 4$, punctul $M(m; n)$ aparține graficului funcției f . Determinați coordonatele punctului M știind că $5 \cdot |m| = |n|$.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Lungimile razelor unui trunchi de con circular drept sunt direct proporționale cu numerele 2 și 3, iar generatoarea trunchiului de con, de lungime egală cu $10\sqrt{2}$ cm, face cu planul bazei mari un unghi de 45° .

- Arătați că raza bazei mari are lungimea de 30 cm.
- Calculați aria totală a trunchiului de con.

- d) Un vas în formă de trunchi de con circular drept are dimensiunile anterioare. Verificați dacă încap 20 de litri de apă în acest vas.

Varianta 33

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $10 : 2 + 2$ este egal cu
2. Soluția ecuației $5x + 2 = 17$ este egală cu
3. Media geometrică a numerelor 2 și 8 este egală cu
4. Probabilitatea ca alegând, la întâmplare, un număr din mulțimea $A = \{3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, acesta să fie număr impar este egală cu
5. Un romb are latura de 10 mm. Perimetrul rombului este egal cu ... mm.
6. Aria unui trapez care are înălțimea de 6 cm și bazele de 4 cm, respectiv de 12 cm este egală cu ... cm².
7. Volumul unei sfere este de 36π cm³. Raza sferei are lungimea egală cu ... cm.
8. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile congruente, fiecare având lungimea de 6 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dintre funcțiile definite pe $\mathbf{R}$ cu valori în $\mathbf{R}$, cea care conține punctul $A(-1; 1)$ este
 A. $f(x) = x + 2$ B. $f(x) = 2x - 1$ C. $f(x) = 2x + 1$ D. $f(x) = -x + 2$
10. Enumerând elementele mulțimii $X = \{x \in \mathbf{N}^* / 5x + 8 \leq 33\}$ se obține:
 A. $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ B. $X = \{1; 2; 3; 4\}$
 C. $X = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ D. $X = \{1; 2; 3; 4; 5\}$
11. În triunghiul ABC , punctele M și N aparțin laturilor AB , respectiv AC . Dreapta MN este paralelă cu dreapta BC , $AB = 8$ cm, $AC = 12$ cm și $AM = 6$ cm. Calculând lungimea segmentului NC se obține:
 A. 2 cm B. 9 cm C. 3 cm D. 6 cm
12. Calculând măsurile a două unghiuri suplimentare congruente se obține:
 A. 45° și 45° B. 180° și 180° C. 60° și 60° D. 90° și 90°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Dacă într-o sală de clasă se așază câte un elev într-o bancă, rămân 6 elevi în picioare. Dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, iar într-o bancă se așază unul singur, rămân 4 bănci libere.

- Câte bănci sunt în clasă?
- Câți elevi sunt în clasă?

14. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} - 1 \right) : \left(\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x^2 - 9} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -3; \frac{1}{2}; 3 \right\}$.

- Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = 0$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -3; \frac{1}{2}; 3 \right\}$.
- Arătați că $E(x) = \frac{5}{2x-1}$.
- Determinați valorile întregi ale lui a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.

Suma tuturor muchiilor unui paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 60 cm, iar lungimea diagonalei $AC' = 9$ cm.

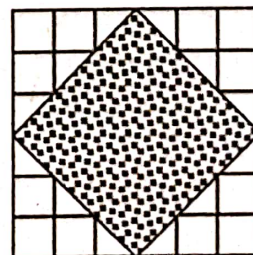
- Calculați aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$.
- Știind că $AB = BC = 4$ cm, calculați perimetrul dreptunghiului $ACC' A'$.
- Știind că $A' C' \cap B' D' = \{O'\}$ și că $AB = BC = 4$ cm, calculați valoarea tangentei unghiului format de dreapta $O' A$ cu planul (DBB') .

Varianta 34

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $6 + 2 \cdot 3$ este egal cu
- Un număr pozitiv mai mic decât 0,16 este numărul
- Media aritmetică a numerelor 26 și 18 este egală cu
- Numărul care reprezintă 20% din 1020 este egal cu
- Suma măsurilor unghiurilor alăturate într-un paralelogram este egală cu... °.
- Dacă un pătrățel are latura de 1 cm, atunci suprafața acoperită cu puncte, din figura alăturată, are perimetrul egal cu ... cm.



7. Un cilindru circular drept are diametrul bazei de 10 cm și înălțimea de 4 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile de 3 cm, 4 cm, 12 cm. Volumul paralelipipedului este egal cu ... cm^3 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezultatul calculului $(\sqrt{3} + 1)(1 - \sqrt{3}) + 6$ este egal cu:
 A. 4 B. 8 C. -12 D. 12
10. Fie expresia $E(a) = \sqrt{(a-3)^2} + |a-1| + 2 \cdot |-a|$. Efectuând calculele, pentru $a = 1$, se obține:
 A. -4 B. 0 C. 4 D. 2
11. Considerăm unghiurile AOB , BOC și COD . Dacă $[OC]$ este bisectoarea unghiului AOD , $[OB]$ este bisectoarea unghiului AOC și măsura unghiului COB este de 15° , atunci măsura unghiului AOD este:
 A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°
12. În triunghiul dreptunghic MNP ipotenuza MN este de 6 cm și măsura unghiului NMP este de 60° . Lungimea segmentului MP este egală cu:
 A. $2\sqrt{3} \text{ cm}$ B. 3 cm C. $3\sqrt{3} \text{ cm}$ D. $3\sqrt{2} \text{ cm}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu 6 și respectiv 3, iar numerele b și c sunt invers proporționale cu numerele $0, (3)$ și respectiv $0,1(6)$.
- a) Transformați numerele $0, (3)$ și $0,1(6)$ în fracții ireductibile.
- b) Aflați numerele a , b și c știind că $a^2 + b^2 + c^2 = 81$.
14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{3}x - 2$.
- a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- b) Determinați valoarea numărului real m știind că punctul $A(m; 2)$ se află pe graficul funcției f .
- c) Calculați valoarea expresiei $f(b) - f(a) + 2 \cdot f\left(\frac{a-b}{2}\right)$, unde a și b sunt numere reale.

15. a) Desenați un cub.

Muchia cubului $ABCD A' B' C' D'$ este $AB = 4$ cm. Punctele M și N se află pe muchiile DD' , respectiv BB' astfel încât $MD' = BN = 1$ cm.

- b) Calculați aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACD'B'$.
- c) Calculați lungimea segmentului MN .
- d) Calculați aria triunghiului AMN .

Varianta 35

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $16 : 2$ este egal cu
2. 64 este pătratul numărului natural
3. Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18 este egal cu
4. Fie mulțimile $A = \{1; 2\}$ și $B = \{2; 3\}$. Mulțimea $A \cap B = \{...\}$.
5. Într-un triunghi ABC liniile mijlocii au lungimile de 3 cm, 5 cm și 6 cm.
Perimetrul triunghiului ABC este egal cu ... cm.
6. Latura unui pătrat este de 5 cm. Diagonala pătratului are lungimea egală cu ... cm.
7. Aria laterală a unui cilindru circular drept care are raza de 3 cm și înălțimea de 4 cm este egală cu... $\pi \text{ cm}^2$.
8. O piramidă patrulateră regulată are muchia bazei de 2 cm și înălțimea de 9 cm.
Volumul piramidei este egal cu ... cm^3 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $2\sqrt{3} - 3\sqrt{12} + \sqrt{27}$ se obține:
A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
10. Prin simplificarea raportului $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$ cu $x + 3$ se obține:
A. $\frac{x-3}{x+3}$ B. $-\frac{1}{6x}$ C. $\frac{x-9}{x+9}$ D. $-6x$
11. Lungimea unui dreptunghi este cu 7 cm mai mare decât lățimea. Perimetrul dreptunghiului este egal cu 50 cm. Lungimea dreptunghiului este de :
A. 9 cm B. 13 cm C. 18 cm D. 16 cm

12. Calculând $2 \cdot \cos 30^\circ + 2\sqrt{3} \cdot \sin 60^\circ$ se obține:

A. 2

B. 0

C. $\sqrt{3} - 1$

D. $\sqrt{3} + 3$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Prețul unui obiect s-a majorat cu 15%. La un interval de timp noul preț s-a micșorat cu 15%. După aceste modificări prețul obiectului este de 195,5 lei.

a) Care a fost prețul inițial al obiectului?

b) Care a fost prețul obiectului după majorare?

14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (2 - \sqrt{5})x + \sqrt{5}$.

a) Arătați că punctul $A(1; 2)$ aparține graficului funcției f .

b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația $f(x) - 2 \geq 0$.

c) Determinați numerele raționale a și b pentru care punctul $M(a; b + b\sqrt{5})$ aparține graficului funcției f .

15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.

Fie $ABCD A' B' C' D'$ un paralelipiped dreptunghic care are $AB = 6\sqrt{2}$ cm, $BC = 6$ cm și măsura unghiului $BA'C$ egală cu 30° .

b) Arătați că $AA' = 6$ cm.

c) Calculați aria totală a paralelipipedului.

d) Aflați distanța de la centrul feței $(BCC'B')$ la planul $(A'BC)$.

Varianta 36

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $1,28 + 15,22$ este egal cu

2. Soluția ecuației $x + 7 = 3$ este numărul....

3. Din vânzarea a 350 kg de roșii, de același fel, se obțin 700 lei. Prețul unui kilogram de roșii este egal cu...lei.

4. Calculând 80% din 35 km se obțin ... km.

5. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu...°.

6. Perimetrul dreptunghiului care are lungimea de 8 cm și lățimea de 6 cm este egal cu ... cm.

7. Aria totală a unui cub este egală cu 150 cm^2 . Aria unei fețe a cubului este egală cu... cm^2 .

8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile egale cu 2 cm, 3 cm și $2\sqrt{3}$ cm. Diagonala paralelipipedului are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $|2 - \sqrt{5}| - (2 + \sqrt{5})$ se obține:

- A. $-2\sqrt{5}$ B. 0 C. $-4 + 2\sqrt{5}$ D. -4

10. Așezând în ordine crescătoare elementele mulțimii $A = \{2\sqrt{5}; 4; 3\sqrt{2}\}$ se obține ordinea:

- A. $2\sqrt{5}; 3\sqrt{2}; 4$ B. $4; 3\sqrt{2}; 2\sqrt{5}$ C. $4; 2\sqrt{5}; 3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{5}; 4; 3\sqrt{2}$

11. În cercul cu raza de 6 cm se înscrie un triunghi dreptunghic isoscel. Aria triunghiului este egală cu:

- A. 9 cm^2 B. 18 cm^2 C. 36 cm^2 D. 72 cm^2

12. Un triunghi oarecare MNP are $MN = 3\sqrt{10}$ m și înălțimea $MA = 9$ m cu $A \in NP$. Perpendiculara în M pe MN intersectează dreapta NP în B . Lungimea segmentului AB este egală cu:

- A. 9 m B. 27 m C. 21 m D. 20 m

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-un lift care poate transporta cel mult 240 kg, sunt trei persoane care cântăresc 42 kg, 85 kg, 68 kg și trei pachete identice, cu masele egale.

- a) Aflați cât cântăresc cele trei persoane împreună.
b) Aflați cât poate cântări un pachet pentru ca transportul să fie posibil.

14. Fie expresia $E(x) = (x+3)^2 + 2(x-4)(x+3) + (x-4)^2$, cu $x \in \mathbb{R}$.

- a) Arătați că $E(x) = (2x-1)^2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$.
b) Calculați $E(\sqrt{2}) \cdot E(-\sqrt{2})$.
c) Calculați numărul real a pentru care $E(a)$ are cea mai mică valoare posibilă.

15. a) Desenați un con circular drept.

Un con circular drept are generatoarea de lungime 12 cm, iar înălțimea de lungime 6 cm.

- b) Calculați aria totală a conului.
c) Calculați măsura unghiului determinat de generatoarea conului și planul bazei conului.
d) O vază pentru flori în formă de con circular drept are dimensiunile conului de mai sus. Aflați dacă încapă o jumătate de litru de apă în această vază.

Varianta 37

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $6 + 15 : 3$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 4,2$ și $b = 4,12$ mai mare este numărul
3. Fie mulțimea $A = \{x \in \mathbf{R} / 3 \leq x \leq 7\}$. Scrieți sub formă de interval mulțimea $A = \dots$
4. Un multiplu al numărului 7 este egal cu
5. Fie șirul de numere: 0; 1; 4; 9; 16; 25; ... Următorul termen al șirului este numărul....
6. Un triunghi dreptunghic are catetele de lungimi 6 cm și 8 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu ... cm.
7. Un cilindru circular drept cu raza de 4 cm și înălțimea de 6 cm are volumul egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Lungimea muchiei unui cub este egală cu 5 cm. Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie raportul $F(x) = \frac{1 - 2x^2}{x^2 + 1}$. Calculând $F(\sqrt{2})$ se obține:

A. $\frac{5}{3}$

B. -5

C. -1

D. $\frac{1 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$

10. Calculând un sfert din numărul 2^{48} se obține:

A. 2^{24}

B. 2^{12}

C. 2^{44}

D. 2^{46}

11. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C, D în această ordine, astfel încât

$AB = 7 \text{ cm}$, $AC = 28 \text{ cm}$ și $AD = 2 \cdot AC$. Calculând lungimea segmentului BD se obține:

A. 63 cm

B. 49 cm

C. 28 cm

D. 56 cm

12. Într-un trapez lungimea bazei mari este egală cu 24 cm, iar lungimea liniei mijlocii este egală cu 18 cm. Calculând lungimea bazei mici se obține:

A. 21 cm

B. 18 cm

C. 14 cm

D. 12 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. La faza de selecție a unui concurs s-au prezentat de două ori mai multe fete decât băieți. După derularea acestei faze numărul fetelor a scăzut cu 30, iar numărul băieților a scăzut cu 6 astfel încât numărul fetelor și numărul băieților promovați în faza finală a devenit egal.
- Câte fete s-au prezentat la faza de selecție a concursului?
 - Cât la sută din numărul participanților la concurs a promovat în faza finală?
14. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(-5;0)$, $B(5;0)$ și $C(0;12)$.
- Reprezentați cele trei puncte în sistemul de axe perpendiculare xOy .
 - Calculați aria triunghiului ABC .
 - Determinați funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$ care are ca reprezentare grafică dreapta AC .
15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.
Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ în care laturile bazei $ABCD$ sunt $AB = 30$ cm și $AD = 40$ cm, are înălțimea $AA' = 24$ cm.
- Calculați aria laterală a paralelipipedului.
 - Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BC .
 - Calculați măsura unghiului format de planele (ACD) și (ACD') .

Varianta 38

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $5 \cdot 4 - 2$ este egal cu
- Media aritmetică a numerelor 27 și 13 este egală cu....
- Calculând 20% din 360 se obține numărul
- Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Valoarea funcției f pentru $x = 4$ este egală cu....
- Două ore și jumătate sunt egale cu ... minute.
- Un triunghi echilateral are latura de 6 cm. Aria triunghiului este egală cu ... cm^2 .
- Diagonala unui cub are lungimea de $4\sqrt{3}$ cm. Aria laterală a cubului este egală cu ... cm^2 .
- Un cilindru circular drept are raza de 5 cm și înălțimea de 8 cm. Volumul cilindrului este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. M_3 , M_2 și M_5 reprezintă mulțimile multiplilor numerelor 3, 2 și respectiv 5. Cel mai mic număr diferit de zero din mulțimea $M_3 \cap M_2 \cap M_5$ este egal cu:
 A. 15 B. 10 C. 30 D. 6
10. Suma vârstelor a doi frați este 31. Calculând numărul de ani peste care suma vârstelor va fi 39 se obține:
 A. 9 ani B. 8 ani C. 2 ani D. 4 ani
11. Aria paralelogramului $ABCD$ este 72 cm^2 . Fie M, N, P, Q mijloacele laturilor paralelogramului. Calculând aria patrulaterului $MNPQ$ se obține:
 A. 18 cm^2 B. 24 cm^2 C. 36 cm^2 D. 12 cm^2
12. Un trapez isoscel $ABCD$ are bazele $AB = 12 \text{ cm}$ și $CD = 6 \text{ cm}$, iar măsura unghiului DAB este de 60° . Calculând perimetrul trapezului se obține:
 A. 30 cm B. $18 + 12\sqrt{3} \text{ cm}$ C. 24 cm D. 42 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Tudor a cumpărat 5 trandafiri albi și 5 trandafiri roșii din care vrea să facă două buchete din câte 5 trandafiri, unul pentru mama sa și unul pentru bunica sa.
 a) Aflați în câte moduri poate să alcătuiască buchetele.
 b) Mamei îi plac foarte mult trandafirii roșii. Aflați probabilitatea ca ea să primească un buchet cu cel puțin 3 trandafiri roșii din toate aranjamentele posibile.
14. Fie expresia: $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} : \left(\frac{x+3}{4x-4} - \frac{1}{x-1} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{x+1} \right)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
 a) Arătați că $E(x) = \frac{4x}{x^2+1}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.
 b) Determinați valorile reale ale numărului x pentru care $E(x) \cdot (x^2+1) \leq 1$.
 c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care $E(a)$ este număr întreg.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
 Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are toate muchiile congruente și $AB = 12 \text{ cm}$. Fie M un punct pe muchia VA astfel încât $VA = 4 \cdot VM$ și punctul N mijlocul muchiei BC .
 b) Arătați că triunghiul MAN este isoscel.
 c) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $VABC$.
 d) Aflați valoarea sinusului unghiului dintre planele (MBC) și (ABC) .

Varianta 39

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $10 - 2 \cdot 3$ este egal cu
2. Cel mai mare număr natural scris în baza zece, cu patru cifre, diferite două câte două, este egal cu
3. Restul împărțirii numărului 26 la 3 este egal cu
4. Rădăcina pătrată a numărului 81 este egală cu....
5. Mulțimea soluțiilor inecuației $2x > 6$ este intervalul....
6. Fie A, B, C trei puncte coliniare în această ordine, astfel încât $AB = 3$ cm și $AC = 8$ cm. Lungimea segmentului BC este egală cu ... cm.
7. Diagonala unui cub cu latura de 12 cm are lungimea egală cu ... cm.
8. Volumul unui cilindru circular drept cu raza de 3 dm și înălțimea de 7 dm este egal cu $... \pi \text{ dm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $x^2 + 2x - 8 = 0$ este egală cu:
A. $\{-4; -2\}$ B. $\{4; -2\}$ C. $\{4; 2\}$ D. $\{-4; 2\}$
10. Fie mulțimea $A = \{5; 1; 3; 0\}$. Cea mai mică diferență între două elemente ale mulțimii A este egală cu:
A. -5 B. -8 C. -2 D. -3
11. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv BC ale pătratului $ABCD$ care are latura de 6 cm. Aria triunghiului MND este egală cu:
A. $12,5 \text{ cm}^2$ B. 18 cm^2 C. $13,5 \text{ cm}^2$ D. 13 cm^2
12. Fie patrulaterul convex $ABCD$ cu diagonalele de 12 cm și 16 cm, iar M, N, P, Q mijloacele laturilor AB, BC, CD , respectiv AD . Perimetrul patrulaterului $MNPQ$ este egal cu:
A. 16 cm B. 56 cm C. 14 cm D. 28 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un obiect costă 250 de lei. După două scumpiri succesive, prețul obiectului crește cu 80 de lei față de prețul inițial. Prima scumpire este de 10% din prețul inițial.
 - a) Determinați prețul obiectului după prima scumpire.
 - b) Calculați procentul de modificare a prețului la a doua scumpire.

14. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3 - 2x$.

a) Reprezentați graficul funcțiilor f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Calculați aria patrulaterului format de dreptele care reprezintă graficele celor două funcții și axele de coordonate Ox și Oy .

c) Determinați valorile întregi ale numărului a pentru care raportul $\frac{f(a)}{g(a)}$

reprezintă un număr întreg.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu baza $ABCD$. Latura bazei este egală cu $12\sqrt{3}$ cm și apotema piramidei este egală cu 12 cm.

b) Calculați volumul piramidei $VABCD$.

c) Aflați măsura unghiului format de o față laterală cu planul bazei.

d) Se secționează piramida cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria laterală a trunchiului de piramidă obținut să fie 75% din aria laterală a piramidei inițiale. Aflați distanța de la planul bazei piramidei inițiale la planul de secțiune.

Variantă 40

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $7 \cdot 5 + 2$ este egal cu
2. Dintre numerele 8 și $\sqrt{7}$ natural este numărul ...
3. Din mulțimea $S = \{-2; -1; 0; 1\}$ o soluție a inecuației $2 \cdot x + 4 \geq 6$ este numărul
4. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - x$. Valoarea funcției f pentru $x = 4$ este egală cu
5. Raza unui cerc este de 7 cm. Lungimea cercului este egală cu ... π cm.
6. Lungimea diagonalei AC a pătratului $ABCD$, care are $AB = 3$ cm, este egală cu ... cm.
7. Prisma patrulateră dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza pătratul $ABCD$ are $AB = 1$ cm și $AA' = 2$ cm. Lungimea segmentului AC' este egală cu ... cm.
8. Aria totală a unui cub cu lungimea muchiei de 6 cm este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $b + c = 5$ și $b^2 - c^2 = 45$, atunci valoarea expresiei $5c - 5b$ este egală cu:

- A. -25 B. -45 C. 45 D. -200

10. Fie x un număr natural, $x > 1$. Dacă fracția $\frac{x}{6}$ nu se mai poate simplifica, atunci

fracția $\frac{5 \cdot x}{24}$ este:

- A. echiunitară B. subunitară C. supraunitară D. echivalentă cu fracția $\frac{5}{30}$

11. În triunghiul echilateral ABC , punctele M și P sunt mijloacele laturilor AB și respectiv AC . Dacă $AB = 4$ cm, atunci aria triunghiului BMP este egală cu:

- A. $2\sqrt{3}$ cm² B. 4 cm² C. $\sqrt{3}$ cm² D. 2 cm²

12. Fie rombul $ABCD$ și punctul E situat pe latura AB astfel încât unghiurile ACE și BCE să fie congruente. Măsura unghiului BEC este egală cu 15° . Măsura unghiului ABC este egală cu:

- A. 160° B. 15° C. 150° D. 90°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Se consideră numerele $x = 7n - 11 + 3 \cdot (-1)^{n+1}$ și $y = 7n + 18 - 3 \cdot (-1)^n$, unde n este număr întreg.

a) Pentru $n = 0$, calculați valoarea diferenței $x - y$.

b) Determinați numerele întregi n pentru care x divide y .

14. Fie ecuațiile $a \cdot x + 4 = 0$ și $6 \cdot x + b = 0$, unde a și b sunt numere reale diferite de zero.

a) Dacă numărul natural 3 este soluție a celor două ecuații, aflați numerele a și b .

b) Aflați valorile întregi ale numărului a pentru care soluția ecuației $a \cdot x + 4 = 0$ este număr natural.

c) Știind că cele două ecuații au aceeași soluție, calculați produsul numerelor a și b .

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

În piramida triunghiulară regulată $ABCD$ toate cele șase muchii sunt congruente.

Înălțimea piramidei este DO , punctul M este proiecția punctului O pe muchia

DB și $MC = 2\sqrt{7}$ cm.

b) Arătați că $AB = 6$ cm.

c) Determinați volumul piramidei triunghiulare regulate $ABCD$.

d) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreapta MC și planul (BOD) .

Varianta 41

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

1. Rezultatul calculului $4 + 2 \cdot 6$ este egal cu....
2. Înmulțind fracția $\frac{7}{8}$ cu numărul 3, se obține fracția....
3. Un elev sosește la școală la ora 12 și 40 de minute. Până la ora 13 mai are de așteptat ... minute.
4. Un comision de 20% din 1400 lei reprezintă ... lei.
5. În triunghiul ABC , mediatoarele laturilor AC și BC sunt perpendiculare. Unghiul ACB are măsura ...°.
6. În triunghiul ABC , vârful B se află la distanța de 5 cm față de mediana AM . Distanța de la punctul C la dreapta AM este egală cu ... cm.
7. Un con circular drept are înălțimea de 10 cm și raza bazei de 3 cm. Volumul conului este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.
8. O prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral are toate muchiile de 5 cm. Aria laterală a prisme este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Într-un garaj se află motociclete și autoturisme. În total sunt 34 de roți. Numărul autoturismelor nu poate fi mai mare de:
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
10. Efectuând calculul $\left(-\frac{1}{3}\right)^{30} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{32}$ se obține:
A. -9 B. 9 C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$
11. Raza cercului înscris unui triunghi echilateral este de 4 cm. Lungimea laturii triunghiului este egală cu:
A. $6\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $7\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $8\sqrt{3} \text{ cm}$ D. $9\sqrt{3} \text{ cm}$
12. Măsura unghiului A din triunghiul ABC este 60° , $AB = 6 \text{ cm}$ și $AC = 10 \text{ cm}$. Calculând lungimea laturii BC se obține:
A. $19\sqrt{2} \text{ cm}$ B. $17\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $2\sqrt{19} \text{ cm}$ D. $3\sqrt{34} \text{ cm}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Arătați că numărul $N = \frac{4 + 3\sqrt{2}}{2}$ se află în intervalul $(4; 3\sqrt{2})$.
 b) Determinați un număr irațional care aparține intervalului $(4; 3\sqrt{2})$ și care este de forma $\sqrt{n}$, cu n număr natural.
14. Rezolvați în mulțimea numerelor reale:
 a) ecuația: $2x^2 - 5x + 3 = 0$;
 b) ecuația: $\frac{x+1}{x-2} + \frac{x-2}{x+1} + 2 = 0$;
 c) inecuația: $\frac{x+2}{2} - \frac{x-3}{3} \geq 2$.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
 În piramida triunghiulară regulată $VABC$, cu baza ABC , avem $VA = 6$ cm și $AB = 6\sqrt{2}$ cm.
 b) Calculați volumul piramidei $VABC$.
 c) Demonstrați că muchiile VA și BC sunt perpendiculare.
 d) Punctul P este situat pe înălțimea VO la distanță egală de toate fețele piramidei. Calculați lungimea segmentului PO .

Varianta 42

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

1. Rezultatul calculului $2 \cdot 3 - 1$ este egal cu
2. Soluția ecuației $x - 4 = 6$ este egală cu
3. Dacă 4 pixuri costă 12 lei, atunci un pix costă ... lei.
4. Dintre numerele $a = 7,3$ și $b = 7,23$ mai mare este numărul
5. $2000 \text{ m}^2 = \dots \text{ ha}$.
6. Perimetrul unui dreptunghi care are lungimea de 20 cm și lățimea de 10 cm este egal cu ... cm.
7. Volumul unui con circular drept care are raza de 5 cm și înălțimea de 6 cm este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Latura unui cub este de 6 cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă 4 muncitori termină o lucrare în 12 ore, atunci 3 muncitori termină aceeași

lucrare în:

- A. 15 ore B. 9 ore C. 16 ore D. 10 ore

10. Dacă $\frac{a}{2} = \frac{15}{b}$, atunci valoarea numărului $N = ab - 20$ este egală cu:

- A. 30 B. 10 C. 0 D. 20

11. Fie triunghiul echilateral ABC cu latura de 6 cm. Raza cercului înscris în triunghiul ABC are lungimea egală cu:

- A. $6\sqrt{3}$ cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. $3\sqrt{3}$ cm D. $\sqrt{3}$ cm

12. Un trapez isoscel are linia mijlocie de 12 cm. Dacă lungimea unei laturi neparalele reprezintă o treime din lungimea liniei mijlocii, atunci perimetrul trapezului este egal cu:

- A. 20 cm B. 28 cm C. 30 cm D. 32 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o urnă sunt 4 bile albe și 8 bile roșii.

a) Dacă extragem la întâmplare o bilă din urnă, care este probabilitatea ca aceasta să fie albă?

b) Care este numărul minim de bile care trebuie extrase, una câte una, pentru a fi siguri că printre bilele extrase există cel puțin o bilă roșie?

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$. Graficul funcției conține punctele $A(1; 5)$ și $B(-2; -1)$.

a) Reprezentați grafic funcția f , într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Determinați valorile numerelor reale a și b .

c) Pentru $a = 2$ și $b = 3$, aflați valorile numerelor reale x pentru care $f(x)$ se află în intervalul $[-5; 6]$.

15. a) Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată.

Trunchiul de piramidă patrulateră regulată $ABCD A' B' C' D'$ are baza mare $ABCD$, valoarea tangentei unghiului $A'AC$ egală cu $\frac{3}{2}$, $AB = 12$ cm și $A'C' = 8\sqrt{2}$ cm.

b) Arătați că înălțimea trunchiului de piramidă are lungimea egală cu $3\sqrt{2}$ cm.

c) Calculați aria laterală a trunchiului de piramidă.

d) Fie P un punct situat pe muchia BB' . Calculați lungimea segmentului BP astfel încât aria triunghiului APC să fie minimă.

Varianta 43

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului 3^2 este egal cu....
2. Un divizor natural al numărului 8 este egal cu
3. Calculând 10% din 40 se obține
4. Dintre numerele $a = \frac{3}{5}$ și $b = \frac{2}{5}$ numărul mai mic este egal cu....
5. 3 dal = ...litri.
6. Un triunghi echilateral are latura egală cu 5 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu... cm.
7. O prismă dreaptă are baza un pătrat cu latura de 4 cm. Înălțimea prisme este de 10 cm. Volumul prisme este egal cu...cm³.
8. Un con circular drept are raza bazei de 3 cm, iar generatoarea de 5 cm. Aria laterală a conului este egală cu... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $3x^2 + x - 4 = 0$ este egală cu:

- A. $\left\{\frac{4}{3}; -1\right\}$ B. $\{3; -4\}$ C. $\{-3; 4\}$ D. $\left\{1; -\frac{4}{3}\right\}$

10. Numărul de elemente al mulțimii

$M = \{x = \overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ număr scris în baza zece, } a \neq b\}$ este egal cu:

- A. 82 B. 90 C. 89 D. 81

11. Într-un romb cu latura de 16 cm, un unghi ascuțit are măsura de 30° . Calculând distanța dintre două laturi opuse ale rombului se obține:

- A. 4 cm B. 8 cm C. $4\sqrt{3}$ cm D. $8\sqrt{3}$ cm

12. Pe un cerc de diametru AB se ia punctul S , diferit de A și de B . Dacă punctul R este diametral opus punctului S , atunci patrulaterul $ARBS$ este un:

- A. trapez oarecare B. dreptunghi
C. trapez dreptunghic D. trapez isoscel

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Trei numere naturale a, b, c sunt direct proporționale cu numerele 1, 2, respectiv 5.
- Calculați valoarea raportului dintre numerele a și c .
 - Media aritmetică a celor trei numere este egală cu 16. Notăm cu d cel mai mare divizor comun al celor trei numere. Aflați numărul natural k , pentru care $2^k < d < 2^{k+1}$.
14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x - 1$.
- Reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Aflați numărul real a pentru care punctul $C(|a|; 2a + 1)$ aparține graficului funcției f .
 - Arătați că numărul $s = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2007)$ este un pătrat perfect.
15. a) Desenați un cub.
În cubul $ABCD A' B' C' D'$ punctul M este mijlocul segmentului BC și $A'M = 9$ cm.
- Arătați că lungimea segmentului AB este de 6 cm.
 - Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $A' C' B D$.
 - Fie punctul N mijlocul segmentului $A' B'$. Demonstrați că dreapta $D' N$ este perpendiculară pe planul $(A A' M)$.

Varianta 44

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

- Numărul 36, descompus în factori primi este egal cu....
- Numărul real x , soluție a ecuației $2x + 1 = 3$, este egal cu....
- Cel mai mare număr natural mai mic sau egal cu $\sqrt{10}$ este egal cu....
- Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -2x + 3$. Valoarea funcției f pentru $x = -1$ este egală cu....
- Lungimea diagonalei unui dreptunghi care are laturile de 30 cm și 40 cm este egală cu...cm.
- Aria unui paralelogram $ABCD$ cu $AB = 6$ cm, $AD = 4$ cm și cu măsura unghiului DAB de 30° este egală cu...cm².
- Aria totală a unui cub cu muchia de 10 cm este egală cu...cm².
- Volumul sferei cu raza de 3 cm este egal cu... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Știind că $\frac{x}{3} = \frac{4}{y}$, atunci numărul $n = 2xy - 10$ este egal cu:

- A. 2 B. 4 C. 14 D. 24

10. Simplificând raportul $\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25}$ prin $x - 5$ se obține:

- A. $\frac{x+5}{x-5}$ B. $\frac{x-5}{x+5}$ C. $\frac{x-25}{x+5}$ D. 1

11. Fie A , B și C trei puncte coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 7$ cm și $BC = 9$ cm. Dacă punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului BC , atunci lungimea segmentului MN este egală cu:

- A. 8 cm B. 16 cm C. 11,5 cm D. 12,5 cm

12. În sistemul de axe perpendiculare xOy , simetricul punctului $A(-3;2)$ față de axa Oy este punctul:

- A. $A'(-3;-2)$ B. $A'(3;-2)$ C. $A'(3;2)$ D. $A'(0;2)$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un produs s-a scumpit cu 10% din prețul pe care l-a avut inițial. După un timp produsul s-a ieftinit cu 10% din noul preț, ajungând astfel să coste 247,5 lei.

a) Calculați prețul inițial al produsului.

b) Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului după cele două modificări?

14. a) Verificați dacă perechea de numere $(14;4)$ este soluție a ecuației $3x + 2y = 50$.

b) Rezolvați sistemul:
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y+4)^2 = (x+2)(x-2) + y^2 \\ 3x + 2y = 50 \end{cases}$$
, unde x și y sunt

numere reale.

c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația: $2x + 2 \leq \sqrt{5}x + \sqrt{5}$.

15. a) Desenați un cub.

În cubul $ABCD A' B' C' D'$, punctul M este mijlocul muchiei BC și $A'M = 12$ cm.

b) Arătați că $AB = 8$ cm.

c) Calculați valoarea tangentei unghiului format de diagonala BD' cu planul bazei (ABC) .

d) Calculați distanța de la punctul C la planul $(A'AM)$.

Varianta 45

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $765 - 432$ este egal cu
2. Cel mai mic număr impar format din două cifre diferite este
3. Împărțind numărul 4567 la 4 se obține restul
4. Soluția ecuației $x^2 = 0$ este numărul
5. Transformând numărul 2,25 în fracție ireductibilă se obține....
6. Laturile unui dreptunghi au lungimile 7 cm și 4 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
7. Volumul unui cilindru circular drept care are raza de 6 cm și înălțimea de 8 cm este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Un cub are muchia de 2 cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Calculând valoarea funcției pentru $x = 3$ se obține:
A. -1 B. 2 C. 5 D. 3
10. Fie expresia $(x - 4)(x + 4)$. Aplicând formula de calcul se obține:
A. $x^2 + 16$ B. $x^2 - 8$ C. $x^2 - 4$ D. $x^2 - 16$
11. Pe o dreaptă se consideră punctele A, B, C în această ordine, astfel încât $AC = 11 \text{ cm}$, $BC = 1 \text{ cm}$ și punctul M este mijlocul segmentului AB . Calculând lungimea segmentului MC se obține:
A. 5,5 cm B. 6 cm C. 4 cm D. 4,5 cm
12. Calculând $\frac{\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ}{\tan 45^\circ}$ se obține:
A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. 1 C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

III. (42 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un produs s-a scumpit cu 10% din prețul pe care l-a avut inițial. După un timp produsul s-a scumpit din nou cu 10% din noul preț, ajungând astfel să coste 13,31 lei.
a) Calculați prețul inițial al produsului.
b) Cu ce procent din prețul inițial s-a mărit prețul produsului după cele două scumpiri?

14. Fie punctele $A(5;3)$ și $B(2;0)$.

- Reprezentați într-un sistem de axe perpendiculare xOy punctele A și B .
- Fie punctul A' simetricul punctului A față de axa ordonatelor din sistemul de axe perpendiculare xOy . Calculați aria triunghiului ABA' .
- Calculați valoarea numărului real m știind că punctele A , B și $C(m;2m+1)$ sunt coliniare.

15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.

În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$, de bază $ABCD$, se cunosc următoarele lungimi: $BA' = 6$ cm, $CA' = 9$ cm și $DA' = 7$ cm.

- Demonstrați că dreptele $A'B$ și BC sunt perpendiculare.
- Calculați volumul paralelipipedului.
- Calculați valoarea sinusului unghiului format de planele $(A'BC)$ și $(B'AD)$.

Varianta 46

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $121:11$ este egal cu
- Numărul natural, scris în baza zece, de forma $\overline{17x}$, divizibil cu 10, este egal cu ...
- Valoarea numărului a din proporția $\frac{a}{6} = \frac{3}{2}$ este egală cu....
- Soluția ecuației $2x - 1 = 5$ este egală cu
- Triunghiul dreptunghic isoscel are un unghi ascuțit cu măsura de...°.
- Un cerc cu raza de 9 cm are lungimea egală cu ... π cm.
- Un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 4 cm, 5 cm și 12 cm are volumul egal cu ... cm^3 .
- O sferă cu raza de 10 cm are aria egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând media aritmetică a numerelor $a = 2 \cdot (3 + \sqrt{8})$ și $b = 6 - 4\sqrt{2}$, se obține:

- A. 2 B. $-\sqrt{6}$ C. 6 D. 12

10. Numărul $n = 3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2007$ are ultima cifră egală cu:
 A. 0 B. 5 C. 3 D. 7
11. Punctele A, B, C sunt puncte coliniare în această ordine astfel încât $AB = 10$ cm și $AC = 18$ cm. Dacă punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului BC , atunci lungimea segmentului MN este egală cu:
 A. 13 cm B. 14 cm C. 1 cm D. 9 cm
12. Două unghiuri adiacente au măsurile de 80° și respectiv 120° . Calculând măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri adiacente, se obține:
 A. 140° B. 100° C. 60° D. 20°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Trei frați au primit împreună 130 lei. După ce primul a cheltuit două treimi din partea sa, al doilea a cheltuit 75 % din partea sa, iar al treilea a cheltuit 40 % din partea sa, cei trei frați au rămas cu sume egale de bani.
 a) Ce sumă de bani a primit fiecare frate?
 b) Ce sumă de bani a cheltuit fiecare dintre frați?
14. Fie expresia $E(x) = (x+1)^2 + 2 \cdot (x-7) + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$.
 a) Arătați că $E(x) = (x-2) \cdot (x+6)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
 b) Calculați $E(-1)$.
 c) Arătați că $E(x) + 16 \geq 0$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.
15. a) Desenați un hexagon regulat $ABCDEF$. O prismă dreaptă are ca baze, hexagoanele regulate $ABCDEF$ și $A'B'C'D'E'F'$. Măsura unghiului $C'AC$ este de 45° , $AD \cap CF = \{O\}$ și $C'O = 6\sqrt{3}$ cm.
 b) Arătați că $AB = 3\sqrt{3}$ cm.
 c) Calculați aria totală a prisme.
 d) Calculați distanța de la punctul B la planul (ACC') .

Varianta 47

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $5 + 10 \cdot 5$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 3\sqrt{2}$ și $b = 2\sqrt{3}$ mai mare este numărul
3. 25% din 160 este egal cu
4. Fie mulțimile $A = \{9; 8; 7\}$ și $B = \{5; 6; 7\}$. Mulțimea $A - B$ este egală cu $\{\dots\}$.

5. Restul împărțirii numărului 532 la 6 este egal cu
6. $3 \text{ dm}^3 = \dots$ litri.
7. O sferă are raza de 3 cm. Volumul sferei este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Un cub are muchia de 10 cm. Aria totală a cubului este egală cu... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $\left(-\frac{x^2}{y^4}\right) : \left(-\frac{x^4}{y^2}\right)$, unde x și y sunt numere reale diferite de zero, se

obține:

- A. $\frac{x^2}{y^2}$ B. $\frac{1}{x^2 y^2}$ C. $\frac{y^2}{x^2}$ D. $x^2 y^2$

10. Calculând mulțimea soluțiilor ecuației $3(x-1) = x^2 - 1$, se obține:

- A. $\{-1; 2\}$ B. $\{2\}$ C. $\{1; -2\}$ D. $\{1; 2\}$

11. Un triunghi dreptunghic are catetele de lungimi 8 cm și 6 cm. Înălțimea corespunzătoare ipotenuzei are lungimea egală cu:

- A. 2,4 cm B. 4,8 cm C. 1,2 cm D. 9,8 cm

12. Triunghiul ABC este dreptunghic în A . Calculând $(\sin \hat{B})^2 + (\cos \hat{B})^2$, se obține:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{4}$

III. (42 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Doi muncitori încep o lucrare la ora 9 dimineața și o termină în aceeași zi la ora 14 și 30 de minute.

- a) La ce oră ar fi terminată lucrarea dacă la executarea ei ar participa 4 muncitori care ar începe lucrul la ora 8 dimineața?
- b) În cât timp execută lucrarea un singur muncitor?

14. Se consideră funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 0,5 \cdot x - 2$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = -2x + 3$.

- a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = g(x)$.
- b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy .
- c) Graficul funcției g intersectează axa Oy în punctul P . Calculați distanța de la punctul P la dreapta care reprezintă graficul funcției f .

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are $VA = 10$ cm și raza cercului circumscris bazei ABC de $4\sqrt{3}$ cm.

b) Arătați că $AB = 12$ cm.

c) Fie punctul E , mijlocul laturii AB . Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreptele VE și BC .

d) Calculați perimetrul minim al triunghiului MBC , unde punctul M aparține muchiei AV .

Varianta 48

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 3$ este egal cu
2. Numărul de două ori mai mic decât 3,24 este egal cu....
3. Scriem, la întâmplare, un număr natural diferit de zero, mai mic decât 10. Probabilitatea ca acesta să se dividă cu 3 este egală cu
4. Rezultatul calculului $\sqrt{18} - 2\sqrt{2}$ este egal cu
5. Diagonala unui pătrat cu latura de 4 cm are lungimea egală cu ...cm.
6. Un romb are diagonalele de 3 cm și de 16 cm. Aria rombului este egală cu ... cm^2 .
7. O prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral are muchia bazei de 6 cm și înălțimea de 5 cm. Aria laterală a prisme este egală cu... cm^2 .
8. Volumul cilindrului circular drept care are raza bazei de 6 cm și înălțimea de 8 cm este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $a = -0,75$, $b = -\frac{5}{6}$ și $c = -\frac{7}{8}$, atunci ordinea descrescătoare a numerelor a ,

b , c este:

- A. $c \geq b \geq a$ B. $b \geq c \geq a$ C. $c \geq a \geq b$ D. $a \geq b \geq c$

10. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2(\sqrt{3} - 1)$. Valoarea numărului $f(\sqrt{3} - 1)$

este egală cu:

- A. -4 B. 0 C. 1 D. -3

11. Un triunghi are laturile de 5 cm, 13 cm și 12 cm. Calculând aria triunghiului se obține:

- A. 30 cm^2 B. $32,5 \text{ cm}^2$ C. 60 cm^2 D. 78 cm^2

12. Triunghiul ABC are măsura unghiului A de 90° , $AB = 6$ cm și $BC = 10$ cm.
Rezultatul calculului $\sin \hat{B} + \tan \hat{B}$ este egal cu:

A. $\frac{32}{15}$ B. $\frac{31}{20}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{29}{15}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În trei depozite se află 600 tone de grâu. Dacă din primul depozit se transferă 20 tone în al doilea și 25 tone în al treilea, atunci în cele trei depozite se află cantități egale de grâu.

- a) Cu câte tone de grâu este mai mare cantitatea de grâu din al doilea depozit față de cantitatea de grâu din al treilea depozit?
b) Aflați câte tone de grâu se află în fiecare depozit.

14. Considerăm expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) : \frac{x^2+4}{x^2-x-2}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 2\}$.

- a) Arătați că $E(x) = \frac{x+1}{x+2}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 2\}$.
b) Determinați numerele întregi a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.
c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $2E(x) + E(0) = 3$.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

În piramida patrulateră regulată $ABCDE$, de bază $ABCD$, $AE = 4$ cm și măsura unghiului AEC este 120° . Notăm cu O intersecția dreptelor AC și BD .

- b) Arătați că $EO = 2$ cm.
c) Calculați aria totală a piramidei.
d) Printr-un punct F situat pe segmentul EO ducem un plan paralel cu planul bazei. Piramida mică, astfel formată are volumul 2 cm^3 . Calculați lungimea segmentului EF .

Varianta 49

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $9 \cdot 7$ este egal cu
2. O zi are un număr de ... ore.
3. Porțiunea hașurată din desen reprezintă fracția



4. Dacă $a = 5$, $b = -2$, atunci rezultatul calculului $2a - 3b$ este egal cu
5. Dacă diametrul unui cerc este de 12 cm, atunci raza cercului are lungimea egală cu ... cm.
6. Laturile unui dreptunghi au lungimile 2 cm și 6 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
7. O sferă are raza de lungime 3 cm. Volumul sferei este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Un cub are muchia de lungime 5 cm. Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie proporția $\frac{x-1}{4} = \frac{3}{2}$. Valoarea numărului x este egală cu:
 A. 5 B. 5,5 C. 6,5 D. 7
10. Punctul $A(m; m+11)$ aparține graficului funcției $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 3x - 1$ pentru m egal cu:
 A. -3 B. -5 C. 6 D. 5
11. În triunghiul ABC dreptunghic în A , notăm cu D piciorul înălțimii dusă pe ipotenuză. Dacă $BD = 10 \text{ cm}$ și $CD = 40 \text{ cm}$ atunci aria triunghiului este egală cu:
 A. 500 cm^2 B. 1000 cm^2 C. 250 cm^2 D. 750 cm^2
12. Paralelogramul $ABCD$ are aria de 56 cm^2 și $AB = 7 \text{ cm}$. Distanța de la punctul D la dreapta AB este de:
 A. 4 cm B. 8 cm C. 6 cm D. 3 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Se consideră numărul $A = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2007}$. Arătați că:
 a) A este număr natural par.
 b) A este divizibil cu 10.
14. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{5}{x-2} + \frac{2}{x+2} - \frac{6}{x^2-4} \right) : \left(\frac{x^2+4}{x^2-4} + 1 \right)$, unde $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$
 a) Arătați că $E(x) = \frac{7}{2x}$, pentru orice $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$.
 b) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = \frac{1}{\sqrt{5}-1} - \frac{1}{\sqrt{5}+1}$.
 c) Determinați numerele reale a pentru care $E(a) = \frac{1}{2}a + 3$.

15. a) Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată.

Bazele unui trunchi de piramidă patrulateră regulată sunt $ABCD$ și $A'B'C'D'$. Latura bazei mari este $AB = 16$ cm, latura bazei mici este $A'B' = 4$ cm și apotema trunchiului este de 9 cm.

b) Arătați că înălțimea trunchiului are lungime egală cu $3\sqrt{5}$ cm.

c) Calculați volumul piramidei din care provine trunchiul de piramidă.

d) Determinați valoarea sinusului unghiului dintre două fețe laterale opuse ale trunchiului de piramidă.

Varianta 50

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $360 : 20$ este egal cu
2. O emisiune TV începe la ora 17 și 35 minute și durează 25 minute. Emisiunea se termină la ora
3. Într-o turmă de 250 oi, 80% din ele sunt albe. Numărul oilor albe este egal cu
4. Un multiplu al numărului 8 este egal cu
5. Un romb are latura de lungime 7 cm. Perimetrul rombului este egal cu ...cm.
6. Catetele unui triunghi dreptunghic au lungimile 1 dm și $\sqrt{3}$ dm. Lungimea ipotenuzei este egală cu ...dm.
7. O prismă hexagonală regulată are toate fețele laterale pătrate, fiecare având latura de 7 cm. Aria laterală a prisme este egală cu ...cm².
8. Un cub are muchia de 3 m. Volumul cubului este egal cu ...m³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie mulțimea $A = \{x / x \in \mathbb{N}, 11 \leq x \leq 30\}$. Numărul elementelor mulțimii A este egal cu:

- A. 11 B. 30 C. 19 D. 20

10. Mulțimea soluțiilor ecuației $x^2 - 3x - 10 = 0$ este :

- A. $\{2 ; -5\}$ B. $\{3 ; 7\}$ C. $\emptyset$ D. $\{5 ; -2\}$

11. Segmentul AB are lungimea 12 cm. Punctul M aparține segmentului AB astfel încât $AM = 3 \cdot MB$. Lungimea segmentului AM este egală cu:

- A. 9 cm B. 6 cm C. 3 cm D. 8 cm

12. Calculând $\frac{3}{\cos 30^\circ}$ se obține:

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{3}$

D. $3\sqrt{2}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un elev își propune să citească o carte care are 375 de pagini și constată următoarele:

a) Dacă în fiecare zi ar citi cu 5 pagini mai mult decât în ziua precedentă, ar termina de citit cartea în 5 zile. Câte pagini trebuie să citească în prima zi, în această situație?

b) Dacă în fiecare zi ar citi un număr de pagini egal cu dublul celor citite în ziua precedentă ar termina de citit cartea în 4 zile. Câte pagini ar trebui să citească în fiecare din cele 4 zile?

14. Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} \right) : \frac{x^2-9}{x^2+x-6}$, unde $x \in \mathbb{R} - \{-3; -2; 2; 3\}$.

a) Arătați că $(x+3) \cdot (x-2) = x \cdot (1+x) - 6$, pentru orice x număr real.

b) Arătați că $E(x) = \frac{1}{x+2}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -2; 2; 3\}$.

c) Calculați media geometrică a numerelor $a = |E(2\sqrt{5})|$ și $b = |E(-2\sqrt{5})|$.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Un trunchi de con circular drept are ca secțiune axială trapezul isoscel $ABCD$ în care măsura unghiului DAB este egală cu 60° , baza mare $AB = 16$ cm și baza mică $CD = 8$ cm.

b) Calculați aria laterală a trunchiului de con.

c) Calculați volumul trunchiului de con.

d) Calculați lungimea celui mai scurt drum dintre punctele A și B , parcurs pe suprafața laterală a trunchiului de con.

Varianta 51

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $6 + (2 \cdot 4 - 9)$ este egal cu
2. Dintre numerele 756; 447; 2041 cel divizibil cu 2 este numărul....
3. Într-o clasă cu 25 de elevi, 40 % sunt băieți. Numărul băieților din clasă este egal cu
4. Produsul soluțiilor reale ale ecuației $x^2 + 6x = 0$ este egal cu
5. Media aritmetică a numerelor 4 și 6 este egală cu
6. Un triunghi echilateral are latura de 10 cm. Înălțimea triunghiului este de ... cm.
7. Un con circular drept are generatoarea de 10 cm și raza bazei de 6 cm. Aria laterală a conului este egală cu... $\pi \text{ cm}^2$.
8. O prismă dreaptă cu baza pătrat are înălțimea de 10 cm și aria laterală de 200 cm^2 . Muchia bazei are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie expresia $E(x) = \frac{3-x}{2}$. Efectuând calculul $E(\sqrt{2} + 1) + E(1 - \sqrt{2})$ se obține:

A. 3 B. $3 - \sqrt{2}$ C. 2 D. $2 - \sqrt{2}$

10. Calculând valoarea numărului x din proporția $\frac{x+1}{1,4} = \frac{5}{7}$ se obține:

A. 9 B. 0 C. $\frac{69}{7}$ D. $\frac{6}{7}$

11. În paralelogramul $ABCD$ avem $[AD] \equiv [DB]$ și măsura unghiului DAB egală cu 45° . Calculând măsura unghiului ADB se obține:

A. 135° B. 45° C. 90° D. 60°

12. Lungimea unui cerc este egală cu $36\pi \text{ cm}$. Calculând lungimea razei cercului se obține:

A. 6 cm B. $6\pi \text{ cm}$ C. $18\pi \text{ cm}$ D. 18 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un grup de copii a primit mere. Unul dintre copii a primit 3 mere, iar ceilalți copii au primit fiecare câte 5 mere. Dacă fiecare copil din grup ar fi primit câte 4 mere, ar fi rămas 11 mere.
- Câți copii sunt în grup?
 - Câte mere au primit în total copiii?
14. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(-3;0)$, $B(3;0)$ și $C(0;4)$
- Reprezentați cele trei puncte în sistemul de axe perpendiculare xOy .
 - Calculați perimetrul triunghiului ABC .
 - Determinați funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = ax + b$, a cărei reprezentare grafică este dreapta AC .
15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.
Piramida patrulateră regulată $VABCD$ de vârf V și bază $ABCD$ are muchia bazei de 10 cm și înălțimea de 12 cm.
- Calculați volumul piramidei.
 - La ce distanță de vârful piramidei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei, astfel încât raportul dintre volumul piramidei mici și volumul trunchiului de piramidă obținut să fie egal cu $\frac{1}{7}$?
 - Calculați valoarea tangentei unghiului dintre planele (VAC) și (VAB) .

Varianța 52

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $7 - 2 \cdot 3$ este egal cu
- Numărul rațional $\frac{3}{5}$ scris sub formă zecimală este egal cu
- Cel mai mare număr natural din intervalul $(-3;8)$ este egal cu
- Media geometrică a numerelor 3 și 12 este egală cu
- Fie mulțimile $A = \{5; 6; 7\}$ și $B = \{4; 5\}$. Mulțimea $A \cap B$ este egală cu $\{...\}$.
- Un triunghi dreptunghic are ipotenuza de 18 cm. Lungimea razei cercului circumscris triunghiului este egală cu ... cm.

7. O prismă dreaptă cu baza un triunghi echilateral de latură 10 cm are aria laterală de 360 cm^2 . Înălțimea prisme are lungimea egală cu ... cm.
8. Lungimea razei unei sfere este de 9 cm. Volumul sferei este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie mulțimea $A = \left\{ -2; \sqrt{3}; 2, (1); \frac{1}{3}; \sqrt{32}; 0 \right\}$. Probabilitatea ca alegând, la întâmplare, un număr din mulțimea A , acesta să fie irațional este egală cu:
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
10. Mulțimea soluțiilor ecuației $3x^2 - 7 = -1$ este egală cu:
- A. $\{-2; 2\}$ B. $\{-1; 1\}$ C. $\left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}$ D. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
11. În triunghiul ABC , bisectoarea unghiului B intersectează latura AC în punctul D . Dreapta DE este paralelă cu dreapta BC , cu $E \in AB$ și $DE = 8 \text{ cm}$. Calculând lungimea segmentului BE se obține:
- A. 4 cm B. 8 cm C. 16 cm D. 2 cm
12. Perimetrul unui pătrat este egal cu 64 cm. Calculând lungimea diagonalei pătratului se obține:
- A. 16 cm B. $8\sqrt{2} \text{ cm}$ C. $16\sqrt{2} \text{ cm}$ D. 8 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Suma a două numere naturale este 48.
- a) Aflați numerele știind că împărțind unul dintre numere la celălalt se obține câtul 3 și restul 4.
- b) Aflați numerele știind că cel mai mare divizor comun al lor este 6.
14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 1$.
- a) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- b) Arătați că numărul $N = 2007 + 2 \cdot [f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(2005)]$ este pătrat perfect.
- c) Fiind date punctele $A(1; 2)$ și $B(-2; -1)$, determinați coordonatele punctului M situat pe axa Oy pentru care suma lungimilor segmentelor MA și MB este minimă.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.
 Secțiunea axială $ABB'A'$ a unui trunchi de con circular drept are diagonalele perpendiculare, baza mare $AB = 18$ cm și baza mică $A'B' = 6$ cm.
 b) Arătați că generatoarea trunchiului are lungimea egală cu $6\sqrt{5}$ cm.
 c) Știind că $AB' \cap A'B = \{Q\}$, calculați aria triunghiului BQB' .
 d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de generatoarele AA' și BB' .

Varianta 53

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $15 - (2 + 3)$ este egal cu
2. Soluția ecuației $x - 6 = 8$ este egală cu
3. Dintre numerele $a = \frac{7}{2}$ și $b = \frac{5}{2}$, mai mare este numărul
4. Cel mai mic număr natural diferit de zero care se împarte exact la 5 și la 2 este egal cu
5. $2 \text{ kg} = \dots \text{ g}$.
6. Aria cercului cu raza de 10 cm este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
7. Volumul unui cub este egal cu 27 cm^3 . Latura cubului are lungimea egală cu ... cm.
8. Aria laterală a unui con circular drept care are generatoarea de 15 cm și raza bazei de 5 cm este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Soluția sistemului $\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ este:

A. $(-2; 3)$ B. $(-3; 2)$ C. $(2; 3)$ D. $(3; 2)$

10. Mulțimea $A = \{2; 3; 4\}$ are un număr de submulțimi egal cu:

A. 6 B. 9 C. 8 D. 7

11. Triunghiul ABC are aria egală cu 24 cm^2 . Punctul M este mijlocul laturii BC .

Aria triunghiului AMB este egală cu:

A. 24 cm^2 B. 12 cm^2 C. 4 cm^2 D. 6 cm^2

12. Aria unui pătrat este egală cu 81 cm^2 . Perimetrul pătratului este egal cu:
A. 18 cm B. 36 cm C. 12 cm D. 81 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numărul x reprezintă 60% din numărul y .
a) Demonstrați că x și y sunt invers proporționale cu numerele 5 și respectiv 3.
b) Determinați x și y știind că $2x + 5y = 310$.
14. Fie expresia $E(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$, unde $x \in \mathbb{R}$.
a) Calculați valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = 1$.
b) Fie numărul $N = x^4 - 2x^3 + x^2$. Arătați că $N \geq 0$, pentru orice x număr real.
c) Arătați că pentru orice număr natural $n > 1$, valoarea raportului $\frac{E(n)}{n^3 + n - n^2 - 1}$ este un număr natural.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.
Fie prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza ABC triunghi echilateral. Latura bazei are lungimea de 24 cm și înălțimea prisme are lungimea de 12 cm.
b) Calculați aria totală a prisme.
c) Calculați distanța de la punctul A la planul $(A'BC)$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre dreptele AB' și $A'C$.

Varianta 54

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 2 + 3 \cdot 4$ este egal cu
2. Cel mai mare divizor comun al numerelor 20 și 24 este egal cu
3. Soluția ecuației $x + 7 = 0$ este egală cu
4. $10 \text{ kg} = \dots \text{ g}$.
5. Perimetrul triunghiului echilateral cu lungimea laturii de 7 cm este egal cu ... cm.
6. Un pătrat are latura de 10 cm. Lungimea apotemei pătratului este egală cu ... cm.
7. Volumul cubului cu muchia de 5 cm este egal cu ... cm^3 .
8. Aria laterală a unui con circular drept cu raza bazei de 4 cm și generatoarea de 6 cm este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă x este de trei ori mai mare decât y , iar y este de șase ori mai mic decât z , unde z este număr real diferit de zero, atunci valoarea raportului $\frac{x}{z}$ este egală cu:

- A. 0,5 B. 2 C. 1,5 D. 18

10. Dacă $x^2 - 4x + 3 = (x + a) \cdot (x + b)$, atunci valoarea sumei $a + b$ este egală cu:

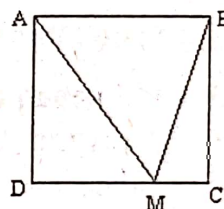
- A. 4 B. -2 C. 2 D. -4

11. Calculând $\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$ se obține:

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B. 1 C. $2\sqrt{6}$ D. 4

12. În figura alăturată, $ABCD$ este pătrat cu $AB = \sqrt{3}$ cm și punctul M se află pe latura DC . Calculând aria triunghiului AMB se obține:

- A. 3 cm^2 B. $1,5 \text{ cm}^2$ C. $0,5 \text{ cm}^2$ D. 1 cm^2



III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu numerele 4 și respectiv 2.

a) Ce procent din numărul a reprezintă numărul b ?

b) Media aritmetică a numerelor a și b este egală cu 24. Calculați numerele a și b .

14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2$.

a) Calculați $f(-3) \cdot f(-7)$.

b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Fie punctele $A(0; f(0))$ și $B(2; f(2))$. Aflați coordonatele punctului C de pe axa Ox astfel încât $AC = BC$.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

În piramida patrulateră regulată $VABCD$ de bază $ABCD$, lungimea înălțimii VO este egală cu lungimea laturii BC a pătratului $ABCD$ și punctul M este mijlocul laturii BC .

b) Arătați că triunghiul VMA este isoscel.

c) Știind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, aflați volumul piramidei patrulateră regulate $VABCD$.

d) Știind că $VM = 4\sqrt{5}$ cm, determinați distanța de la punctul A la planul (VBC) .

Varianta 55

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $5 + 3 \cdot 8$ este egal cu
2. Împărțind fracția $\frac{15}{8}$ la numărul 3, se obține fracția
3. O cutie conține 750 ml de suc din mere și este plină. Volumul cutiei este de ...dm³.
4. Un comision de 20% din 800 lei reprezintă ... lei.
5. În triunghiul ABC ascuțitunghic, mediatoarea laturii BC face cu latura AC un unghi de 37° . Măsura unghiului ACB este egală cu ...°
6. Într-un paralelogram $ABCD$ distanța de la vârful A la latura DC este de 5 cm. Distanța de la vârful C la latura AB este egală cu ... cm.
7. Aria totală a unui con circular drept care are raza bazei de 3 cm și generatoarea de 7 cm este egală cu... π cm².
8. O prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral are toate muchiile de 4 cm. Volumul prisme este egal cu...cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numărul $\frac{3}{8}$ este soluția ecuației:

A. $3x - 8 = 0$	B. $10x - 3 = 2x$	C. $3x + 8 = 0$	D. $8x - 3 = 6$
-----------------	-------------------	-----------------	-----------------
10. Mulțimile $A = \{m - 2; 6\}$ și $B = \{3; m + 1\}$ sunt egale dacă m are valoarea de:

A. 4	B. 3	C. 2	D. 5
------	------	------	------
11. Raza cercului circumscris unui hexagon regulat este de 8 cm. Calculând perimetrul hexagonului, se obține:

A. 24 cm	B. 32 cm	C. 40 cm	D. 48 cm
----------	----------	----------	----------
12. Un pătrat are aria de 15 m². Mărind latura pătratului de 2 ori, se obține un alt pătrat, care are aria de:

A. 30 m ²	B. 45 m ²	C. 60 m ²	D. 75 m ²
----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Situația notelor obținute de elevii unei clase la un test este ilustrată în tabelul alăturat.

a) Calculați media clasei la testul dat.

Nota	10	9	8	7	6	5	4
Număr elevi	2	3	6	6	5	1	2

b) Ce note ar fi trebuit să obțină elevii cu nota 4 pentru ca media clasei să fie mai mare de 7,60?

14. Se consideră funcția $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(n) = (-1)^n + n$.

a) Calculați $f(23) + f(24)$.

b) Calculați suma $s = f(13) + f(14) + f(15) + f(16) + \dots + f(47) + f(48)$.

c) Reprezentați grafic funcția $f: \{0; 1; 2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(n) = (-1)^n + n$, într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

Piramida triunghiulară regulată $VABC$, de vârf V și bază ABC are $AB = 24$ cm și $VA = 12\sqrt{5}$ cm. Punctul M este mijlocul laturii BC .

b) Calculați volumul piramidei $VABC$.

c) Calculați distanța de la punctul M la muchia AV .

d) Calculați valoarea tangentei unghiului dintre planele (AVM) și (AVB) .

Varianta 56

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $10:2+1$ este egal cu

2. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 6 și 9 este egal cu

3. Dacă $2x - 5y = 0$, atunci valoarea raportului $\frac{x}{y}$ este egală cu

4. Numărul natural mai mic cu 7 decât 2007 este egal cu

5. 2 ore sunt egale cu ... minute.

6. Dacă semidreptele $[OA]$ și $[OB]$ sunt semidrepte opuse, atunci măsura unghiului AOB este egală cu ... °.

7. Aria laterală a unui cilindru circular drept care are raza de 4 cm și înălțimea de 6 cm este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
8. O piramidă patrulateră regulată are apotema piramidei de 5 cm și latura bazei de 8 cm. Înălțimea piramidei are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând valoarea expresiei $E(x) = |x-1| + |3-x| - 2$, pentru $x = -1$, se obține:
A. -2 B. 0 C. 4 D. 2
10. Numărul natural n are numai trei divizori naturali. Dacă suma celor trei divizori este 31, atunci n este egal cu:
A. 21 B. 25 C. 8 D. 10
11. Un romb are un unghi cu măsura de 60° și lungimea diagonalei mici de 2 cm. Perimetrul rombului este egal cu:
A. 4 cm B. 10 cm C. 16 cm D. 8 cm
12. Fie M și N mijloacele a două laturi ale triunghiului echilateral ABC . Dacă $MN = 3$ cm, atunci aria triunghiului ABC este egală cu:
A. $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C. $4,5 \text{ cm}^2$ D. 9 cm^2

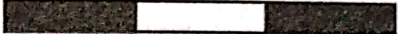
III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale a și b sunt direct proporționale cu numerele 2 și respectiv 5.
a) Calculați ce procent din numărul b reprezintă numărul a .
b) Dacă $3a + b = 44$, calculați valoarea numărului $5a - b$.
14. a) Pentru $a = \sqrt{10}$, calculați $2a^2 - 20$.
Fie numărul real $x = \sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}$.
b) Arătați că $x^2 = 10$.
c) Calculați $(\sqrt{10} - x - 1)^{2007}$.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.
Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu baza triunghi echilateral ABC , are aria laterală egală cu 48 cm^2 și aria totală egală cu $8 \cdot (6 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.
b) Arătați că lungimea laturii AB este egală cu 4 cm.
c) Calculați volumul prisme $ABCA'B'C'$.
d) Fie punctul G centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$. Calculați distanța de la punctul A la planul (GBC) .

Varianta 57

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2 \cdot 3 + 4$ este egal cu....
2. Frația care corespunde suprafeței înnegrite din figura alăturată, este egală cu.... 
3. Dintre numerele $a = 2$ și $b = \sqrt{2}$ numărul irațional este egal cu....
4. Mulțimea soluțiilor inecuației $2x < 10$ este intervalul de numere reale
5. Aria unui pătrat este egală cu 36 cm^2 . Lungimea laturii pătratului este egală cu...cm.
6. Un romb are latura de 12 cm. Perimetrul rombului este egal cu ... cm.
7. Volumul cilindrului circular drept care are aria bazei de $5\pi \text{ cm}^2$ și generatoarea de 5 cm este egal cu... $\pi \text{ cm}^3$.
8. O piramidă patrulateră regulată are latura bazei de 5 cm, iar apotema piramidei este de 10 cm. Aria totală a piramidei este egală ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numărul $\sqrt{10}$ se aproximează prin lipsă cu o zecime. Rezultatul acestei aproximări este:
A. 3,1 B. 3,2 C. 3,16 D. 3
10. Într-o clasă sunt 20 de elevi. În urma unui test, ei au obținut notele redade în tabelul alăturat:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. de elevi	2	3	1	8	1	3	2

Media aritmetică ponderată a notelor obținute este:

- A. 7 B. 8 C. 6 D. 9
11. Triunghiurile ABC și DEF sunt asemenea, $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $DE = 24 \text{ cm}$. Calculând lungimea segmentului EF se obține:
A. 2 cm B. 18 cm C. 32 cm D. 48 cm
12. Într-un cerc cu raza de 6 cm se consideră un unghi la centru cu măsura de 30° . Calculând aria sectorului de cerc corespunzător se obține:
A. $6\pi \text{ cm}^2$ B. $36\pi \text{ cm}^2$ C. $\pi \text{ cm}^2$ D. $3\pi \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Din totalul elevilor unei școli 70% participă la cercul de matematică, iar 45% participă la cercul de informatică. Fiecare elev al școlii participă la cel puțin un cerc dintre cele două, iar 42 de elevi participă la ambele cercuri.
- Câți elevi are școala în total ?
 - Câți elevi participă numai la cercul de matematică ?
14. Fie n un număr natural, $n > 2$.
- Descompuneți numărul $5n^2 - 3n - 2$ în produs de doi factori.
 - Arătați că $\frac{4 - 25n^2}{5n^2 - 3n - 2} : \frac{4 - 10n}{n - 1} + \frac{11n + 4}{10n + 4} = \frac{8n + 3}{5n + 2}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}, n > 2$.
 - Demonstrați că $\frac{8n + 3}{5n + 2}$ este o fracție ireductibilă, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza un hexagon regulat. Fie prisma dreaptă $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$ cu una din baze, hexagonul regulat $ABCDEF$ de latură $AB = 3$ cm. Înălțimea prisme este $AA' = 3\sqrt{3}$ cm, iar punctul S este mijlocul segmentului EB' .
- Calculați aria laterală a prisme.
 - Arătați că dreapta AE' este paralelă cu planul (DBB') .
 - Calculați distanța de la punctul S la dreapta AE' .

Varianta 58

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $0,75 + \frac{1}{4}$ este egal cu....
- Dintre numerele $a = 1, (2)$ și $b = 1,2$ mai mare este numărul....
- Dintre numerele 582; 961; 269 cel divizibil cu 3 este numărul....
- Dacă $\frac{x}{3} = \frac{7}{6}$, atunci valoarea lui x este egală cu....
- Lungimea liniei mijlocii a unui trapez este de 10 cm. Suma lungimilor bazelor trapezului este egală cu....
- Aria pătratului cu latura de 4 cm este egală cu...cm².
- Aria laterală a unei piramide triunghiulare regulate cu latura bazei de 4 cm și apotema piramidei de 8 cm este egală cu ... cm².
- Aria unei sfere cu raza de 12 cm este egală cu ... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $x + 3y = 5$, atunci valoarea expresiei $3x + 9y + 4$ este egală cu :

- > A. 19 B. 15 C. 9 D. 5

10. Transformând 1200 m^2 în ari obținem:

- A. 120 ari B. 1,2 ari C. 0,12 ari D. 12 ari

11. Punctele A , B și C se află pe un cerc, în această ordine, astfel încât măsura arcului AB este 120° și măsura arcului BC este 80° . Măsura arcului mic AC este egală cu:

- A. 180° B. 160° C. 0° D. 360°

12. Triunghiurile ABC și MNP sunt asemenea, măsura unghiului ACB este de 30° și măsura unghiului ABC este de 90° . Măsura unghiului PMN este egală cu:

- A. 90° B. 60° C. 30° D. 150°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Care este cel mai mic număr natural de trei cifre care împărțit la 13 dă restul 7?
b) Aflați câte numere naturale de trei cifre există care prin împărțirea lor la 13 dau restul 7.

14. Fie raportul $F(x) = \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{x^3 - 9x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$.

a) Arătați că $F(x) = \frac{x+1}{x}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 0; 3\}$.

b) Rezolvați ecuația $F(x) = x + 1$.

c) Calculați suma $S = F(6) + F(12) + F(20) + F(30) + F(42) + F(56)$.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Într-un trunchi de con circular drept media aritmetică a lungimilor razelor bazelor este de 5 cm, înălțimea este de 3 cm, iar generatoarea este de 5 cm.

b) Arătați că raza bazei mari are lungimea de 7 cm.

c) Calculați volumul trunchiului de con.

d) Calculați măsura unghiului sectorului de cerc care reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a conului din care provine trunchiul.

Varianta 59

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $24 \cdot 5$ este egal cu
2. Media aritmetică a numerelor 10; 9; 8 este numărul....
3. Soluția reală a ecuației $3x - 4 = 8$ este numărul....
4. Valoarea numărului x din proporția $\frac{3}{7} = \frac{x}{35}$ este egală cu
5. Un triunghi dreptunghic are catetele de 12 cm și 16 cm. Aria triunghiului este egală cu ...cm².
6. Laturile unui paralelogram au lungimile 8 cm și 4 cm. Perimetrul paralelogramului este egal cu ... cm.
7. O sferă are diametrul de 8 cm. Aria sferei este egală cu ... π cm².
8. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile congruente. O muchie are lungimea de 6 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ...cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 5$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. Coordonatele punctului de intersecție al reprezentărilor grafice ale celor două funcții este punctul:
A. (3;1) B. (-1;1) C. (3;5) D. (1;3)
10. Fie expresia $E(x) = (2x + 3)^2 - (2x - 1)^2$. Efectuând calculele obținem:
A. $4(2x + 1)$ B. $8(2x + 1)$ C. 2 D. $8(x - 1)$
11. Triunghiul dreptunghic ABC , cu măsura unghiului A de 90° are $AB = 8$ cm și $AC = 6$ cm. Calculând lungimea medianei AM se obține:
A. 10 cm B. 6 cm C. 5 cm D. 4,5 cm
12. Hexagonul regulat $ABCDEF$ are latura de 12 cm. Calculând lungimea segmentului AE se obține:
A. $6\sqrt{3}$ cm B. $8\sqrt{3}$ cm C. $6\sqrt{2}$ cm D. $12\sqrt{3}$ cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Se consideră mulțimea $A = \{1; 2; 3; \dots; 9; 10\}$.
 - a) Câte submulțimi cu 9 elemente are mulțimea A ?
 - b) Câte submulțimi cu cel mult 2 elemente are mulțimea A ?

14. Fie sistemul $\begin{cases} x - 3y = 16 \\ 3x - y = 12 \end{cases}$, cu x și y numere reale.

- Verificați dacă perechea $(1; -5)$ este soluție a ecuației $x - 3y = 16$.
- Reprezentați dreapta soluțiilor ecuației $3x - y = 12$, într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
- Rezolvați sistemul în mulțimea $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$.

15. a) Desenați un con circular drept.

Un con circular drept, de vârf V are raza bazei de 8 cm și secțiunea axială VAB un triunghi echilateral. Fie M mijlocul generatoarei VB .

- Calculați volumul conului.
- Prin punctul M se duce un plan paralel cu planul bazei. Calculați aria laterală a trunchiului de con astfel format.
- Mergând numai pe suprafața laterală a conului, calculați lungimea celui mai scurt drum de la punctul A la punctul M .

Varianta 60

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $(25 - 5) + 10$ este egal cu
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 36, este egal cu
- Calculând 10% din 1400 se obține....
- Într-o cutie sunt 5 bile roșii și 10 bile albe. Probabilitatea ca extrăgând din cutie o bilă la întâmplare, aceasta să fie roșie, este egală cu
- Un dreptunghi cu lungimea de 15 cm și lățimea de 6 cm are aria egală cu ...cm².
- Perimetrul unui triunghi echilateral cu latura de 12 cm este egal cu ... cm.
- Aria laterală a unui cilindru circular drept care are raza bazei de 5 cm și generatoarea de 14 cm, este egală cu ... π cm².
- Diagonala unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile 2 cm, 1 cm și $\sqrt{11}$ cm are lungimea egală cu ...cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Intersectând mulțimea numerelor naturale cu intervalul $[-2; 1]$ se obține mulțimea:

- A. $\{0; 1; 2\}$ B. $\{0; 1\}$ C. $\{1; 2\}$ D. $\{2\}$

10. Calculând numerele reale a și b care verifică relațiile: $a + b = 16$ și $3a = 5b$, se obține:
 A. $a = 9; b = 7$ B. $a = 12; b = 4$ C. $a = 10; b = 6$ D. $a = 15; b = 1$
11. Un trapez dreptunghic are un unghi de 145° . Calculând măsura unghiului ascuțit al trapezului, se obține:
 A. 35° B. 55° C. 90° D. 145°
12. Calculând $(2 \cdot \sin 45^\circ + \cos 45^\circ) \cdot 4$, se obține:
 A. $3\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale a, b, c sunt direct proporționale cu 4, 5, respectiv 7.
 a) Cât la sută din numărul b reprezintă numărul a ?
 b) Aflați numerele a, b și c știind că $3a + c = 285$.
14. a) Simplificați raportul: $\frac{x}{x^2 - x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.
 b) Folosind descompunerea în factori, arătați că:
 $2 + x - 2x^2 - x^3 = (x + 2)(1 - x)(1 + x)$.
 c) Fie expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x^2 - x} + \frac{x + 2}{2 + x - 2x^2 - x^3} + \frac{x^2}{x^2 + x} \right) \cdot \left(x - \frac{1}{x} \right)$,
 unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1; -1; -2\}$.
 Arătați că $E(x) = x$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1; -1; -2\}$.
15. a) Desenați două pătrate care au o muchie comună și sunt situate în plane diferite. Pătratele $MNPQ$ și $NPRT$ sunt situate în plane perpendiculare și $MN = 10$ cm.
 b) Arătați că $PNRQ$ este o piramidă triunghiulară regulată.
 c) Calculați distanța de la punctul R la mijlocul segmentului QT .
 d) Calculați măsura unghiului determinat de dreptele NQ și TP .

Varianta 61

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $5 + 5 \cdot 3$ este egal cu
2. Un sfert din numărul 24 este egal cu
3. Media aritmetică a numerelor 100 și 150 este egală cu
4. Într-o urnă sunt 10 bile roșii și 5 bile negre. Se extrage la întâmplare o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie roșie este egală cu
5. Cel mai mare număr impar de trei cifre este egal cu
6. Aria unui triunghi echilateral cu latura de 8 cm este egală cu ... cm^2 .
7. Un cub are muchia de 5 cm. Volumul cubului este egal cu ... cm^3 .
8. Un cilindru circular drept are raza bazei de 4 cm și înălțimea de 6 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor naturale ale inecuației $4x - 8 < 2x$ este:
A. $\{1; 2; 3\}$ B. $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ C. $\{0; 1; 2; 3\}$ D. $\{0; 1; 2\}$
10. Fie expresia $E(x) = [(x-2)^2 - (x^2 - 4)] : (x-2)$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
Pentru $x = -2$, se obține:
A. $E(-2) = -4$ B. $E(-2) = 0$ C. $E(-2) = 4$ D. $E(-2) = 2$
11. Măsura unghiului AOB este de 46° . Unghiul BOC este suplementul unghiului AOB . Semidreapta OM este bisectoarea unghiului BOC . Calculând măsura unghiului AOM , se obține:
A. 112° B. 113° C. 134° D. 90°
12. Calculând aria unui cerc cu lungimea de $8\pi \text{ cm}$, se obține:
A. $4\pi \text{ cm}^2$ B. $32\pi \text{ cm}^2$ C. $64\pi \text{ cm}^2$ D. $16\pi \text{ cm}^2$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. La o fabrică de prelucrare a laptelui s-au adus 1500 litri de lapte din care se prepară smântână. Laptele conține 20% smântână.
- Toată smântâna obținută se pune în pungi de câte 500 ml fiecare. Câte pungi sunt necesare?
 - Cantitatea de smântână este de 300 litri. Ce cantitate de smântână ar trebui pusă într-o pungă, dacă toată smântâna trebuie pusă în pungi care conțin aceeași cantitate de smântână și sunt disponibile 400 pungi?
14. Se consideră funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2x + 5$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x + 2$.
- Reprezentați graficele funcțiilor f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Determinați punctul de intersecție al reprezentărilor grafice ale funcțiilor f și g .
 - Determinați aria triunghiului format de axa Oy și reprezentările grafice ale funcțiilor f și g .
15. a) Desenați un trunchi de piramidă patrulateră regulată.
Un trunchi de piramidă patrulateră regulată $ABCD A'B'C'D'$ cu baza mare $ABCD$, are $AB = 8$ cm și $A'B' = 4$ cm. Muchia laterală face cu planul bazei mari un unghi de 60° .
- Arătați că lungimea înălțimii trunchiului de piramidă patrulateră regulată este egală cu $2\sqrt{6}$ cm.
 - Calculați aria totală a trunchiului.
 - Calculați distanța de la punctul A la planul (DCC') .

Varianta 62

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $7 \cdot 6 - 6$ este egal cu
- Media aritmetică a numerelor 41 și 17 este egală cu
- Dacă cinci kilograme de mere costă 7,50 lei, atunci un kilogram de mere, de același fel, costă ... lei.
- Rădăcina pătrată a numărului $\sqrt{441}$ este egală cu....
- 1 tonă este egală cu ... kg.
- Linia mijlocie a trapezului care are baza mare de 18 cm și baza mică de 12 cm are lungimea de ... cm.
- Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 2 cm, 5 cm și 4 cm. Suma muchiilor paralelipipedului este egală cu ...cm.

8. Un con circular drept are diametrul bazei de 8 cm și generatoarea de 5 cm. Aria laterală a conului este egală cu $\dots \pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezultatul calculului $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - (\sqrt{3}-\sqrt{2})$ este:
A. $-2\sqrt{3}$ B. $2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ C. $2\sqrt{2}$ D. $-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})$
10. Dacă $2a = 3b$, atunci valoarea raportului $\frac{2a+b}{12a-5b}$ este egală cu:
A. $\frac{2}{7}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $\frac{3}{13}$
11. Un paralelogram are măsura unghiului ascuțit o cincime din măsura unghiului obtuz. Măsura unghiului ascuțit este egală cu:
A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°
12. Hexagonul regulat $ABCDEF$ este înscris în cercul de centru O și rază 4 cm. Distanța de la punctul O la latura hexagonului este egală cu:
A. 4 cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. $4\sqrt{3}$ cm D. 2 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o cutie se află 120 CD-uri. Dintre acestea 25 sunt înregistrate cu muzică, 40% cu filme și 32 cu programe. Restul de CD-uri sunt neînregistrate.
a) Câte CD-uri cu filme sunt în cutie?
b) Dacă se alege la întâmplare un CD, care este probabilitatea ca acesta să fie neînregistrat?

14. Considerăm mulțimile: $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{2x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$ și

$$B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid (2x + \sqrt{3})(2 - x\sqrt{3}) = 1 \right\}.$$

- a) Arătați că 1 este element comun al mulțimilor A și B .
b) Calculați suma elementelor mulțimii A .
c) Scrieți elementele mulțimii B .
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat.
Prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$, cu baza pătratul $ABCD$, are $AB = 6 \text{ cm}$ și $AA' = 7 \text{ cm}$.
b) Calculați volumul prisme.

- c) Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Calculați distanța de la punctul O la diagonala $A'C$.
- d) Fie $\{O'\} = A'D \cap AD'$. Calculați măsura unghiului determinat de dreptele OO' și BC .

Varianta 63

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 5 + 5$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 2,12$ și $b = 2,03$ mai mare este numărul
3. Cel mai mic număr natural de 4 cifre divizibil cu 3 este numărul
4. O urnă conține 3 bile albe și 7 bile negre. Se extrage la întâmplare o bilă. Probabilitatea ca bila extrasă să fie albă este egală cu
5. Un triunghi dreptunghic are ipotenuza de 10 cm. Mediana corespunzătoare ipotenuzei are lungimea de ... cm.
6. Într-un patrulater convex suma măsurilor a două unghiuri este 200° . Atunci suma măsurilor celorlalte două unghiuri este egală cu ... $^\circ$.
7. O sferă are raza de lungime 4 cm. Volumul sferei este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. O prismă dreaptă cu baza pătrat are înălțimea de 5 cm și aria laterală egală cu 30 cm^2 . Perimetrul bazei este egal cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Suma a două numere naturale este egală cu 200. Ele sunt direct proporționale cu numerele 3 și 7. Calculând produsul numerelor se obține:
A. 8400 B. 7400 C. 80 D. 840
10. Rezolvând ecuația $(2x+1)^2 - 2 = 2x \cdot (2x+3) - 5$ se obține soluția:
A. -8 B. 2 C. -2 D. 6
11. Suma muchiilor unui cub este egală cu 24 cm. Calculând muchia cubului se obține:
A. 6 cm B. 4 cm C. 2 cm D. 3 cm
12. Un triunghi dreptunghic are o catetă de 30 cm și lungimea proiecției acestei catete pe ipotenuză este egală cu 18 cm. Aria triunghiului este egală cu:
A. 120 cm^2 B. 300 cm^2 C. 540 cm^2 D. 600 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Se consideră mulțimile $A = \{a \in \mathbb{N} / a \leq 23 \text{ și } a \text{ număr impar}\}$ și $B = \{b \in \mathbb{N} / b \leq 20 \text{ și } b \text{ număr par}\}$.

- Calculați produsul elementelor mulțimii B .
- Determinați numărul elementelor mulțimii $A \cup B$.

14. a) Arătați că perechea $(1; 2)$ este soluție a ecuației $2x + 3y = 8$.

b) Reprezentați dreapta soluțiilor ecuației $2x + 3y = 8$, într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Rezolvați sistemul:
$$\begin{cases} 2(2x + 3y) + 3(x + y) = 8 \\ (2x + 3y) - 3(x + y) = -5 \end{cases}$$
, unde x și y sunt numere reale.

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

Se consideră piramida triunghiulară regulată de vârf V și bază ABC , care are înălțimea de 12 cm și măsura unghiului format de planul bazei cu o față laterală de 60° .

b) Arătați că $AB = 24$ cm.

c) Calculați aria totală a piramidei.

d) La ce distanță de planul bazei trebuie dus un plan paralel cu planul bazei,

astfel încât piramida mică formată să aibă volumul egal cu $\frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$?

Varianta 64

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $29 \cdot 9$ este egal cu
- Numărul natural care împărțit la 2 dă câtul 5 și restul 1 este egal cu
- Din 100 kg de grâu se obțin 78 kg de făină. Cantitatea de făină reprezintă ...% din cantitatea de grâu.
- Numărul prim din mulțimea $M = \{33; 35; 37; 39\}$ este
- Într-un triunghi dreptunghic, fiecare catetă are lungimea de 9 cm. Lungimea ipotenuzei este egală cu ...cm.
- Latura unui hexagon regulat are lungimea 7 cm. Perimetrul hexagonului este egal cu ... cm.
- Un cilindru circular drept are raza bazei de 3 cm. Aria bazei cilindrului este egală cu $\dots \pi \text{ cm}^2$.
- Aria laterală a unei piramide patrulatere regulate care are apotema bazei de 5 dm și apotema piramidei de 13 dm, este egală cu ...dm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. La scrierea numerelor naturale de la 10 la 40, cifra 3 se repetă de:
 A. 12 ori B. 11 ori C. 10 ori D. 13 ori
10. În mulțimea numerelor naturale, inecuația $-2x \geq -6$ are:
 A. 3 soluții B. nici o soluție C. 4 soluții D. o infinitate de soluții
11. Un dreptunghi are lățimea egală cu un sfert din lungime și perimetrul egal cu 20 cm. Calculând aria dreptunghiului se obține:
 A. 16 cm^2 B. 64 cm^2 C. 12 cm^2 D. 24 cm^2
12. Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi echilateral cu înălțimea de 6 cm. Generatoarea conului are lungimea egală cu:
 A. 12 cm B. $4\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $3\sqrt{3} \text{ cm}$ D. $3\sqrt{5} \text{ cm}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o cutie sunt bile roșii, galbene, negre și verzi, în total 20 bile. 14 bile nu sunt negre, 2 bile sunt verzi și 15 bile nu sunt galbene.
 a) Care este probabilitatea ca luând, la întâmplare, o bilă din cutie, aceasta să fie verde?
 b) Câte bile roșii sunt în cutie ?
14. Fie expresia $E(x) = \frac{3x^2 - 18x + 27}{(x^2 + x) \cdot (x^2 - x - 6)}$, unde $x \in \mathbb{N}^* \setminus \{3\}$.
 a) Rezolvați, în mulțimea numerelor întregi, ecuația $x^2 - x - 6 = 0$.
 b) Arătați că $E(x)$ se simplifică prin $3 \cdot (x - 3)$, oricare $x \in \mathbb{N}^* \setminus \{3\}$.
 c) Aflați toate numerele naturale n pentru care fracția $E(n)$ se simplifică prin 2.
15. a) Desenați un cub.
 În cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = 5\sqrt{2} \text{ cm}$, notăm $A' C' \cap B' D' = \{O'\}$. Punctul M este simetricul punctului B față de dreapta AD .
 b) Demonstrați că dreapta MD este perpendiculară pe planul $(D' DB)$.
 c) Calculați distanța de la punctul M la dreapta $D' B$.
 d) Demonstrați că dreptele $D' B$ și DO' sunt perpendiculare.

Varianta 65

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $(1 + 2 \cdot 4) : 3$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 3, (1)$ și $b = 3,12$ mai mic este numărul
3. Probabilitatea ca aruncând un zar, să obținem pe fața de sus un număr par, este egală cu
4. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 2 - x$. Valoarea funcției f pentru $x = -1$ este egală cu
5. Raza unui cerc are lungimea de 12 cm. Aria discului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
6. Un romb are diagonalele de lungimi 6 cm și 8 cm. Lungimea laturii este egală cu ... cm.
7. Un cilindru circular drept are raza bazei de 5 cm și înălțimea de 6 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
8. O piramidă patrulateră regulată are volumul egal cu 64 cm^3 și lungimea înălțimii egală cu 12 cm. Aria bazei piramidei este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |2x| < 4\}$ este egală cu intervalul:
A. $(-4; 4)$ B. $[0; 2]$ C. $(-\infty; 2)$ D. $(-2; 2)$
10. Calculând valoarea numărului $a = \left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 : \left(\frac{1}{2} - 1\right)^3$ se obține:
A. -2 B. 0,5 C. -0,5 D. 2
11. În triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, măsura unghiului B este egală cu 70° și punctul D este piciorul înălțimii dusă din A pe latura BC . Calculând măsura unghiului CAD se obține:
A. 40° B. 30° C. 20° D. 10°
12. Un paralelogram $ABCD$ are $AB = 4 \text{ cm}$, $AD = 8 \text{ cm}$ și măsura unghiului DAB de 30° . Calculând aria paralelogramului se obține:
A. 4 cm^2 B. 8 cm^2 C. 32 cm^2 D. 16 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Pentru a confecționa 4 bluze și 3 rochii s-au folosit 17 m de material. Pentru a confecționa 3 bluze și 2 rochii s-au folosit 12 m de material, de același fel.
- Câți metri de material s-au folosit pentru confecționarea unei bluze?
 - Cât la sută reprezintă prețul materialului folosit pentru o rochie din prețul materialului folosit pentru o bluză?
14. Considerăm expresia $F(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2}$, pentru orice număr rațional x .
- Calculați $F(2)$.
 - Rezolvați în mulțimea numerelor raționale ecuația $7 \cdot F(x) = 9$.
 - Determinați numerele raționale x , pentru care valoarea produsului $\sqrt{2} \cdot F(x)$ este număr rațional.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat.
Prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ are ca baze pătratele $ABCD$ și $A' B' C' D'$, înălțimea $AA' = 9$ cm și diagonala $DB' = 3\sqrt{41}$ cm.
- Calculați volumul prisme.
 - Calculați aria triunghiului ACD' .
 - Calculați distanța de la punctul B' la planul (ACD') .

Varianta 66

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $10 + 2 \cdot 3$ este egal cu
- Inversul numărului $-\frac{2}{3}$ este egal cu
- Descompunerea în factori primi a numărului 72 este egală cu
- Dacă 2 kg de mere costă 8 lei, atunci 7 kg de mere costă ... lei.
- Măsura suplementului unghiului cu măsura de 70° este egală cu ...°.
- Un triunghi are lungimile laturilor 3 cm, 4 cm, 5 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu ... cm.
- În paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ diagonala $AC = 15$ cm. Lungimea segmentului $A' C'$ este egală cu ... cm.
- Un con circular drept are raza bazei de 9 cm și înălțimea de 4 cm. Volumul conului este egal cu ... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numărul de zerouri al produsului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 34 \cdot 35$ este egal cu:
 A. 7 B. 6 C. 9 D. 8
10. Fie proporția $\frac{a}{b} = \frac{5}{3}$. Dacă $a - b = 20$, atunci calculând numerele reale a și b se obține perechea:
 A. (100; 60) B. (65; 45) C. (50; 30) D. (25; 15)
11. Aria unui paralelogram $ABCD$ este 24 cm^2 și O este punctul de intersecție al diagonalelor. Calculând aria triunghiului AOB se obține:
 A. 12 cm^2 B. 6 cm^2 C. 8 cm^2 D. 24 cm^2
12. În triunghiul ABC , măsura unghiului BAC este egală cu 90° , măsura unghiului ACB este egală cu 30° . Calculând valoarea raportului $\frac{AC}{BC}$ se obține:
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ D. $\sqrt{3}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie $\overline{xyz}$ un număr scris în baza 10.
 a) Arătați că numărul $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$ este divizibil cu 111.
 b) Arătați că numărul $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy}$ nu este pătrat perfect.
14. Fie expresia $E(x) = ax^2 + bx + c$, unde a, b, c sunt numere reale și $a \neq 0$.
 a) Pentru $a = 3$, $b = -4$ și $c = 1$ rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $E(x) = 0$.
 b) Pentru $a = b = 1$ și $c = -1$ rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $|E(x) - x^2| + |E(x) - x| = 0$.
 c) Pentru $a = b = 4$ și $c = 5$ determinați valoarea minimă a expresiei $E(x)$.
15. a) Desenați un cub.
 Cubul $ABCD A'B'C'D'$ are $AB = 6 \text{ cm}$. Pe laturile pătratului $ABCD$ alegem punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$ astfel încât $AM = BN = CP = DQ = 2 \text{ cm}$.
 b) Calculați distanța de la punctul A' la dreapta BD .
 c) Demonstrați că $MNPQ$ este pătrat.
 d) Calculați valoarea raportului dintre volumul cubului și volumul piramidei patrulater regulate $O'MNPQ$, unde $\{O'\} = A'C' \cap B'D'$.

Varianta 67

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.
- ♦

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $30 - 15 : 3$ este egal cu
2. Calculând 20% din 150 se obține....
3. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$. Numărul $f(0)$ este egal cu
4. Următorul termen al șirului 1; 4; 7; 10; 13; ... este
5. Complementul unghiului de 60° are măsura egală cu ... $^\circ$.
6. Un dreptunghi are lungimea de 15 cm și lățimea de 12 cm. Aria dreptunghiului este egală cu ...cm².
7. Un cilindru circular drept are raza bazei de 6 cm și generatoarea de 8 cm. Volumul cilindrului este egal cu ... π cm³.
8. Dacă aria unei fețe a unui cub este 49 cm², atunci suma tuturor muchiilor cubului este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă 24 caiete costă 60 lei, atunci 16 caiete de același fel costă:
A. 90 lei B. 33,92 lei C. 40 lei D. 6,4 lei
10. Dacă $a = \sqrt{6}$ și $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, atunci $b^2 + 2a$ este egal cu:
A. $1 + 2\sqrt{6}$ B. 5 C. 1 D. $5\sqrt{6}$
11. Dacă raportul dintre numerele care reprezintă aria și lungimea unui cerc este 4, atunci diametrul cercului este egal cu:
A. 2 unități de lungime B. 4 unități de lungime
C. 16 unități de lungime D. 8 unități de lungime
12. Triunghiul ABC are $AB = 5\sqrt{2}$ cm, $BC = 6$ cm și măsura unghiului ABC de 135° . Calculând aria triunghiului se obține:
A. $15\sqrt{2}$ cm² B. 15 cm² C. $30\sqrt{2}$ cm² D. 30 cm²

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

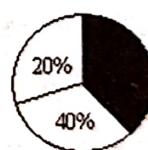
13. a) Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor 12; 15; 18.
 b) Aflați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 12, 15 și 18 dă resturile 6, 9, respectiv 12, iar câtul diferit de zero.
14. Fie ecuația $mx^2 + (2m-1)x + m-1 = 0$, unde m este un număr real diferit de zero.
 a) Rezolvați ecuația pentru $m = 2$.
 b) Aflați valoarea numărului real m astfel încât $x = 3$ să fie soluție a ecuației.
 c) Arătați că pentru orice m , număr real diferit de zero, ecuația are o soluție număr întreg.
15. a) Desenați un cub.
 În cubul $ABCD A' B' C' D'$ punctul M este mijlocul laturii AB , punctul N este mijlocul laturii BC și $DM = 2\sqrt{5}$ cm.
 b) Demonstrați că dreptele AN și DM sunt perpendiculare.
 c) Calculați aria totală a cubului.
 d) Dacă aria triunghiului $A' MD$ este egală cu a cm², arătați că a se află în intervalul deschis $(9;10)$.

Varianta 68

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $5 - 20 : 5$ este egal cu
2. Porțiunea hașurată din figura alăturată reprezintă ... %.
3. Cel mai mic număr întreg, mai mare decât numărul 3,7 este egal cu
4. Probabilitatea ca alegând la întâmplare un element din mulțimea $A = \{-3; 4; 6; 7; 8\}$, acesta să fie număr negativ este egală cu
5. Aria pătratului $ABCD$ este egală cu 12 cm². Aria triunghiului ABC este egală cu ... cm².
6. Dreptunghiul $ABCD$ are $AB = 4$ cm și $BC = 6$ cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
7. Volumul conului circular drept cu raza bazei de 6 cm și înălțimea de 8 cm este egal cu ... π cm³.
8. Un cub are lungimea muchiei de 10 cm. Lungimea diagonalei cubului este egală cu ... cm.



II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $a + b = 6$, atunci media aritmetică a numerelor a^2 ; b^2 și $2ab$ este egală cu:

- A. 12 B. 18 C. 36 D. 4

10. Calculând $\sqrt{(-5-7)^2} : \sqrt{(5-7)^2}$ se obține:

- A. -6 B. 72 C. 36 D. 6

11. Fie trapezul isoscel $ABCD$ cu baza mare CD . Dacă $DA = AB = BC = 4$ cm și măsura unghiului BCD este egală cu 60° , atunci perimetrul trapezului este egal cu:

- A. 24 cm B. 20 cm C. 16 cm D. 12 cm

12. În pătratul $ABCD$, punctul M este mijlocul segmentului AB și $AB = 2\sqrt{2}$ cm. Distanța de la punctul M la dreapta AC este egală cu:

- A. $\sqrt{2}$ cm B. 2 cm C. 1 cm D. $\sqrt{3}$ cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Dacă elevii unei clase se așază câte doi în bancă, un elev stă singur în bancă, iar două bănci rămân libere.

Dacă elevii se așază câte trei în bancă rămân șase bănci libere.

a) Aflați numărul băncilor din clasă.

b) Determinați numărul elevilor din clasă.

14. Fie expresia $F(x) = \left(\frac{x^2 + 4x + 3}{x^2 + 2x - 3} - \frac{2}{x+1} - \frac{7}{x^2 - 1} \right) : \frac{1}{x^2 - 1}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 1\}$.

a) Demonstrați că $(x^2 + 4x + 3) \cdot (x - 1) = (x^2 + 2x - 3) \cdot (x + 1)$, pentru orice x real.

b) Arătați că $F(x) = (x + 2) \cdot (x - 2)$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 1\}$.

c) Calculați valoarea numărului real a astfel încât $F(a) = a - 2$.

15. a) Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată.

Trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ are baza mare ABC ,

$AB = 6$ cm, $A'B' = 3$ cm și $AC' = \sqrt{37}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AC .

b) Arătați că lungimea înălțimii trunchiului este egală cu 4 cm.

c) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate din care provine trunchiul.

d) Dacă punctul D este proiecția punctului A' pe planul (ABC) , arătați că dreapta AB este perpendiculară pe planul $(A'DM)$.

Varianta 69

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2 \cdot 8 - 6$ este
2. Adunând fracțiile $\frac{7}{8}$ și $\frac{9}{8}$ se obține numărul....
3. Media aritmetică a numerelor 7 și 11 este egală cu....
4. Un număr de 6 probleme rezolvate, din cele 15 probleme primite ca temă pentru acasă, reprezintă ...%.
5. În triunghiul ABC ascuțitunghic, mediatoarea laturii BC face cu latura AB un unghi de 67° . Măsura unghiului ABC este egală cu...°.
6. Hexagonul regulat $ABCDEF$ are $AB = 5$ cm. Diagonala AD are lungimea de ... cm.
7. O sferă are raza de 3 cm. Volumul sferei este egal cu ... π cm³.
8. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile de 3 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezolvând ecuația $5x^2 + 3x - 2 = 0$, se obține soluția pozitivă:
A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{10}$
10. O cutie conține 250 ml de suc din mere și este plină. Volumul cutiei este egal cu:
A. 250 cm³ B. 0,25 cm³ C. 25 cm³ D. 2500 cm³
11. Raza cercului circumscris unui pătrat are lungimea de 4 cm. Calculând perimetrul pătratului, se obține:
A. $18\sqrt{2}$ cm B. $16\sqrt{2}$ cm C. $14\sqrt{2}$ cm D. $12\sqrt{2}$ cm
12. Un triunghi echilateral are aria de 27 m². Mărind latura triunghiului de 3 ori, se obține un alt triunghi care are aria de:
A. 233 m² B. 243 m² C. 253 m² D. 263 m²

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Echipa de fotbal a școlii este formată din 12 elevi. Numărul lor și vârstele corespunzătoare sunt înscrise în tabelul alăturat.

Vârstă (ani)	10	11	12	13	14
Număr elevi	2	3	4	2	1

- a) Calculați media de vârstă a echipei de fotbal.
 b) Câți elevi de 13 ani ar trebui aduși în echipă, în plus, pentru ca media de vârstă a echipei să devină 12 ani?
14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3}$.
- a) Calculați valoarea funcției pentru $x = -1$.
 b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația $f(x) + 1 \geq 0$.
 c) Determinați numerele raționale a și b pentru care punctul $M(a+1; b\sqrt{3})$ aparține graficului funcției f .
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
 Piramida triunghiulară regulată $ABCD$ de vârf D și bază ABC are $BC = AD = 6$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv CD .
 b) Calculați volumul piramidei $ABCD$.
 c) Calculați distanța de la punctul C la planul (ABN) .
 d) Calculați măsura unghiului dintre dreptele MN și AC .

Varianta 70

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Numărul cu 257 mai mic decât 300 este egal cu
- Media aritmetică a numerelor 3 și 5 este egală cu
- Numărul care împărțit la 7 dă câtul 10 și restul 4 este egal cu
- Jumătatea numărului 100 este egală cu
- Lungimea diagonalei unui pătrat este egală cu $7\sqrt{2}$ cm. Latura pătratului este egală cu ... cm.
- Dacă raza unui cerc este de 4 cm, atunci aria cercului este egală cu ... π cm².
- O piramidă triunghiulară regulată are înălțimea de 4 cm și apotema bazei de 3 cm. Apotema piramidei are lungimea egală cu ... cm.
- Un cilindru circular drept are secțiunea axială un pătrat cu latura de 8 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Suma divizorilor naturali de forma $\overline{ab}$ ai numărului 165 este egală cu:
 A. 103 B. 88 C. 114 D. 123
10. Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} / |x| \leq 3\}$ este egal cu:
 A. 4 B. 7 C. 6 D. 5
11. Un triunghi dreptunghic are ipotenuza de 13 cm și o catetă de 12 cm. Aria triunghiului este egală cu:
 A. 20 cm^2 B. 78 cm^2 C. 60 cm^2 D. 30 cm^2
12. Dacă punctele A , B și C sunt coliniare și B este între A și C , atunci măsura unghiului ABC este de:
 A. 120° B. 180° C. 90° D. 0°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie numărul zecimal $3,(759)$.
 a) Care este zecimala a 8-a?
 b) Care este zecimala a 2007-a?
14. a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x(x+4)=12$.
 b) Arătați că, pentru orice număr întreg a , diferit de zero, $E(a) = \left(\frac{1}{9a} - \frac{1}{a^3}\right) \cdot 9a^4$ este număr întreg.
 c) Fie expresia $F(x) = \left(\frac{1}{9x} - \frac{1}{x^3}\right) \cdot \frac{9x^4}{x^3 + 6x^2 + 9x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; -3\}$. Arătați că

$$F(x) = \frac{x-3}{x+3}.$$
15. a) Desenați o piramidă hexagonală regulată.
 Piramida hexagonală regulată $VABCDEF$, de vârf V și bază $ABCDEF$, are aria laterală egală cu $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și apotema piramidei de lungime $4\sqrt{3} \text{ cm}$.
 b) Arătați că latura bazei $AB = 4 \text{ cm}$.
 c) Calculați volumul piramidei.
 d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de planul (VBD) cu planul bazei.

Varianta 71

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 8$ este egal cu
2. Descompus în factori primi numărul 10 este egal cu....
3. Partea întreagă a numărului $a = 3,25$ este egală cu
4. Inversul numărului $a = \frac{3}{4}$ este egal cu
5. Un trapez isoscel are un unghi de 100° . Măsura unui unghi ascuțit al trapezului este egală cu ... $^\circ$.
6. Un hexagon regulat are perimetrul de 72 cm. Lungimea laturii hexagonului este egală cu...cm.
7. O prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral are înălțimea de 10 dm, iar latura bazei de 4 dm. Aria laterală a prisme este egală cu...dm².
8. Un paralelipiped dreptunghic are volumul egal cu 100 cm³. Aria bazei este egală cu 4 cm². Înălțimea paralelipipedului are lungimea egală cu...cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Comparând numerele $x = 2\sqrt{5}$, $y = 3\sqrt{3}$, $z = 4\sqrt{2}$ se obține:
 A. $x < y < z$ B. $x < z < y$ C. $z < x < y$ D. $y < z < x$
10. Suma a două numere întregi este 8 iar diferența lor este -8. Produsul celor două numere este egal cu:
 A. 8 B. -8 C. 0 D. 16
11. Un dreptunghi are:
 A. două axe de simetrie B. patru axe de simetrie C. trei axe de simetrie
 D. o axă de simetrie
12. Triunghiul ABC este dreptunghic în A și $\operatorname{tg} \hat{C} = 2$. Calculând $\sin \hat{B}$ se obține:
 A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele 123; 87 și 62 se împart la același număr natural x diferit de zero. Se obțin resturile 3; 7 și respectiv 2.
- Determinați cel mai mare număr natural x care îndeplinește condițiile problemei.
 - Determinați cel mai mic număr natural x care îndeplinește condițiile problemei.
14. a) Fie expresia $E(x) = x^2 + x + 5\sqrt{2}$. Calculați valoarea expresiei pentru $x = \sqrt{2} - 3$.
- b) Verificați dacă perechea (1;1) este soluție a ecuației $4x - y - 3 = 0$.
- c) Știind că $4x - y - 3 = 0$ și că numărul x se află în intervalul $[0;1]$, determinați intervalul în care se află numărul y .
15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.
Un trunchi de con circular drept are secțiunea axială un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare. Lungimea bazei mari a trapezului este de 12 cm, iar lungimea bazei mici este de 4 cm.
- Arătați că lungimea generatoarei trunchiului de con circular drept este $4\sqrt{5}$ cm.
 - Calculați volumul conului din care provine trunchiul de con.
 - Calculați distanța de la centrul bazei mici a trunchiului de con la o generatoare a trunchiului de con.

Varianta 72

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $543 - 345$ este egal cu....
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 28 este egal cu....
- Numărul real x , soluție a ecuației $2x + 1 = 7$ este egal cu....
- Calculând 40% din 120 se obține numărul....
- $40000 \text{ g} = \dots \text{ kg}$.
- Aria unui triunghi echilateral cu linia mijlocie de 5 cm este egală cu $\dots \text{ cm}^2$.
- Înălțimea unei piramide patrulateră regulate cu apotema piramidei de 13 cm și latura bazei de 10 cm are lungimea egală cu $\dots \text{ cm}$.
- Volumul unui cilindru circular drept cu raza bazei de 6 cm și înălțimea de 8 cm este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Știind că $\frac{x}{4} = \frac{3}{y}$, valoarea expresiei $x^2 y^2 - 44$ este egală cu:

- A. 44 B. 144 C. -32 D. 100

10. Media geometrică a numerelor 4 și 6 este egală cu:

- A. 5 B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{13}$

11. Înălțimea corespunzătoare ipotenuzei unui triunghi dreptunghic care are catetele de 30 cm și 40 cm are lungimea egală cu:

- A. 24 cm B. 25 cm C. 37,5 cm D. 50 cm

12. Un trapez isoscel $ABCD$ are baza mică $AB = 10$ cm, baza mare $CD = 15$ cm și $AD = BC = 6$ cm. Dreptele AD și BC se intersectează în punctul M . Calculând perimetrul triunghiului MDC se obține:

- A. 51 cm B. 34 cm C. 35 cm D. 41 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Diferența pătratelor a două numere naturale este egală cu 1183, iar cel mai mare divizor comun al lor este 13.

c) Aflați cele două numere.

b) Aflați cât la sută reprezintă numărul mai mic din numărul mai mare.

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (a-1)x + b$.

c) Determinați numerele reale a și b știind că graficul funcției intersectează axele de coordonate în punctele $M(1;0)$ și $N(0;3)$.

b) Pentru $a = -2$ și $b = 3$, trasați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Pentru $a = -2$ și $b = 3$, calculați distanța de la punctul $P(-4;0)$ la dreapta care reprezintă graficul funcției f .

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

În piramida triunghiulară regulată $VABC$ de bază ABC , înălțimea VO are lungimea egală cu 12 cm, iar distanța de la punctul O la planul (VBC) este egală cu 7,2 cm.

b) Arătați că $AB = 18\sqrt{3}$ cm.

c) Calculați aria laterală a piramidei $VABC$.

d) Știind că punctele G_1, G_2, G_3 sunt centrele de greutate ale fețelor VAB, VAC , respectiv VBC , calculați volumul piramidei regulate $VG_1G_2G_3$.

Variantă 73

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $215:5$ este egal cu
2. Cel mai mare număr de forma $\overline{12x5}$, scris în baza zece, divizibil cu 3 este egal cu....
3. Fie mulțimile $A = \{5; 1; 3; 0\}$ și $B = \{1; 3; 5\}$. Mulțimea $A - B$ este egală cu $\{\dots\}$.
4. Valoarea numărului x din proporția $\frac{5}{8} = \frac{25}{x}$ este egală cu....
5. Un triunghi dreptunghic isoscel are aria de 18 cm^2 . Cateta triunghiului are lungimea de ... cm.
6. Perimetrul rombului care are latura de 8 cm este egal cu ... cm.
7. O sferă are diametrul de lungime 6 cm. Volumul sferei este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.
8. O prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral are toate muchiile de 6 cm. Aria laterală a prisme este egală cu $\dots \text{cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor ecuației $|x - 3| = 8$ este egală cu:

A. $\{5; 11\}$
B. $\{-5; 11\}$
C. $\{5; -11\}$
D. $\{-5; -11\}$
10. Fie funcția: $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 2 - x$. Punctul de pe graficul funcției care are coordonatele egale este:

A. $(-1; -1)$
B. $(2; 2)$
C. $(1; 1)$
D. $(-2; 2)$
11. În triunghiul dreptunghic ABC , măsura unghiului A este de 90° și punctul D este piciorul înălțimii din A pe BC . Dacă $AB = 15 \text{ cm}$ și $BD = 9 \text{ cm}$, atunci lungimea catetei AC este egală cu:

A. 10 cm
B. 12 cm
C. 25 cm
D. 20 cm
12. Paralelogramul $ABCD$ are $AB = 12 \text{ cm}$, $AD = 8 \text{ cm}$ și unghiul ascuțit de 60° . Distanța de la punctul D la dreapta AB este egală cu:

A. 4 cm
B. $2\sqrt{3} \text{ cm}$
C. $4\sqrt{3} \text{ cm}$
D. 8 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Calculați cel mai mare divizor comun al numerelor $a = 279$ și $b = 372$.
 b) Suma a două numere este 77. Împărțind unul dintre numere la celălalt se obține câtul 4 și restul 2. Aflați numerele.
14. a) Calculați valoarea numărului real $N = (\sqrt{2} + \sqrt{3} + 1)^2 - 2(\sqrt{6} + \sqrt{3} + \sqrt{2})$.
 b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația:
 $(3x - 1) \cdot (x + 3) = (1 - 3x)(x + 2)$.
 c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, inecuația: $2 \cdot (x + 1) < \sqrt{5} \cdot (x + 1)$.
15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.
 Un trunchi de con circular drept are secțiunea axială un trapez isoscel $ABCD$ care are baza mare $AB = 8$ cm și $BC = CD$. Măsura unghiului ACB este de 90° .
 b) Arătați că raza bazei mici a trunchiului are lungimea de 2 cm.
 c) Calculați volumul trunchiului de con.
 d) Arătați că există un punct situat la distanță egală de punctele A, B, C și D .

Variantă 74

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2^5 : 2^3$ este egal cu
2. Într-o urnă sunt 6 bile albe și 20 bile negre. Extragem la întâmplare o bilă. Probabilitatea ca aceasta să fie neagră este egală cu
3. Fie funcția $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = 2x + 1$. Valoarea funcției f pentru $x = 1$, este egală cu
4. Calculând 50% din 520 se obține numărul
5. Un romb cu diagonalele de 10 cm și 15 cm, are aria egală cu ... cm^2 .
6. Un cerc cu lungimea de 12π cm are raza egală cu ... cm.
7. Volumul unui paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile de 10 cm, 20 cm și 40 cm, este egal cu ... cm^3 .
8. Aria unei sfere cu raza de 8 cm este egală cu ... πcm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Scriind sub formă de interval, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq 1\}$ devine:

- A. $(-1;1)$ B. $[-1;1]$ C. $(-\infty;1)$ D. $(-\infty;1]$

10. Dacă $x + \frac{1}{x} = 2$, atunci $x^2 + \frac{1}{x^2}$ este egal cu:

- A. 6 B. 4 C. 2 D. 0

11. Triunghiul ABC are măsura unghiului BAC de 90° și catetele $AC = 3$ cm și $AB = 8$ cm. Calculând lungimea medianei CM , unde punctul M aparține segmentului AB se obține:

- A. $\sqrt{7}$ cm B. $\sqrt{11}$ cm C. 5 cm D. 5,5 cm

12. Calculând $2 \cdot (\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ - \cos 30^\circ \cdot \sin 60^\circ)$ se obține:

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un elev încearcă să-și aranjeze cărțile bibliotecii sale pe rafturi. Dacă așază câte 50 de cărți pe câte un raft, atunci 10 cărți nu mai au loc în rafturi, iar dacă așază câte 60 cărți pe un raft, rămân 4 rafturi goale.

- a) Câte rafturi are biblioteca?
b) Câte cărți sunt în biblioteca elevului?

14. Fie expresia :

$$E(x) = \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 4x + 4} - \frac{x}{x+2} \right) : \left(\frac{1}{x-2} - \frac{3}{x^2 - 4} \right), \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\}.$$

a) Arătați că $E(x) = \frac{2(2-x)}{x+2}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 1; 2\}$.

b) Calculați $E(\sqrt{2}) \cdot E(-\sqrt{2})$.

c) Rezolvați ecuația $E(x) = x + 2$.

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu vârful V și baza $ABCD$, are $AB = VO = 10$ cm, unde $AC \cap BD = \{O\}$.

b) Calculați aria laterală a piramidei $VABCD$.

c) Calculați distanța de la punctul A la planul (VBC) .

d) Calculați valoarea sinusului unghiului dintre muchia VA și planul (VBC) .

Varianta 75

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $24 : 4 - 4$ este egal cu
2. Într-o urnă sunt 10 bile numerotate de la 1 la 10. Probabilitatea ca la prima extragere să obținem bila numerotată cu 8 este egală cu
3. Restul împărțirii lui 87 la 4 este egal cu
4. Soluția ecuației $3x - 1 = 5$ este egală cu
5. $0,4 \text{ m} = \dots \text{ cm}$.
6. Perimetrul unui dreptunghi cu lungimea de 8 m și lățimea de 5 m este egal cu ... m.
7. Volumul unei sfere este de $36\pi \text{ dm}^3$. Diametrul sferei are lungimea egală cu ... dm.
8. Aria totală a unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile 6 m, 9 m și 5 m este egală cu ... m^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f : \{-2; -1; 0; 1; 2\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -x + 3$. Calculând mulțimea valorilor funcției f , se obține:
 A. $\{0; 1; 2; 3; 4\}$ B. $\{-1; 1; 2; 3; 4\}$ C. $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ D. $\{2; 3; 4; 5; 6\}$
10. Mergând cu o viteză de 25 km/oră, un biciclist ajunge la destinație în 4 ore. Mergând cu 20 km/oră, aceeași distanță va fi parcursă în:
 A. 5 ore B. 4 ore și 30 minute C. 3 ore și 12 minute D. 5 ore și 30 minute
11. Latura unui hexagon regulat este de 6 cm. Calculând raza cercului circumscris hexagonului se obține:
 A. $3\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $2\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $3\sqrt{2} \text{ cm}$ D. 6 cm
12. În triunghiul MNP punctul E aparține laturii MN , punctul F aparține laturii MP , dreapta EF este paralelă cu dreapta NP și $ME = 6 \text{ cm}$, $EN = 3 \text{ cm}$, $MF = 8 \text{ cm}$. Calculând lungimea segmentului MP , se obține:
 A. 4 cm B. 12 cm C. 9 cm D. 10 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În două clase A și B ale unei școli sunt 46 de elevi. Dacă s-ar muta 5 elevi din clasa B în clasa A, atunci clasa B ar avea cu 6 elevi mai puțin decât clasa A.
 - a) Câți elevi sunt în clasa A?
 - b) Câți elevi sunt clasa B?

14. Se dă expresia $E(x) = \left(\frac{x}{x-4} + \frac{x-4}{x} - 1 \right) : \frac{x^2 - 4x + 16}{2x}$, unde $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

a) Arătați că $E(x) = \frac{2}{x-4}$, oricare $x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

b) Determinați valorile reale ale numărului x pentru care $E(x) > 0$.

c) Determinați valorile naturale ale numărului a pentru care $E(a) \in \mathbb{Z}$.

15. a) Desenați un cilindru circular drept.

Punctele O și O' sunt centrele bazelor unui cilindru circular drept și $OO' = 4$ cm.

Desfășurarea suprafeței laterale a cilindrului este un dreptunghi care are lățimea cât generatoarea cilindrului și lungimea de 6π cm.

b) Calculați aria totală a cilindrului.

c) Știind că diametrul cercului de centru O este $AB = 6$ cm, calculați valoarea sinusului unghiului $AO'B$.

d) În cercul de centru O se înscrie pătratul $MNPQ$. Calculați volumul piramidei patrulateră regulate $O'MNPQ$.

Varianta 76

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $6 - 5 + 3$ este egal cu
2. Dintre numerele $a = 4,6$ și $b = 3,6$ mai mic este numărul....
3. Calculând 80% din 180 se obține numărul
4. Media aritmetică a numerelor 14 și 4 este egală cu
5. Un cerc are raza de 3 cm. Lungimea cercului este egală cu $\dots \pi$ cm.
6. Perimetrul dreptunghiului care are lungimea de 7 cm și lățimea de 4 cm este egal cu ... cm.
7. O piramidă patrulateră regulată de înălțime 9 cm are volumul 48 cm^3 . Latura bazei are lungimea de ... cm.
8. O sferă are raza de 6 cm. Aria sferei este egală cu $\dots \pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezultatul calculului $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$ este egal cu:

A.10

B. $4\sqrt{10}$

C.0

D. 14

10. Dacă $E(x) = \frac{2}{x-3} - \frac{5-x}{x-3}$, atunci o formă mai simplă a expresiei este:

- A. $\frac{7-x}{x-3}$ B. $\frac{3+x}{3-x}$ C. -1 D. 1

11. Un trapez dreptunghic are bazele de 12 cm și de 8 cm. Măsura unghiului ascuțit este de 45° . Aria trapezului este egală cu:

- A. 20 cm^2 B. 50 cm^2 C. 40 cm^2 D. 48 cm^2

12. Într-un triunghi echilateral de latură 6 cm raza cercului înscris este egală cu:

- A. 3 cm B. $2\sqrt{3}$ cm C. $3\sqrt{3}$ cm D. $\sqrt{3}$ cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o pungă sunt bomboane. Dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 4 copii, atunci rămân în pungă 3 bomboane. Dacă toate bomboanele se împart în mod egal unui grup de 6 copii, atunci rămân în pungă 5 bomboane.

- a) Verificați dacă în pungă puteau fi 71 bomboane.
b) Aflați care poate fi cel mai mic număr de bomboane din pungă.

14. Considerăm funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2mx + m - 2$, unde m este un număr real.

c) Pentru $m = 1$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Găsiți coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor obținute pentru $m = 2$ și pentru $m = -2$.

c) Arătați că pentru orice m real punctul $P\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$ aparține graficului funcției f .

15. a) Desenați un cub.

În interiorul cubului $ABCD A' B' C' D'$ considerăm punctul M astfel încât $MABCD$ să fie o piramidă patrulateră regulată. Punctele O și O' sunt centrele fețelor $ABCD$ și respectiv $A' B' C' D'$.

b) Calculați măsura unghiului format de dreptele $A' C'$ și BD .

c) Arătați că punctele O , M și O' sunt coliniare.

d) Pentru $AB = 6$ cm, calculați lungimea segmentului OM astfel încât apotema piramidei regulate $MABCD$ să aibă aceeași lungime ca și muchia cubului.

Variantă 77

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $7 \cdot 8 - 3^2$ este egal cu

2. Numărul 25 reprezintă 25% din numărul
3. Media aritmetică a numerelor 41 și 59 este egală cu
4. Suma numerelor pare mai mici ca 10 este egală cu
5. 7 dam = ...m.
6. Un paralelogram are o latură de 3 cm și înălțimea corespunzătoare ei de 4 cm. Aria paralelogramului este egală cu ... cm^2 .
7. Volumul cilindrului circular drept care are raza bazei de 6 cm și înălțimea de 8 cm este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile bazei de 3 cm și de 5 cm, iar înălțimea de 6 cm. Aria laterală a paralelipipedului este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $\sqrt{15} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} \right) - \sqrt{108}$ se obține:

- A. $\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{3}$ C. 1 D. $-2\sqrt{3}$

10. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (m-1)x + m$, unde m este un număr real. Punctul $A(1;1)$ aparține graficului funcției f pentru m egal cu:

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

11. Perimetrul unui romb care are un unghi de 60° este 16 cm. Calculând aria rombului se obține:

- A. $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$ B. $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ C. $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ D. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

12. Calculând $2 \cdot \sin x \cdot \cos x$ pentru $x = 30^\circ$ se obține:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie numărul natural $n = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab}$, unde $\overline{abc}$ reprezintă un număr natural, scris în baza zece cu $a \neq 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$.

a) Arătați că $n = 111 \cdot (a + b + c)$.

b) Determinați numerele naturale consecutive a , b și c , în această ordine, astfel încât numărul n să fie cel mai mare număr natural de trei cifre.

14. a) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $x^2 - 10x + 25 = 0$.

b) Arătați că numărul $p = y^2 + 4y + 5$ este pozitiv pentru orice $y \in \mathbb{R}$.

c) Determinați cea mai mică valoare a numărului

$$A = \sqrt{x^2 - 10x + 29} + \sqrt{y^2 + 4y + 5}, \text{ unde } x \text{ și } y \text{ sunt numere reale.}$$

15. a) Desenați un con circular drept.

Secțiunea axială a unui con circular drept este un triunghi isoscel al cărui perimetru este de 18 cm. Diametrul bazei conului este de 8 cm.

b) Calculați aria totală a conului.

c) Calculați raza cercului circumscris triunghiului care reprezintă secțiunea axială a conului.

d) În con se face o secțiune printr-un plan paralel cu planul bazei la $\frac{2}{3}$ din înălțimea conului față de vârf. Calculați volumul trunchiului de con obținut prin secționare.

Varianta 78

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $427 - 328$ este egal cu

2. Calculând 20% din 520 se obține numărul....

3. O treime dintr-o oră reprezintă ... minute.

4. Suma a trei numere este egală cu 24. Media aritmetică a celor trei numere este egală cu

5. Un triunghi echilateral are o latură de 6 cm. Perimetrul triunghiului este egal cu ...cm.

6. În paralelogramul $ABCD$, unghiul BCD are măsura egală cu 30° . Măsura unghiului BAD este egală cu ...°.

7. O piramidă patrulateră regulată are muchia bazei de 6 cm și apotema piramidei de 5 cm. Aria laterală a piramidei este egală cu ...cm².

8. Un cilindru circular drept are înălțimea de 7 cm, iar aria bazei de 25π cm². Volumul cilindrului este egal cu ... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. În șirul numerelor prime, scrise crescător, al șaptelea termen este numărul:
A. 15 B. 19 C. 13 D. 17

10. Dacă $a - c = 3$ și $b = -5$ atunci valoarea expresiei $3a + 2b - 3c$ este egală cu:
A. -2 B. -1 C. -15 D. 3

11. Pe un cerc se consideră punctele A și B astfel încât arcul AB are măsura de 60° și $AB = 5$ cm. Calculând lungimea cercului se obține:

- A. 60π cm B. 25π cm C. 75π cm D. 10π cm

12. Desfășurarea suprafeței laterale a unui cub este un dreptunghi cu lățimea de 3 cm. Calculând aria dreptunghiului se obține:

- A. 36 cm^2 B. 9 cm^2 C. 18 cm^2 D. 27 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Ana a rezolvat cu 6 exerciții mai mult decât Dan și cu 8 mai puțin decât Tudor.

a) Aflați diferența dintre numărul exercițiilor rezolvate de Tudor și numărul exercițiilor rezolvate de Dan.

b) Dan a rezolvat un număr de exerciții egal cu $\frac{5}{8}$ din numărul exercițiilor rezolvate de Ana. Aflați câte exerciții a rezolvat Ana.

14. Se dau numerele $x = \sqrt{4 - \sqrt{7}}$ și $y = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$.

a) Calculați produsul $x \cdot y$.

b) Calculați $(x - y)^2$.

c) Arătați că $\frac{x - y}{\sqrt{2}}$ este număr întreg negativ.

15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.

Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$, cu una din baze triunghiul echilateral ABC , are $AB = 10$ cm, $BB' = 5$ cm și punctul M situat pe muchia $A'C'$ astfel încât $A'M = 5$ cm.

b) Calculați aria totală a prisme.

c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele AA' și MB .

d) Calculați distanța de la punctul M la planul $(B'BC)$.

Variantă 79

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 4 : 2$ este egal cu
2. Numărul cu 25 mai mic decât 75 este egal cu
3. Calculând 30% din 30 se obține numărul
4. Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$ este egal cu
5. Latura unui romb are lungimea de 12 cm. Perimetrul rombului este egal cu ... cm.

6. Într-un triunghi dreptunghic isoscel lungimea catetei este egală cu 6 cm. Lungimea ipotenuzei este egală cu ... cm.
7. Un con circular drept are raza de 5 cm și înălțimea de 12 cm. Volumul conului este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. O sferă are raza de lungime 4 cm. Aria sferei este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Media geometrică a numerelor $a = 28$ și $b = 63$ este egală cu:
- A. 21 B. 42 C. 84 D. 18
10. Fie $E(x) = (x-1)^{10} + (1-x)^{10}$. Calculând valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x = 2$ se obține:
- A. 0 B. 20 C. 1 D. 2
11. În triunghiul dreptunghic ABC lungimea ipotenuzei BC este egală cu 12 cm, iar măsura unghiului ABC este egală cu 60° . Calculând lungimea catetei AC se obține:
- A. 12 cm B. $6\sqrt{2}$ cm C. 6 cm D. $6\sqrt{3}$ cm
12. În triunghiul ascuțitunghic ABC , punctul P este piciorul perpendicularei dusă din vârful A pe latura BC și $AP = 2 \cdot BC$. Calculând $\text{ctg } \hat{B} + \text{ctg } \hat{C}$ se obține:
- A. 1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o expediție participă de două ori mai mulți geologi decât biologi. După o săptămână pleacă 20 geologi și sosesc 18 biologi. Astfel numărul geologilor și numărul biologilor devine egal.
- Câți biologi au fost prezenți la începutul expediției?
 - Câți specialiști (geologi și biologi) au participat la lucrările expediției în a doua săptămână?
14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2a+3)x+1$.
- Determinați numărul real a , știind că punctul $A(a;0)$ se află pe reprezentarea grafică a funcției f .
 - Pentru $a = -1$, reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Pentru $a = -1$, arătați că numărul $N = f(n) \cdot f(n+2) + 1$ este pătrat perfect, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

15. a) Desenați un cub.

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ lungimea muchiei este egală cu 6 cm.

b) Calculați perimetrul triunghiului ACD' .

c) Calculați aria totală a piramidei triunghiulare regulate $ACB'D'$.

d) Arătați că dreapta $B'D$ este perpendiculară pe planul (ACD') .

Varianta 80

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2^3 + 3$ este egal cu
2. Cel mai mic număr care aparține mulțimii $\{12, 5; -3; 1; -12; 30\}$ este
3. Opusul numărului $\frac{5}{3}$ este egal cu
4. Într-o urnă sunt 3 bile roșii și 2 bile galbene. Se extrage la întâmplare o bilă. Probabilitatea ca aceasta să fie galbenă este egală cu
5. Laturile unui dreptunghi au lungimile de 5 cm și 8 cm. Perimetrul dreptunghiului este egal cu ... cm.
6. Un cerc are raza de lungime 4 cm. Aria discului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
7. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile 1 cm, 3 cm și $\sqrt{6}$ cm. Diagonala paralelipipedului are lungimea egală cu ... cm.
8. Aria unei sfere este $36\pi \text{ cm}^2$. Lungimea razei sferei este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$ se obține:
A. 5050 B. -5050 C. 50 D. -50
10. O soluție a ecuației $x + 3y = 6$ este egală cu:
A. (6; 1) B. (1; 2) C. (3; 1) D. (-3; 2)
11. Într-un triunghi ABC avem $AB = 8 \text{ cm}$ și $AC = 12 \text{ cm}$. Mediatoarea laturii BC intersectează latura AC în punctul D . Calculând perimetrul triunghiului ABD se obține:
A. 14 cm B. 20 cm C. 22 cm D. 24 cm

12. Pe o dreaptă se consideră punctele A și B , astfel încât $AB = 32$ cm, punctul C mijlocul segmentului AB și punctul D mijlocul segmentului AC . Calculând lungimea segmentului DB se obține:
- A. 12 cm B. 16 cm C. 20 cm D. 24 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. O persoană are o sumă S de bani. În prima zi cheltuiește 30% din suma S , a doua zi 40% din suma S , iar în a treia zi $\frac{1}{4}$ din suma S .

a) În ce zi cheltuiește mai mult?

b) Știind că persoanei îi rămân la final 600 lei, aflați cât a cheltuit în prima zi.

14. Fie funcția $f: [-2; 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{2}$.

a) Stabiliți care dintre punctele $D(1;1)$, $P(-1;-1)$ și $Q(-3;-2)$ aparține graficului funcției f .

b) Reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale, inecuația $4 \cdot f(x) - x\sqrt{2} < 4$.

15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.

Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu una din baze triunghiul echilateral ABC , are $AB = 18$ cm și $AA' = 6$ cm. În triunghiul ABC , bisectoarele unghiurilor B și C se intersectează în I . Paralela prin punctul I la latura BC intersectează laturile AB și AC în M , respectiv N .

b) Demonstrați că $MN = BM + CN$.

c) Calculați aria totală a prisme.

d) Calculați măsura unghiului dintre planele (ABC) și $(A'MN)$.

Varianta 81

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $14 + 6 \cdot 3$ este egal cu
2. Dintre numerele 504; 505; 506 cel divizibil cu 5 este egal cu
3. Dintre numerele $a = 3,71$ și $b = 3,(71)$ mai mare este numărul
4. Dacă $A = \{0; 1; 2\}$ și $B = \{2; 3\}$, atunci $A \cap B = \{...\}$.
5. Suplementul unghiului cu măsura de 120° este egal cu $...^\circ$.
6. Aria unui trapez cu linia mijlocie de 12 cm și înălțimea de 5 cm este egală cu ... cm^2 .
7. Volumul prisme drepte care are baza un pătrat de latură 2 cm și înălțimea de 6 cm este egal cu ... cm^3 .
8. Aria laterală a cilindrului circular drept care are diametrul bazei de 8 cm și generatoarea de 7 cm este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. 10 muncitori termină o lucrare în 6 zile. 15 muncitori termină aceeași lucrare în:
A. 2 zile B. 9 zile C. 4 zile D. 5 zile
10. Mulțimea soluțiilor naturale ale inecuației $2(x+3)+1 < 13$ este egală cu:
A. $\{1; 2\}$ B. $\{0; 1; 2; 3\}$ C. $\{1; 2; 3\}$ D. $\{0; 1; 2\}$
11. Dacă aria unui triunghi echilateral este egală cu $9\sqrt{3} \text{ cm}^2$, atunci perimetrul triunghiului este egal cu:
A. $9\sqrt{3} \text{ cm}$ B. 18 cm C. $27\sqrt{3} \text{ cm}$ D. 36 cm
12. Măsurile unghiurilor unui patrulater convex sunt egale cu $2x$; $4x$; $6x$ și $8x$.
Valoarea numărului x este egală cu:
A. 360° B. 180° C. 36° D. 18°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale a, b, c sunt direct proporționale cu 2, 3, respectiv 5.
a) Cât la sută din numărul c reprezintă numărul a ?
b) Știind că $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 56$, aflați numerele a, b și c .
14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$.
a) Calculați $f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2} - 1)$.
b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Arătați că $\sqrt{f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) - 2n} \in \mathbb{N}$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

15. a) Desenați un con circular drept.

Într-un con circular drept perimetrul secțiunii axiale este de 32 cm, iar cosinusul unghiului dintre o generatoare și planul bazei este de 0,6.

b) Arătați că raza bazei conului are lungimea de 6 cm.

c) Calculați volumul conului.

d) Fie triunghiul ABC o secțiune axială a conului care are $AB = AC$. Fie semidreapta $[BD]$ bisectoarea unghiului ABC cu $D \in AC$. Prin punctul D se duce un plan paralel cu planul bazei conului. Calculați aria laterală a trunchiului de con astfel format.

Varianta 82

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $37 \cdot 4$ este egal cu
2. Dintre numerele $x = 52,34$ și $y = 51,45$ mai mic este numărul
3. Soluția naturală a inecuației $x + 2 \leq 2$ este egală cu
4. Fie mulțimile $A = \{1; 2; 3\}$ și $B = \{1; 3; 4\}$. Mulțimea $A \cup B$ este egală cu $\{...\}$.
5. Un divizor al numărului 17 este egal cu....
6. Suma măsurilor unghiurilor unui hexagon regulat este egală cu ... °.
7. O piramidă triunghiulară regulată are latura bazei de 10 cm și apotema piramidei de 4 cm. Aria laterală a piramidei este egală cu ... cm².
8. O sferă are raza de 6 cm. Volumul sferei este egal cu ... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Numerele reale x și y verifică relațiile $x^2 = 4$ și $y^2 = 16$. Cea mai mică valoare pe care o poate lua diferența $x - y$ este egală cu:

- A. -8 B. -2 C. 6 D. -6

10. 25% din a reprezintă numărul 10. Numărul real a este egal cu:

- A. 4 B. 2,5 C. 40 D. 0,4

11. Punctele diferite A , B , C și D se află pe un cerc, în această ordine. Dacă măsura unghiului ABC este egală cu 90° , atunci măsura unghiului ADC este egală cu:

- A. 270° B. 90° C. 180° D. 60°

12. În pătratul $ABCD$ punctul O este intersecția diagonalelor. Dacă $AB = 8$ cm, atunci aria triunghiului COD este egală cu:
- A. 32 cm^2 B. $4\sqrt{2} \text{ cm}^2$ C. 16 cm^2 D. 8 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Numerele naturale $\overline{ab}$ și $\overline{bc}$, scrise în baza zece, sunt direct proporționale cu numerele 5 și respectiv 3.
- a) Arătați că $b = 5$.
- b) Determinați toate numerele $\overline{ab}$ și $\overline{bc}$ care îndeplinesc condiția din enunț.
14. Fie funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = x + 4$.
- a) Arătați că $f(x) \cdot g(x) = x^2 + 6x + 8$, oricare ar fi x număr real.
- b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy .
- c) Fie un punct oarecare M situat pe graficul funcției g . Determinați distanța de la punctul M la graficul funcției f .
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat.
- În prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ cu baza $ABCD$ pătrat, avem $BC' \cap CB' = \{O\}$, $AB = 2$ cm și înălțimea $BB' = 2\sqrt{3}$ cm.
- b) Arătați că $D'O = 2\sqrt{2}$ cm.
- c) Demonstrați că triunghiul AOD' este dreptunghic.
- d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de dreapta AO și dreapta $B'D'$.

Varianta 83

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $3 \cdot 7 - 4$ este
2. Scăzând din fracția $\frac{17}{5}$ numărul 3, se obține fracția....
3. Câtul împărțirii numărului 74 la numărul 14 este egal cu
4. Un număr de 8 probleme rezolvate, din cele 20 de probleme primite ca temă pentru acasă, reprezintă ...%.
5. Un triunghi are două unghiuri cu măsurile de 27° și 79° . Al treilea unghi are măsura de ...°

6. Hexagonul regulat $ABCDEF$ are $AB = 7$ cm. Diagonala AD are lungimea de ... cm.
 7. O sferă are raza de 3 cm. Aria sferei este egală cu $\dots \pi$ cm².
 8. Un cub are muchia de 5 cm. Volumul cubului este egal cu ... cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Pe un raft se află cuburi și piramide triunghiulare. În total, ele au 58 de fețe. Numărul piramidelor nu poate fi:

A. 10 B. 9 C. 7 D. 4

10. Expresia $4(3x-1) - 3(2x+5)$ este egală cu:

A. $6x-19$ B. $6x-18$ C. $6x+12$ D. $6x+11$

11. Raza cercului înscris într-un triunghi echilateral are lungimea de 6 cm. Calculând perimetrul triunghiului, se obține:

A. $24\sqrt{3}$ cm B. $12\sqrt{3}$ cm C. $18\sqrt{3}$ cm D. $36\sqrt{3}$ cm

12. Un dreptunghi are aria de 19 m². Mărindu-i lungimea de 2 ori și lățimea de 2 ori, se obține un alt dreptunghi, care are aria de:

A. 38 m² B. 48 m² C. 54 m² D. 76 m²

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie numărul $\overline{ab}$, scris în baza zece cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$.

a) Arătați că numărul $(\overline{ab})^2 - (\overline{ba})^2$ este divizibil cu 9.

b) Dacă împărțim numărul $\overline{ba}$ la suma cifrelor sale obținem câtul 4 și restul 12. Calculați numărul $\overline{ab}$.

14. Fie numerele $x = 5\sqrt{2} - 7$ și $y = 5\sqrt{2} + 7$.

a) Calculați media geometrică a numerelor x și y .

b) Demonstrați că $x < \frac{1}{14}$.

c) Demonstrați că $\frac{1}{x^4} + \frac{1}{y^4}$ este număr natural.

15. a) Desenați un cub.

Cubul $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 4$ cm, O este centrul bazei $ABCD$, iar M este mijlocul muchiei DD' .

b) Calculați aria triunghiului $B' MO$.

c) Demonstrați că planele (AMO) și $(B' MO)$ sunt perpendiculare.

d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de dreptele $A' C$ și MO .

Varianta 84

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $(12 - 2) + 4$ este egal cu
2. Media geometrică a numerelor 2 și 8 este egală cu
3. Soluția ecuației $2x = 10$ este egală cu
4. Dacă $A = \{a; b; c\}$ și $B = \{c; d\}$, atunci $A \cap B = \{...\}$.
5. 5 ore sunt egale cu ... minute.
6. Un dreptunghi are lungimea 14 cm și lățimea o doime din lungime. Lățimea dreptunghiului este de... cm.
7. În cubul $ABCDEFGH$ măsura unghiului dintre muchiile HG și AC este egală cu...°.
8. O prismă dreaptă are baza un pătrat de latură 3 cm și diagonala unei fețe laterale de 5 cm. Înălțimea prisme are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Valoarea expresiei $(x + y - 1)^{2007}$ pentru $x = 1 - a$ și $y = 1 + a$ este egală cu:
 A. 0 B. 1 C. 2007 D. 2^{2007}
10. Fie funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = 2 - 3x$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2x - 3$. Punctul de intersecție al reprezentărilor grafice al celor două funcții este:
 A. $M(-1; +1)$ B. $M(+1; +1)$ C. $M(+1; -1)$ D. $M(-1; -1)$
11. Un triunghi are măsurile unghiurilor direct proporționale cu 1, cu 2 și cu 3. Triunghiul este:
 A. isoscel B. dreptunghic C. echilateral D. obtuzunghic
12. Diagonala mică a unui romb este egală cu 4 cm. Dacă diagonala mare este dublul celei mici, atunci aria rombului este egală cu:
 A. 64 cm^2 B. 8 cm^2 C. 32 cm^2 D. 16 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Într-o clasă sunt 27 elevi. Se știe că 18 elevi participă la olimpiada de matematică și 15 elevi participă la olimpiada de fizică.
 a) Câți elevi participă la ambele olimpiade?
 b) Câți elevi participă numai la olimpiada de matematică?
14. Fie ecuația: $x^2 + 2 \cdot (m + 1) \cdot x + m^2 + m - 1 = 0$, unde m este un număr real.
 a) Pentru ce valori ale numărului m ecuația are două soluții reale egale?

- b) Pentru ce valori ale numărului m ecuația are două soluții reale diferite?
 c) Pentru $m = 2$, calculați soluțiile ecuației.
15. a) Desenați un con circular drept.
 Într-un con circular drept de vârf V , generatoarele VA , VB și VC sunt perpendiculare două câte două, iar $AB = 18$ cm.
 b) Arătați că înălțimea conului are lungimea de $3\sqrt{6}$ cm.
 c) Calculați volumul conului.
 d) Fie punctul M mijlocul laturii BC . Calculați măsura unghiului dintre planele (AVM) și (AVB) .

Varianta 85

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Dintre numerele 301; 405; 502 cel divizibil cu 3 este numărul...
2. Rădăcina pătrată a numărului 64 este egală cu...
3. Suma a două numere este 30. Unul dintre numere este egal cu 18. Celălalt număr este egal cu...
4. $2 \text{ dm}^3 = \dots$ litri.
5. Măsura unui unghi ascuțit al unui triunghi isoscel care are un unghi de 100° este egală cu... $^\circ$.
6. Un romb are latura de 10 cm și aria de 40 cm^2 . Înălțimea rombului are lungimea de...cm.
7. Un cilindru circular drept are aria laterală de $200\pi \text{ dm}^2$ și generatoarea de 4 dm. Lungimea razei cercului de la baza cilindrului este egală cu...dm.
8. Un cub are aria unei fețe egală cu 6 cm^2 . Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor ecuației $3x^2 - x - 4 = 0$ este egală cu:

A. $\left\{-1; \frac{4}{3}\right\}$ B. $\{-3; 4\}$ C. $\left\{1; -\frac{4}{3}\right\}$ D. $\{3; -4\}$

10. Efectuând calculele $3\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} - 2\frac{1}{2}$ se obține:

A. 3 B. 2 C. 0,5 D. 1,5

11. Un segment având lungimea de $6\sqrt{3}$ cm se proiectează pe un plan cu care face un unghi de 30° . Lungimea proiecției segmentului este egală cu:
 A. $3\sqrt{3}$ cm B. $6\sqrt{3}$ cm C. 9 cm D. $3\sqrt{6}$ cm
12. Într-un cerc cu diametrul de 12 cm se consideră un sector de cerc corespunzător unui unghi la centru de 30° . Calculând aria acestui sector de cerc se obține:
 A. 36π cm² B. 3π cm² C. 18π cm² D. π cm²

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Câte numere de forma $\overline{xy}$, scrise în baza zece, dau restul 4 la împărțirea cu 6?
 b) Într-o împărțire, restul este egal cu 6 iar câtul este egal cu 4. Suma dintre deîmpărțit, cât și împărțitor este egală cu 260. Determinați împărțitorul și deîmpărțitul.
14. Fie numerele $a = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ și $b = \sqrt{2 + \sqrt{2}}$.
 a) Calculați $a \cdot b$.
 b) Calculați $(a + b)^2$.
 c) Arătați că numărul $\frac{b}{a} - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
 În piramida triunghiulară regulată $DABC$, înălțimea $DO = 4$ cm și aria bazei ABC este egală cu $27\sqrt{3}$ cm².
 b) Arătați că lungimea apotemei piramidei este egală cu 5 cm.
 c) Se secționează piramida cu un plan care trece prin mijlocul înălțimii DO și este paralel cu planul bazei. Calculați volumul trunchiului de piramidă astfel obținut.
 d) Punctul M este mijlocul laturii BC . Calculați valoarea tangentei unghiului dintre planele (ABD) și (AMD) .

Varianta 86

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $273 : 3$ este egal cu
2. Opusul numărului (-5) este numărul
3. Valoarea numărului x din proporția $\frac{x}{3} = \frac{8}{6}$ este egală cu

4. Probabilitatea ca aruncând un zar să obținem pe fața de sus a lui un număr impar este egală cu
5. Complementul unui unghi cu măsura de 34° are măsura egală cu ... $^\circ$.
6. Diagonala unui dreptunghi cu lungimea de 16 cm și lățimea de 12 cm este egală cu ...cm.
7. Volumul unei prisme drepte care are înălțimea de 5 cm și baza un triunghi echilateral de arie $20\sqrt{3}$ cm² este egal cu ...cm³.
8. Aria laterală a unui paralelipiped dreptunghic cu perimetrul bazei egal cu 40 cm și înălțimea de 5 cm este egală cu ...cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți răspunsul corect lângă numărul din fața exercițiului. Numai un răspuns, dintre cele patru, este corect.

9. Calculând $(2 - \sqrt{3})^2 - (-4 + 5)$ se obține:
 A. $8 - 4\sqrt{3}$ B. $7 - 4\sqrt{3}$ C. $6 - 4\sqrt{3}$ D. 14
10. Media geometrică a numerelor $a = 5\sqrt{6} - 5\sqrt{2}$ și $b = 5\sqrt{6} + 5\sqrt{2}$ este egală cu:
 A. 10 B. 100 C. $5\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{6}$
11. În triunghiul ABC măsurile unghiurilor A și B sunt 60° , respectiv 80° . Măsura unghiului exterior triunghiului cu vârful în C este de:
 A. 40° B. 140° C. 30° D. 120°
12. Valoarea raportului ariilor a două triunghiuri echilaterale care au perimetrele de 12 cm și respectiv de 15 cm este egală cu:
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{16}{20}$ D. $\frac{16}{25}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. O persoană cheltuiește o sumă de bani în trei zile astfel: în prima zi cheltuiește două treimi din sumă și încă 15 lei, a doua zi cheltuiește 40% din rest, iar a treia zi cheltuiește restul de 27 lei.
 a) Aflați ce sumă a avut inițial persoana.
 b) Aflați ce sumă a cheltuit persoana în a doua zi.
14. Fie expresia $E(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - 3x - 6}{x^2 - 4}$.
 a) Pentru ce valori reale ale numărului x expresia $E(x)$ este bine definită?
 b) Arătați că raportul $E(x)$ se simplifică prin $x + 2$.
 c) Pentru ce valori întregi ale numărului a valoarea expresiei $E(a)$ este număr întreg?

15. a) Desenați un trunchi de piramidă triunghiulară regulată.
În trunchiul de piramidă triunghiulară regulată $ABCA'B'C'$ latura bazei mari este $AB = 24$ cm, latura bazei mici este $A'B' = 12$ cm, iar diagonalele unei fețe laterale sunt perpendiculare.
b) Arătați că apotema trunchiului are lungimea de 18 cm.
c) Calculați volumul trunchiului de piramidă.
d) Calculați distanța de la punctul B la planul $(AB'C')$.

Varianta 87

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului rezultatul corect.

1. Rezultatul calculului $21 \cdot 5$ este egal cu
2. Calculând 40% din 45 se obține numărul
3. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $x - 1 \leq 0$ este intervalul....
4. Cel mai mic număr de forma $\overline{x36}$, scris în baza zece, divizibil cu 3 este egal cu....
5. Un obiect cântărește 120 dag. Același obiect cântărește ... kg.
6. Latura unui pătrat are lungimea 8 cm. Perimetrul pătratului este egal cu ... cm.
7. Volumul unui cilindru circular drept care are raza bazei de 5 cm și înălțimea de 6 cm este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.
8. O piramidă triunghiulară regulată are toate muchiile de 6 cm. Aria laterală a piramidei este egală cu $\dots \text{cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți lângă numărul din fața exercițiului, rezultatul corect.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Mulțimea soluțiilor ecuației $x^2 + 6x - 55 = 0$ este:
A. $\{5; 11\}$ B. $\{-5; 11\}$ C. $\{5; -11\}$ D. $\{-5; -11\}$
10. Fie expresia $E(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 9}$. După simplificare se obține:
A. $\frac{x-1}{x+3}$ B. $\frac{x-2}{x-3}$ C. $\frac{x-1}{x-3}$ D. $\frac{x+1}{x-3}$
11. Triunghiul isoscel ABC are măsura unghiului A de 120° . Punctul D este piciorul înălțimii din A pe latura BC . Dacă $AC = 24$ cm, atunci AD are lungimea de:
A. 16 cm B. $12\sqrt{3}$ cm C. 24 cm D. 12 cm

12. Un hexagon regulat are un număr de diagonale egal cu:

A. 9

B. 6

C. 4

D. 3

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Se consideră suma: $S = \frac{1}{44} + \frac{1}{45} + \frac{1}{46} + \dots + \frac{1}{103}$.

a) Câți termeni are suma S ?

b) Arătați că $\frac{1}{2} < S < \frac{3}{2}$.

14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -2x - 3$.

a) Reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

b) Calculați aria triunghiului determinat de graficul funcției f și axele de coordonate.

c) Arătați că $\frac{f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ este un număr rațional.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Secțiunea axială $ABB'A'$ a unui trunchi de con circular drept este un trapez isoscel cu diagonalele perpendiculare și cu baza mare $AB = 12$ cm. Înălțimea conului din care provine trunchiul este $VO = 12$ cm.

b) Arătați că raza bazei mici a trunchiului are lungimea de 2 cm.

c) Calculați volumul trunchiului de con.

d) Arătați că măsura unghiului sectorului de cerc care reprezintă desfășurarea suprafeței laterale a conului este mai mică decât 161° .

Varianța 88

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $(-4) + (-2)$ este egal cu

2. Valoarea numărului x din proporția $\frac{4}{x} = \frac{2}{7}$ este egală cu

3. Numărul de cinci ori mai mic decât 420 este egal cu

4. $14 \text{ m} = \dots \text{ cm}$.

5. Calculând $(3x + 3x - 5x) : x$ se obține numărul

6. Diagonala unui pătrat cu latura de 10 cm este egală cu ... cm.

7. Aria laterală a unei piramide patrulateră regulate cu latura bazei de 6 cm și apotema piramidei de 12 cm, este egală cu ... cm^2 .

8. Volumul cilindrului circular drept cu raza bazei de 11 cm și generatoarea de 10 cm este egal cu $\dots \pi \text{ cm}^3$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând mulțimea soluțiilor ecuației $x^2 + 6x - 7 = 0$ se obține:

- A. $\{-7; -1\}$ B. $\{-1; 7\}$ C. $\{-5; 1\}$ D. $\{-7; 1\}$

10. Calculând $\sqrt{144} : \sqrt{12}$ se obține:

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 12 D. $\sqrt{6}$

11. Punctele A, B, C, D sunt situate, în această ordine, pe o dreaptă astfel încât: $AC = 15 \text{ cm}$, $BC = 7 \text{ cm}$ și $CD = 4 \text{ cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului AB , iar punctul N este mijlocul segmentului CD . Calculând lungimea segmentului MN se obține:

- A. 5,5 cm B. 6 cm C. 9,5 cm D. 13 cm

12. Un trapez dreptunghic $ABCD$ are bazele $AB = 8 \text{ cm}$ și $CD = 6 \text{ cm}$. Măsura unghiului ABC este de 60° . Calculând lungimea laturii BC a trapezului se obține:

- A. $2\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $2\sqrt{2} \text{ cm}$ C. 4 cm D. 2 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie numerele $a = -\frac{476}{238}$; $b = \frac{1}{\sqrt{20}} + \frac{1}{\sqrt{30}} + \frac{1}{\sqrt{42}} + \frac{1}{\sqrt{56}} + \frac{1}{\sqrt{72}}$; $c = 0, (5) \cdot 1\frac{4}{5}$;
 $d = \sqrt{0,4}$; $e = \sqrt{18007}$.

- a) Care numere sunt raționale?
b) Care numere sunt iraționale?

14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ și punctele $A(-1; 5)$ și $B(0; 4)$.

- a) Determinați funcția știind că punctele A și B aparțin dreptei care reprezintă graficul funcției.
b) Calculați lungimea segmentului AB .
c) Pentru $a = -1$ și $b = 4$, determinați punctul de pe graficul funcției, care are coordonatele egale.

15. a) Desenați un trunchi de con circular drept.

Raza bazei mici a unui trunchi de con circular drept are lungimea de 15 cm. Raza bazei mici, înălțimea și generatoarea trunchiului de con sunt direct proporționale cu numerele 3; 4 și respectiv 5.

- b) Arătați că înălțimea trunchiului de con are lungimea de 20 cm.
c) Calculați aria laterală a trunchiului de con.
d) Calculați volumul conului din care provine trunchiul de con.

Varianța 89

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $200 - 50 : 2$ este egal cu
2. Cel mai mare număr natural format din patru cifre impare, diferite două câte două, este egal cu
3. Calculând 70% din 350 se obține
4. Dacă $A = \{5; 6; 7\}$ și $B = \{5; 8\}$, atunci $A \cap B = \{...\}$.
5. Dintre numerele 125 și 301 cel divizibil cu 5 este egal cu
6. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex este egală cu...°.
7. Volumul unui cub este de 8 cm^3 . Muchia cubului are lungimea egală cu ... cm.
8. Un cilindru circular drept are raza bazei de 10 cm și înălțimea de 20 cm. Aria laterală a cilindrului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând mulțimea soluțiilor ecuației $(x+3)^2 + 2(x+1)^2 = 11$ se obține:
A. $\{-1; -3\}$ B. $\{-2; -3\}$ C. $\left\{0; \frac{10}{3}\right\}$ D. $\left\{0; -\frac{10}{3}\right\}$
10. Amplificând raportul $\frac{2x+3}{x}$ cu $2x$, unde x este număr real diferit de zero, se obține:
A. $\frac{4x^2+6}{x}$ B. $\frac{4x^2+6x}{2x^2}$ C. $\frac{4x^2+6}{2x^2}$ D. $\frac{4x^2+6x}{x}$
11. Lungimea unui cerc este de 10π m. Calculând lungimea diametrului cercului se obține:
A. $\sqrt{10}$ m B. 10 m C. 5 m D. $2\sqrt{10}$ m
12. Trapezul $ABCD$ are baza mare $AB = 8$ cm și baza mică $CD = 4$ cm. Punctele E și F aparțin laturilor AD , respectiv BC astfel încât EF și AB sunt paralele, iar $AD = 4 \cdot DE$. Lungimea segmentului EF este de:
A. 7 cm B. 3 cm C. 5 cm D. 3,5 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. La un concurs de matematică Radu obține 220 de puncte pentru 20 de întrebări. El câștigă 20 de puncte pentru fiecare răspuns corect și pierde 10 puncte pentru fiecare răspuns greșit.
- Câte răspunsuri corecte a dat Radu?
 - Care este minimum de răspunsuri corecte pe care ar fi trebuit să le dea elevul pentru a depăși 350 de puncte?
14. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = mx + m - 5$.
- Aflați valoarea numărului real m astfel încât punctul $A(-2; 0)$ să aparțină graficului funcției f .
 - Pentru $m = -5$, reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Pentru $m = -5$, determinați perimetrul triunghiului format de axele Ox , Oy și graficul funcției f .
15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.
Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are $AB = 30$ cm și $BC = AA' = 15$ cm.
- Calculați aria totală a paralelipipedului.
 - Calculați tangenta unghiului format de dreapta $A'C$ cu planul (ABC) .
 - Determinați poziția punctului M pe muchia BB' astfel încât perimetrul triunghiului AMC' să fie minim

Varianta 90

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $5 \cdot 3 - 7$ este egal cu
- Dintre numerele $a = 2,85$ și $b = 2,58$ mai mare este numărul....
- Cu un kilogram de vopsea se pot vopsi 3 m^2 de perete. Cu 5 kg de vopsea se pot vopsi ... m^2 de perete.
- Media aritmetică a numerelor 12 și 24 este egală cu
- Aria unui pătrat cu perimetrul de 36 cm este egală cu ... cm^2 .
- Un hexagon regulat are un număr de ... laturi.
- O piramidă patrulateră regulată are aria bazei de 36 cm^2 și volumul de 48 cm^3 . Înălțimea piramidei are lungimea de ... cm.
- Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari de 5 cm, raza bazei mici de 2 cm și generatoarea de 2 cm. Aria laterală a trunchiului de con este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezultatul calculului $|\sqrt{3}-1| - |1-\sqrt{3}|$ este egal cu:

- A. 0 B. -2 C. $2\sqrt{3}-2$ D. $-2\sqrt{3}$

10. Pentru a realiza un șanț 2 muncitori lucrează 6 zile. În câte zile sapă același șanț 3 muncitori?

- A. 9 zile B. 4 zile C. 2 zile D. 3 zile

11. Fie sistemul de ecuații: $\begin{cases} 3x + y = -2 \\ -5x - 3y = 2 \end{cases}$, unde x și y sunt numere reale. Soluția sistemului este perechea:

- A. $(0; -2)$ B. $(1; -5)$ C. $(2; -8)$ D. $(-1; 1)$

12. Dacă măsura unui unghi exterior unui triunghi isoscel este 85° , atunci un unghi alăturat bazei are măsura egală cu:

- A. $47^\circ 30'$ B. 95° C. 85° D. $42^\circ 30'$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În tabelul de mai jos este prezentată repartitia elevilor unei școli după notele obținute la examenul de testare națională.

Note	mai mici ca 5	5 – 5,99	6 – 6,99	7 – 7,99	8 – 8,99	9 – 9,99	10
Nr. elevi	2	7	18	32	32	28	1

a) Câți elevi au obținut note mai mari sau egale cu 8?

b) Alegem la întâmplare un elev. Care este probabilitatea ca acesta să fi obținut o notă mai mică decât 6?

14. Considerăm funcția $f: \{1; 2; 3; 5\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$.

a) Determinați mulțimea valorilor funcției f .

b) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Calculați distanța dintre punctul de abscisă 1 și punctul de abscisă 5 situate pe graficul funcției f .

15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.

Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ are bazele triunghiuri echilaterale ABC și $A'B'C'$.

Punctul O este centrul de greutate al bazei ABC , $AB = 12$ cm și $AA' = 5$ cm.

b) Calculați volumul prisme.

c) Calculați distanța de la punctul O la dreapta $A'B'$.

d) Calculați valoarea tangentei unghiului determinat de planele (ABC) și $(A'B'O)$.

Varianta 91

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $2^2 : 2$ este egal cu
2. Scris cu cifre, în baza zece, numărul patru mii două sute trei zeci și cinci este egal cu....
3. Dintre numerele $a = -18$ și $b = -20$ mai mare este numărul
4. Soluția ecuației $2x - 1 = 1$ este egală cu
5. Cel mai mic număr natural de trei cifre divizibil cu 3 este numărul
6. Măsurile a două unghiuri ale unui triunghi sunt 75° și 30° . Cel de-al treilea unghi are măsura egală cu $\dots^\circ$.
7. Măsura unghiului înscris în cerc care subîntinde un arc cu măsura de 60° este egală cu $\dots^\circ$.
8. Muchia unui cub este de lungime 4 cm. Diagonala cubului are lungimea egală cu ... cm.

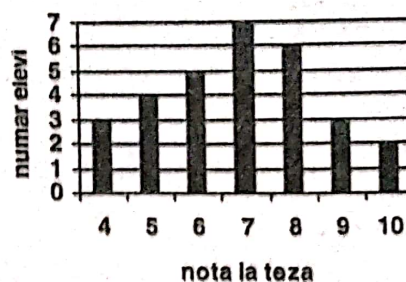
II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând media geometrică a numerelor $a = (\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{5} + 1)$ și $b = (\sqrt{2} + 1) \cdot (\sqrt{5} - 1)$ se obține:
A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 4 D. 2
10. Cel mai mic număr natural care prin împărțirea la numerele 2, 4 și 5 dă de fiecare dată câtul diferit de zero și restul 1 este egal cu:
A. 41 B. 21 C. 61 D. 13
11. Perimetrul unui patrulater convex $ABCD$ este egal cu 11 cm. Se știe că $BC + CD = 3$ cm și $AB = 3 \cdot DA$. Calculând lungimea segmentului AB se obține:
A. 6 cm B. 5 cm C. 4 cm D. 2 cm
12. Calculând $\sin 30^\circ \cdot \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$ se obține:
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Elevii unei clase au susținut teza la matematică. Rezultatele obținute sunt reprezentate în diagrama alăturată.



- a) Reprezentați datele statistice într-un tabel.
b) Calculați media clasei la teza de matematică, cu aproximație de o sutime prin lipsă.
14. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție de forma $f(x) = ax + b$.
Graficul funcției intersectează axele de coordonate în punctele $A(2;0)$ și $B(0;4)$.
a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
b) Determinați funcția f .
c) În sistemul de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $D(2;-2)$ și C proiecția punctului D pe axa Oy . Calculați aria patrulaterului $ABCD$.
15. a) Desenați un paralelipiped dreptunghic.
Paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ are dimensiunile $AB = AD = 8$ cm și $AA' = 6$ cm.
b) Calculați lungimea segmentului $A'C$.
c) Calculați distanța de la punctul O , intersecția diagonalelor AC și BD , la dreapta $A'C$.
d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$

Varianta 92

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $9 + 3 : 3$ este egal cu
2. Soluția reală a ecuației $x - 2 = 9$ este egală cu
3. Restul împărțirii numărului 28 la 5 este egal cu
4. Cel mai mare divizor comun al numerelor 12 și 18 este egal cu
5. Într-un cerc cu raza de lungime 5 cm, o coardă are lungimea egală cu 8 cm. Distanța de la centrul cercului la coarda respectivă este egală cu ... cm.
6. Un hexagon regulat are latura de lungime 4 cm. Aria hexagonului este egală cu ... cm^2 .
7. O sferă are raza de lungime 9 cm. Volumul sferei este egal cu ... $\pi \text{ cm}^3$.
8. O prismă dreaptă cu baza pătrat are înălțimea de 5 cm și latura bazei de 2 cm. Aria laterală a prisme este egală cu ... cm^2 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie mulțimile $M = \{3; -2; 1; 0; 2\}$ și $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x \leq 2\}$. Efectuând

$M \cap P$ se obține:

- A. $\{-2; 0; 1\}$ B. $\{3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ C. $\{0; 1; 2\}$ D. $\{-1; 0; 2\}$

10. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3(x - 2) + 5$. Calculând valoarea funcției pentru $x = 0$, se obține:

- A. 5 B. -2 C. -1 D. 8

11. Un trapez isoscel are baza mare de 16 cm și baza mică de 10 cm. Unghiul ascuțit are măsura de 60° . Perimetrul trapezului este egal cu:

- A. 52 cm B. 38 cm C. 50 cm D. $2(3\sqrt{13} + 13)$ cm

12. Într-un triunghi dreptunghic lungimea ipotenuzei este egală cu 24 cm. Calculând lungimea razei cercului circumscris triunghiului se obține:

- A. 12 cm B. 6 cm C. 8 cm D. 4 cm

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Un elev a urmărit temperatura indicată de un termometru în patru zile consecutive.

În prima zi temperatura a fost de -5°C , iar în fiecare din zilele următoare temperatura a fost mai mare cu câte două grade față de ziua precedentă.

a) Reprezentați pe o axă numerele corespunzătoare temperaturilor din cele patru zile.

b) Aflați media temperaturilor din cele patru zile.

14. Se consideră expresia $E(x) = x^2 + 2x - 35$, unde x este număr întreg.

a) Rezolvați ecuația $x^2 + 2x - 35 = 0$.

b) Determinați numărul întreg n astfel încât $E(n)$ să fie un număr natural prim.

c) Arătați că, dacă $E(x)$ se divide cu 3, atunci $E(x)$ se divide cu 9.

15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.

În piramida triunghiulară regulată $VABC$, latura bazei ABC este $AB = 12$ cm și înălțimea piramidei $VO = 6$ cm. Se notează cu D și E mijloacele muchiilor VA și respectiv VB .

b) Aflați aria laterală a piramidei.

c) Demonstrați că dreapta DE este paralelă cu planul (ABC) .

d) Aflați măsura unghiului dintre planele (DOE) și (ABC) .

Varianta 93

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $4 \cdot 5 - 4$ este egal cu
2. Cel mai mare element al mulțimii $A = \{102; 120; 99; 101; 103\}$ este egal cu
3. Numărul real x din proporția $\frac{4x}{5} = \frac{5}{25}$ este egal cu
4. Dacă numărul $\overline{34x}$, scris în baza zece, este divizibil cu 10, atunci x este egal cu
5. Perimetrul unui pătrat este egal cu 12 cm. Latura pătratului are lungimea egală cu ... cm.
6. Latura unui triunghi echilateral are lungimea de 10 cm. Aria triunghiului este egală cu ... cm^2 .
7. Un con circular drept are raza bazei de 3 cm și generatoarea de 4 cm. Aria laterală a conului este egală cu ... $\pi \text{ cm}^2$.
8. Lungimea muchiei unui cub este egală cu 4 cm. Volumul cubului este egal cu ... cm^3 .

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie $E(x) = (2x-1)^4 - (2x+1)^4$. Calculând valoarea expresiei $E(x)$ pentru $x=0$ se obține:

A. 2 B. -2 C. 0 D. -8

10. Numărul real $a = \sqrt{3^7 + 3^6}$ este egal cu:

A. $\sqrt{3^{13}}$ B. 3^{21} C. 54 D. $\sqrt{6^{13}}$

11. Un romb are diagonalele de lungimi 10 cm și 24 cm. Calculând perimetrul rombului se obține:

A. 52 cm B. 68 cm C. 120 cm D. 104 cm

12. În triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, măsura unghiului B este egală cu 35° și punctul D este piciorul înălțimii din A pe BC . Calculând măsura unghiului CAD se obține:

A. 110° B. 35° C. 65° D. 55°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

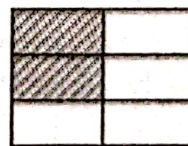
13. Prețul unui telefon mobil a scăzut cu 10% și după o săptămână noul preț a scăzut cu încă 10%. După cele două modificări de preț telefonul costă 810 lei.
- Calculați prețul inițial al telefonului.
 - Cu ce procent din prețul inițial s-a micșorat prețul produsului după cele două ieftiniri?
14. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3x + 6$.
- Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2f(x) - f(0) = f(-2)$.
 - Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Calculați valoarea sumei $S = f(0) + f(2) + f(4) + \dots + f(32)$.
15. a) Desenați o piramidă triunghiulară regulată.
Piramida triunghiulară regulată $VABC$ are baza ABC . Muchia bazei $AB = 12$ cm și muchia laterală $AV = 12$ cm. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor BC , respectiv AV .
- Calculați volumul piramidei.
 - Calculați măsura unghiului dintre dreptele MN și AC .
 - Fie O centrul de greutate al bazei și $MN \cap VO = \{G\}$. Arătați că punctul G se află la distanță egală de cele patru fețe ale piramidei.

Varianta 94

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Rezultatul calculului $4 + 2 \cdot 5$ este egal cu
- Mulțimile $A = \{1; 7; 2; n\}$ și $B = \{1; 2; 5; 7\}$ sunt egale. Valoarea numărului n este egală cu
- Fie expresia $E(x) = (x - 2)(x + 2)$. Valoarea expresiei pentru $x = 5$ este egală cu...
- Fracția ce corespunde suprafeței hașurate din figura alăturată este egală cu
- În jurul unui punct se formează 6 unghiuri congruente. Măsura unui unghi din cele șase este egală cu ... °.
- Într-un triunghi dreptunghic lungimea unei catete este de 12 cm și lungimea ipotenuzei este de 13 cm. Lungimea celeilalte catete este egală cu ... cm.
- O piramidă patrulateră regulată are latura bazei de 10 cm și înălțimea de 18 cm. Volumul piramidei este egal cu ... cm³.



8. Un trunchi de con circular drept are aria laterală egală cu $80\pi \text{ cm}^2$ și razele bazelor de lungimi 3 cm, respectiv 7 cm. Lungimea generatoarei trunchiului de con este egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Determinând numărul de elemente al șirului 10, 12, 14, ..., 100 se obține:
A. 45 B. 50 C. 91 D. 46
10. În sistemul de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $M(1; 0)$ și $N(4; 4)$. Calculând lungimea segmentului MN se obține:
A. $4\sqrt{2}$ unități de măsură B. 5 unități de măsură
C. 3 unități de măsură D. $3\sqrt{2}$ unități de măsură
11. Perimetrul unui paralelogram este de 28 cm. O diagonală împarte paralelogramul în două triunghiuri astfel încât perimetrul unuia dintre acestea să fie de 26 cm. Calculând lungimea diagonalei se obține:
A. 2 cm B. 12 cm C. 13 cm D. 14 cm
12. Calculând $\operatorname{tg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 60^\circ$ se obține:
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. 0

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Arătați că numărul $\sqrt{5n+2}$ este irațional, pentru orice $n \in \mathbb{N}$.
b) Arătați că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, fracția $\frac{5n+7}{3n+4}$ este ireductibilă.
14. a) Știind că $m = \sqrt{7} - \sqrt{2}$ și $n = \sqrt{7} + \sqrt{2}$, dovediți că numărul $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ aparține intervalului $\left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right)$.
Fie numerele $a = \sqrt{9 - 2\sqrt{14}}$ și $b = \sqrt{9 + 2\sqrt{14}}$.
b) Arătați că $(a - b)^2 = 8$.
c) Calculați $(a - b + 2\sqrt{2})^{2007}$.
15. a) Desenați un cub.
Cubul $ABCD A'B'C'D'$ are $AB = 18 \text{ cm}$.
b) Calculați aria triunghiului $A'C'B$.
c) Calculați distanța de la punctul B' la planul $(A'C'B)$.
d) Calculați volumul piramidei triunghiulare regulate $DA'BC'$.

Varianta 95

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $24 + 2 \cdot 3$ este egal cu
2. Soluția ecuației $7 - x = 2$ este egală cu
3. Calculând 15% din 300 se obține numărul....
4. Rezultatul calculului $(4x + 5x) : x$ este egal cu
5. Măsura suplementului unghiului de 80° este egală cu ... $^\circ$.
6. Aria dreptunghiului cu laturile de 5 dm și 10 dm este egală cu ... dm².
7. Fie un cub cu latura de 3 cm. Suma tuturor muchiilor cubului este egală cu ... cm.
8. Volumul cilindrului circular drept cu raza bazei de 3 cm și generatoarea de 4 cm este egal cu ... π cm³.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $x \cdot y = 6$, $y \cdot z = 12$ și $z \cdot t = 20$, atunci valoarea produsului $x \cdot t$ este egal cu:
A. 1 B. 8 C. 15 D. 10
10. După scumpirea cu 10%, prețul unui obiect devine 220 lei. Prețul inițial al obiectului a fost de:
A. 210 lei B. 230 lei C. 200 lei D. 242 lei
11. A, B, C sunt trei puncte coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 12$ cm, $BC = 4$ cm. Punctele M, N și P sunt mijloacele segmentelor AB, BC , respectiv MN . Lungimea segmentului PB este egală cu:
A. 6 cm B. 2 cm C. 4 cm D. 8 cm
12. Triunghiul ABC este echilateral. Punctele M, N și P aparțin laturilor AB, AC , respectiv BC , astfel încât dreapta MN este paralelă cu latura BC și dreapta NP este paralelă cu latura AB . Perimetrul paralelogramului $MNPB$ este egal cu 20 cm. Perimetrul triunghiului ABC este egal cu:
A. 50 cm B. 40 cm C. 20 cm D. 30 cm

III. (46puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie mulțimea $A = \{ \overline{abc}, \overline{bca}, \overline{cab} \}$, unde a, b, c sunt cifre în baza 10, diferite de zero, iar S este suma elementelor mulțimii A .
a) Arătați că S este multiplu de 37.
b) Determinați cea mai mică valoare a numărului S .

14. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -3x + 2$.

a) Comparați numerele $f(\sqrt{2} - 1)$ și $f(\sqrt{2})$.

b) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Determinați numărul real a pentru care punctul $P\left(\frac{a+3}{2}; 2a+1\right)$ aparține graficului funcției f .

15. a) Desenați o piramidă patrulateră regulată.

Într-o piramidă patrulateră regulată $VABCD$ cu baza $ABCD$, muchia bazei este de $6\sqrt{2}$ cm și volumul piramidei este egal cu $144\sqrt{3}$ cm³. Punctul E este situat pe muchia AV astfel încât $AE = 2 \cdot VE$.

b) Arătați că triunghiul VAC este echilateral.

c) Calculați aria laterală a piramidei.

d) Calculați distanța de la punctul E la planul (VBD) .

Varianta 96

♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $13 \cdot 11$ este egal cu

2. Cifra sutelor numărului natural 375 este numărul

3. Opusul numărului $(-4,5)$ este numărul

4. Dacă $\frac{a}{5} = \frac{b}{6}$, atunci valoarea expresiei $6a - 5b$ este egală cu

5. Soluția naturală a inecuației $x + 3 \leq 3$ este egală cu

6. În triunghiul dreptunghic ABC , măsura unghiului BAC este de 90° . Dacă $AB = 9$ cm și $AC = 8$ cm, atunci aria triunghiului ABC este egală cu ... cm².

7. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub. Dacă $AB = 5$ cm, atunci suma $BC + C'D'$ este egală ... cm.

8. Într-un trunchi de con circular drept suma lungimilor razelor bazelor este egală cu 10 cm, iar lungimea generatoarei este egală cu 7 cm. Aria laterală a trunchiului de con este egală cu ... π cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Dacă $1 + 2 + 3 = \frac{a \cdot (a+1)}{2}$, atunci numărul natural a este egal cu:

A. 6

B. 4

C. 5

D. 3

10. Soluția sistemului $\begin{cases} x + y = 5 \\ -2x + y = -4 \end{cases}$ este perechea:

A. (2;3)

B. (0;5)

C. (3;2)

D. (4;1)

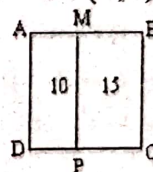
11. În figura alăturată $ABCD$ este pătrat. Dacă ariile dreptunghiurilor $AMPD$ și $MBCP$ sunt egale cu 10 cm^2 și respectiv 15 cm^2 , atunci lungimea laturii AB este egală cu:

A. 5 cm

B. 6,25 cm

C. 2 cm

D. 12,5 cm



12. Câte axe de simetrie are un triunghi echilateral?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x \leq a, \text{ unde } a \text{ este număr natural}\}$ și

$B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \text{ este divizibil cu } 3\}$.

a) Pentru $a = 9$, scrieți toate elementele mulțimii A .

b) Dacă mulțimea $A \cap B$ are 20 de elemente, determinați toate valorile pe care le poate lua numărul natural a .

14. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 0,5 \cdot x + 1$.

a) Calculați $f(2) - 2 \cdot g(3)$.

b) Reprezentați grafic funcțiile f și g în același sistem de axe perpendiculare xOy .

c) Demonstrați că punctul $O(0;0)$ este egal depărtat de graficele funcțiilor f și g .

15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza triunghi echilateral.

Prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ are ca baze triunghiurile echilaterale ABC și $A'B'C'$, lungimea înălțimii AA' de 4 cm, punctul G centrul de greutate al triunghiului $A'B'C'$ și $AG = 2\sqrt{7}$ cm.

b) Arătați că $AB = 6$ cm.

c) Calculați volumul prisme $ABCA'B'C'$.

d) Fie punctul P mijlocul segmentului $B'C'$. Arătați că dreapta AC' este paralelă cu planul $(A'BP)$.

Varianta 97

- ♦ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $4 \cdot 7 + 3$ este
2. În fracția $\frac{7}{8}$, măbind numărătorul cu 4 și numitorul cu 5, se obține fracția....
3. Câtul împărțirii cu rest a numărului 123 la numărul 24 este egal cu....
4. Alegând la întâmplare o cifră a numărului 34925, probabilitatea ca aceasta să reprezinte un număr multiplu de 3 este egală cu
5. Un triunghi are două unghiuri cu măsurile de 73° și 36° . Al treilea unghi are măsura de $...^\circ$.
6. Într-un paralelogram $ABCD$ punctul O este intersecția diagonalelor. Aria paralelogramului este egală cu 32 cm^2 . Aria triunghiului AOB este egală cu $... \text{ cm}^2$.
7. Un cilindru circular drept are secțiunea axială un pătrat de latură 8 cm. Volumul cilindrului este egal cu $... \pi \text{ cm}^3$.
8. Un paralelipiped dreptunghic are în total un număr de ... muchii.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Pe un raft se află prisme triunghiulare și piramide triunghiulare care au împreună, 42 de fețe. Numărul prismelor este de:
 A. 8 B. 7 C. 6 D. 5
10. Fie expresia $E(x) = (x+2)^2 - (x+1)(x-1)$. Folosind formulele de calcul prescurtat și reducând termenii asemenea se obține:
 A. $4x+3$ B. $2x+5$ C. $4x+5$ D. $2x+3$
11. Raza cercului înscris unui triunghi echilateral este de 3 cm. Calculând perimetrul triunghiului, se obține:
 A. $9\sqrt{3} \text{ cm}$ B. $18\sqrt{3} \text{ cm}$ C. $12\sqrt{3} \text{ cm}$ D. $27\sqrt{3} \text{ cm}$
12. Un dreptunghi are aria de 19 m^2 . Mărindu-i lungimea de 3 ori și lățimea de 2 ori, se obține un alt dreptunghi, care are aria de:
 A. 112 m^2 B. 114 m^2 C. 116 m^2 D. 118 m^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. O echipă de muncitori a executat o lucrare plătită cu suma de 2088 lei. Membrii echipei și numărul zilelor lucrate corespund datelor din tabel. Fiecare muncitor a încasat o sumă direct proporțională cu numărul zilelor lucrate.

Nume muncitor	A	B	C
Număr zile	13	6	11

- a) Calculați suma încasată de fiecare dintre cei 3 muncitori.
 b) Ce sumă ar fi primit, în plus, muncitorul B, dacă ar fi lucrat cu 2 zile mai mult?
14. Fie funcțiile $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x - 2$ și $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $g(x) = 2x - 3$.
- a) Reprezentați grafic funcția f în sistemul de axe perpendiculare xOy .
 b) Aflați coordonatele punctului de intersecție al graficelor celor două funcții.
 c) Determinați $a \in \mathbf{R} \setminus \{-1; 0\}$ știind că $f\left(\frac{a+1}{a}\right) + g\left(\frac{a-1}{a+1}\right) + 3 = 0$.
15. a) Desenați un cub.
 În cubul $ABCA'B'C'D'$ punctul M este mijlocul laturii AB , iar $MD' = 6$ cm.
 b) Arătați că $AB = 4$ cm.
 c) Calculați distanța de la punctul C la punctul de intersecție al dreptei MD cu planul $(BB'C')$.
 d) Calculați distanța de la punctul C la planul $(MC'D')$.

Varianta 98

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Rezultatul calculului $7 \cdot 2 - 4$ este egal cu
2. Soluția ecuației $x + 4 = 6$ este egală cu
3. Dacă numărul de forma $\overline{23x}$, scris în baza zece, se divide cu 10, atunci numărul este egal cu
4. Opusul numărului 7 este numărul
5. Un triunghi echilateral are latura de 6 cm. Aria triunghiului este egală cu ... cm².
6. Un unghi are măsura de 60° . Măsura unghiului format de o latură a sa și prelungirea celeilalte laturi este egală cu ...[°].
7. Aria unei sfere este 196π cm². Lungimea razei sferei este egală cu ... cm.
8. O piramidă triunghiulară regulată are latura bazei de 4 cm. Dacă apotema piramidei este de 5 cm, atunci aria laterală a piramidei este egală cu ... cm².

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Fie funcția $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = -2x + 1$. Calculând $f(1)$, se obține:
 A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
10. Dacă 10 caiete costă 20 lei, atunci 17 caiete costă:
 A. 51 lei B. 17 lei C. 37 lei D. 34 lei
11. Punctele M și N sunt mijloacele laturilor AB , respectiv AC ale triunghiului ABC . Punctul P este mijlocul segmentului MB și punctul Q este mijlocul segmentului NC . Dacă $BC = 20$ cm, atunci PQ are:
 A. 10 cm B. 15 cm C. 18 cm D. 12 cm
12. Punctele A, B, C se află pe cercul de centru O , în această ordine. Măsura unghiului AOC este egală cu 112° . Măsura unghiului ascuțit ABC este egală cu:
 A. 56° B. 51° C. 84° D. 124°

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Determinați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 6 și la 15 dă câturile diferite de zero și același rest 4.
 b) Suma a două numere naturale a și b este 35 și cel mai mare divizor comun al lor este 7. Determinați perechile de numere a și b .
14. a) Arătați că $\frac{3x+6}{x^2+x-2} = \frac{3}{x-1}$, pentru orice $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; 1\}$.
 b) Aflați numerele întregi a pentru care fracția $\frac{3}{a-1}$ reprezintă un număr întreg, unde $a \in \mathbf{R} \setminus \{1\}$.
 c) Arătați că $\left(\frac{2}{x+1} - \frac{4x}{x^2-1} - \frac{3x+6}{x^2+x-2} \right) : \frac{1}{1-x} = 5$, pentru orice $x \in \mathbf{R} \setminus \{-2; \pm 1\}$.
15. a) Desenați o prismă dreaptă cu baza pătrat.
 Prisma dreaptă $ABCD A' B' C' D'$ are ca baze, pătratele $ABCD$ și $A' B' C' D'$, aria laterală egală cu $100\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și volumul egal cu $125\sqrt{3} \text{ cm}^3$.
 b) Arătați că $AA' = 5\sqrt{3} \text{ cm}$.
 c) Calculați distanța de la punctul A la dreapta $B'C$.
 d) Calculați măsura unghiului dintre planele (DCB') și (ABC') .

Varianta 99

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

1. Numărul de 4 ori mai mare decât 8 este egal cu....
2. Opusul numărului 2,3 este egal cu....
3. Descompus în factori primi numărul 20 este egal cu....
4. Într-o urnă sunt 10 bile numerotate de la 1 la 10. Probabilitatea ca extrăgând la întâmplare o bilă, aceasta să fie numerotată cu un număr mai mic decât 4 este egală cu
5. Media aritmetică a numerelor 5 și 9 este egală cu....
6. Într-un dreptunghi $ABCD$ punctul O este intersecția diagonalelor, $AB = 6$ cm și $AC = 10$ cm. Perimetrul triunghiului CDO este egal cu ... cm.
7. Un cub are aria totală 216 cm^2 . Aria unei fețe a cubului este egală cu ... cm^2 .
8. Un trunchi de piramidă hexagonală regulată are un număr total de ... muchii.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Rezolvând ecuația $2 \cdot [2 + 2 \cdot (x + 2)] = 24$ se obține soluția:
A. 7 B. 5 C. 3 D. 1
10. Dacă $A = \{1; 2; 3; 4\}$ și $B = \{2; 3; 5\}$, atunci produsul cartezian $A \times B$ are:
A. 7 elemente B. 12 elemente C. 5 elemente D. 6 elemente
11. După transformări, suma $s = 0,25 \text{ dam} + 2,5 \text{ m} + 10 \text{ dm}$ este egală cu:
A. 12,75 dm B. 60 cm C. 10,6 dm D. 6 m
12. Într-un paralelogram $ABCD$, diagonala BD este perpendiculară pe latura AD , iar $AD \cdot DB = 16 \text{ cm}^2$. Aria paralelogramului este egală cu:
A. 16 cm^2 B. 8 cm^2 C. 32 cm^2 D. 48 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. În urma unui concurs toți elevii participanți au fost recompensați astfel: 15% din numărul concurenților au primit premiul I; 30% din restul concurenților au primit premiul al II-lea; alți 60 de elevi au primit premiul al III-lea și ultimii 59 de elevi au primit numai câte o diplomă de participare.
a) Câți elevi au participat la concurs?
b) Câți elevi au primit premiul al II-lea?

14. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 3$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 4$.
- Aflați coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor f și g .
 - Reprezentați grafic funcțiile f și g , în același sistem de axe perpendiculare xOy .
 - Calculați aria triunghiului format de axa ordonatelor, graficul funcției f și graficul funcției g .
15. a) Desenați un cilindru circular drept.
Punctele O și O' sunt centrele bazelor unui cilindru circular drept. Secțiunea axială a cilindrului este un pătrat de latură 12 cm. O sferă are raza de 6 cm.
- Arătați că aria laterală a cilindrului este egală cu aria sferei.
 - Comparați volumul sferei cu volumul cilindrului.
 - Fie punctul P mijlocul înălțimii OO' . Calculați aria totală a corpului rămas după înlăturarea din cilindru a conului circular drept care are vârful P și ca bază una din bazele cilindrului.

Varianta 100

- ◆ Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ◆ Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

I. (32 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

- Numărul de 4 ori mai mic decât 8 este egal cu....
- Inversul numărului $\frac{2}{3}$ este egal cu....
- Dintre numerele 2^3 și 3^2 mai mare este numărul....
- Într-o urnă sunt 10 bile numerotate de la 1 la 10. Probabilitatea ca extrăgând la întâmplare o bilă, aceasta să fie numerotată cu un număr mai mare decât 4 este egală cu
- Fiecare unghi al unui triunghi echilateral are măsura egală cu... °.
- Aria unui trapez care are linia mijlocie de 14 cm și înălțimea de 10 cm este egală cu ... cm².
- O piramidă triunghiulară regulată are muchia bazei de 12 cm și apotema piramidei de 8 cm. Suma tuturor muchiilor piramidei este egală cu ... cm.
- Diagonala unui paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile 1 cm, $\sqrt{3}$ cm și $\sqrt{5}$ cm are lungimea egală cu ... cm.

II. (12 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezultatul corect lângă numărul din fața exercițiului.

Dintre cele patru variante de răspuns, scrise la fiecare cerință, doar una este corectă.

9. Calculând valoarea expresiei $E(x) = (x-1)^{2007} + (1-x)^{2007}$ pentru $x=2$ se obține:

- A. 2^{2007} B. 4014 C. 2 D. 0

10. Calculând $\frac{5}{x-2} - \frac{x+3}{x-2}$ se obține rezultatul:

- A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

11. După transformări, suma $s = 0,36 \text{ dag} + 1,4 \text{ g} + 10 \text{ dg}$ este egală cu:

- A. 15 dg B. 60 cg C. 11,76 dg D. 6 g

12. Desfășurarea suprafeței laterale a unui cub este un dreptunghi cu lungimea de 24 cm. Calculând aria dreptunghiului se obține:

- A. 72 cm^2 B. 144 cm^2 C. 36 cm^2 D. 48 cm^2

III. (46 puncte) Pe foaia de examen, scrieți rezolvările complete.

13. a) Arătați că numărul $\overline{x3 \cdot x5} + 1$ este pătrat perfect, oricare ar fi x cifră în baza zece diferită de zero.

b) Numerele $\overline{ab}$ scrise în baza zece, cu a și b diferite de zero, îndeplinesc condiția: $\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b - a$. Determinați toate numerele $\overline{ab}$ care îndeplinesc condiția dată.

14. a) Determinați numărul real m știind că ecuația $(2m+1)x^2 - 7x - 6 = 0$ are soluția $x = -0,6$.

b) Rezolvați, în mulțimea numerelor reale, ecuația $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

c) Determinați valoarea raportului dintre numerele reale nenule x și y știind că $3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$.

15. a) Desenați un cilindru circular drept.

Dreptunghiul $ABCD$ este o secțiune axială a unui cilindru circular drept. Înălțimea cilindrului este $OO' = 12 \text{ cm}$, unde punctul O este centrul bazei de diametru $AB = 10 \text{ cm}$.

b) Calculați aria laterală a cilindrului.

c) Calculați volumul conului care are ca bază cercul de diametru AB și ca vârf punctul O' , centrul bazei de diametru CD .

d) Arătați că cel mai scurt drum dintre punctele A și C , parcurs pe suprafața cilindrului, are lungimea mai mică decât 20 cm.

Varianța 1

I.

1. 444. 2. 3052. 3. 1. 4. -32. 5. 10. 6. 2. 7. 36. 8. $2\sqrt{3}$.

II.

9. $3x - 6 \leq 0 \Rightarrow 3x \leq 6 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow x \in (-\infty; 2]$. Răspuns B.

10. $E(x) = (x - 7)^2 + |4 - x| \Rightarrow E(6) = (6 - 7)^2 + |4 - 6| = (-1)^2 + |-2| = 1 + 2 = 3$. Răspuns D.

11. Raza cercului circumscris unui hexagon regulat este egală cu latura hexagonului, rezultă $R = 6$ cm și deci $L_{\text{cerc}} = 2\pi R = 12\pi$ cm. Răspuns A.

12. Linia mijlocie într-un trapez este egală cu $\frac{B+b}{2} = \frac{10+8}{2} = 9$ cm. Răspuns A.

III.

13. a) 114, 141, 411, 221, 212, 122.

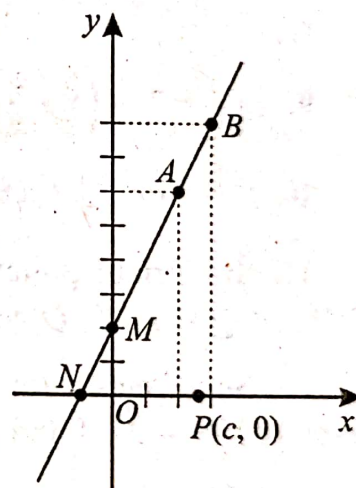
$$b) P(E) = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

$$14. a) \left. \begin{aligned} f(2) = 6 &\Rightarrow 2a + b = 6 \\ f(3) = 8 &\Rightarrow 3a + b = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = 2 \text{ și } b = 2.$$

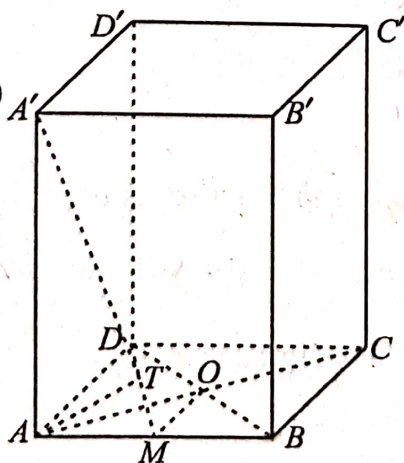
b) Dreapta AB este graficul funcției.

c) Fie $\triangle MNP$ dreptunghic în $\widehat{M}$, în care:

$$MO \perp NP \xrightarrow{TC} MN^2 = NO \cdot NP; \text{ atunci: } 5 = 1(1 + c) \Rightarrow c = 4.$$



15. a)



b) OM este linie mijlocie în $\triangle ABC$, rezultă $OM \parallel BC$; $BC \perp AB \Rightarrow OM \perp AB$,

$$\left. \begin{aligned} AA' &\perp (ABC) \\ OM &\subset (ABC) \end{aligned} \right\} \Rightarrow AA' \perp OM \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} OM &\perp (ABA') \\ A'B &\subset (ABA') \end{aligned} \right\} \Rightarrow OM \perp A'B.$$

c) Din $D'D \perp (ABC)$ și $B \in (ABC)$ rezultă că proiecția pe (ABC) a diagonalei $D'B$ este DB, deci $\sphericalangle(D'B; (ABC)) \equiv \sphericalangle D'BD$. În $\triangle ADB$: $m(\widehat{A}) = 90^\circ \Rightarrow DB^2 = AD^2 + AB^2$, deci $DB = 3\sqrt{5}$ cm. Dar $DD' = 3\sqrt{5}$ cm, rezultă $\triangle DD'B$ dreptunghic isoscel și atunci $m(\sphericalangle D'BD) = 45^\circ$.

d) În $\triangle ADM$ isoscel ($AD = AM = 3$ cm), $AA' \perp (ABC)$; ducem $AT \perp DM$, dar $AT, DM \subset (ABC) \Rightarrow A'T \perp DM$.

Fie $TQ \parallel DD'$, $Q \in D'M$, $DD' \perp DM$ rezultă $TQ \perp DM$.

$(A'DM) \cap (D'DM) = DM$, $A'T \perp DM$, $DQ \perp DM \Rightarrow \sphericalangle((A'DM); (D'DM)) \equiv \sphericalangle A'TQ$.

Fie $TQ \cap (A'B'C') = \{S\}$. Din cele arătate rezultă $\triangle A'ST$ dreptunghic în S , rezultă

$$\left. \begin{array}{l} TS \parallel DD' \\ T \in (ABCD) \\ S \in (A'B'C'D') \end{array} \right\} \Rightarrow TS = DD', \quad \left. \begin{array}{l} TS \parallel AA' \\ TS = AA' \end{array} \right\} \Rightarrow TSA'A \text{ dreptunghi} \Rightarrow A'S = AT = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \hat{T} = \frac{A'S}{TS} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Varianta 2

I.

1. 78. 2. 14. 3. $5\sqrt{2}$. 4. 5. 5. 120. 6. 60. 7. $8\sqrt{3}$. 8. 112.

II.

9. $x + \frac{1}{x} = 7 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 7^2 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 49 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$. Răspuns B.

10. $f(x) = ax - 3$; dacă $A(2; 3) \in G_f$, atunci $f(2) = 3 \Leftrightarrow 2a - 3 = 3 \Leftrightarrow a = 3$. Răspuns B.

11. Simetricul punctului P față de originea axelor este punctul Q astfel încât $PO = OQ$ și P, O, Q coliniare, deci $Q(3; 2)$. Răspuns C.

12. Suma măsurilor unghiurilor interioare ale unui poligon convex cu n laturi este $180^\circ(n - 2)$. Fiind poligon regulat, unghiurile lui interioare sunt congruente și

au $\frac{180^\circ(5-2)}{5} = 108^\circ$. Răspuns D.

III.

13. a) Din $\frac{a+b}{2} = 7,5$ rezultă $a + b = 15$; din $\sqrt{ab} = 6$ rezultă $ab = 36$; rezultă $a(15 - a) = 36$, de unde $a^2 - 15a + 36 = 0$ și deci $a = 12$ și $b = 3$, sau invers.

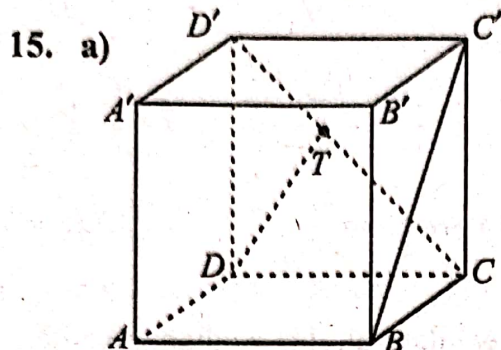
b) $p\%12 = 3 \Rightarrow p = \frac{300}{12} \Rightarrow p = 25$, deci 25% din 12 este 3.

14. a) $(x + 2)(2x - 3) = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x^2 + x - 6$.

$$\text{b) } E(x) = \left(\frac{x-6}{(x-5)(x+5)} + \frac{x}{x-5} - \frac{2}{x+5} \right) \cdot \frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x-6+x(x+5)-2(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

$$\frac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x-6+x^2+5x-2x+10}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x^2+4x+4}{(x+2)(2x-3)} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)(2x-3)} = \frac{x+2}{2x-3}$$

c) Din $\frac{a+2}{2a-3} \in \mathbb{Z}$ rezultă $2a-3 \mid a+2$, de unde $2a-3 \mid 2a+4$; dar $2a-3 \mid 2a-3$, deci $2a-3 \mid (2a+4) - (2a-3)$, rezultă $2a-3 \mid 7$, adică $2a-3 \in \{\pm 1; \pm 7\}$. Obținem $a \in \{2; 1; 5; -2\}$ și, cum $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{\pm 5; \frac{3}{2}; -2\right\}$, rezultă $a \in \{1; 2\}$.



b) Din $AB \perp (BCC')$, $BC' \subset (BCC')$ rezultă $AB \perp BC'$.

Din $A_{ABC'D'} = AB \cdot BC'$ rezultă $192 = AB \cdot BC'$.

În triunghiul BCC' : $m(\hat{C}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow BC' = \sqrt{BC^2 + C'C^2}, \text{ rezultă } BC' = 24 \text{ cm.}$$

Deci $192 = AB \cdot 24$, rezultă $AB = 8 \text{ cm.}$

c) În $\Delta A'AB$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} A'B^2 = AB^2 + A'A^2$, deci $A'B = 8\sqrt{3} \text{ cm.}$

Din $AD \parallel BC$ rezultă $\sphericalangle(A'C; AD) \equiv \sphericalangle A'CB$; $\Delta A'CB$ dreptunghic în B pentru că

$BC \perp (ABB')$ și $A'B \subset (ABB')$, rezultă $\widehat{A'CB} = \frac{A'B}{BC} = \frac{8\sqrt{3}}{8\sqrt{7}}$, adică $\widehat{A'CB} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

d) $d(D; (A'BC)) = d(D; A'BCD')$. Fie $DT \perp D'C$ cu $T \in D'C$; rezultă $DT \subset (DD'C)$, dar $A'D' \perp (DD'C)$, rezultă $A'D' \perp DT$; dar $DT \perp D'C$, rezultă $DT \perp (A'BC)$ și deci $d(D; (A'BC)) = DT = h$ în triunghiul dreptunghic $DD'C$.

$$\text{Obținem } DT = \frac{DD' \cdot DC}{D'C} = \frac{8\sqrt{2} \cdot 8}{8\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{3} \text{ cm.}$$

Varianța 3

I.

1. 81. 2. $\frac{4}{3}$. 3. 11. 4. $3^2 \cdot 2$. 5. 144. 6. 24. 7. 100. 8. 72.

II.

9. $\frac{2}{3} : 2^2 + \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} = 1$. Răspuns C.

10. $E(x) = (x+3)^2 - 3 \Rightarrow E(-2) = (-2+3)^2 - 3 = 1 - 3 = -2$. Răspuns C.

11. Punctul comun al funcțiilor $f(x) = 3 - 4x$ și $g(x) = 2x - 21$ se obține rezolvând sistemul:

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ y = f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 - 4x = 2x - 21 \\ y = f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 24 \\ y = f(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = f(4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 - 4 \cdot 4 \end{cases}, \text{ deci}$$

$P(4; -13)$. Răspuns B.

12. $AB + BC + CD = 15 \Rightarrow 2AB + 3 = 15 \Rightarrow AB = 6$. Răspuns B.

III.

13. a) $120 + 82 - 160 = 42$ elevi cunosc ambele limbi.

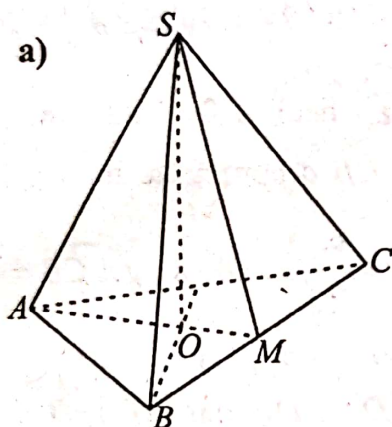
b) $82 - 42 = 40$ elevi cunosc numai limba franceză.

14. a) $m = 0$ rezultă ecuația $-x = 0$, de unde $S = \{0\}$.

b) $m = -2$ rezultă $-2x^2 - 5x - 2 = 0$, de unde $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$ și $S = \left\{-\frac{1}{2}; -2\right\}$.

c) $\Delta > 0 \Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4m^2 > 0 \Rightarrow m < \frac{1}{4} \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{4}\right)$.

15. a)



b) $\triangle ABC$ echilateral, AM mediană rezultă $AM \perp BC$.

$\triangle SBC$ isoscel, SM mediană, rezultă $SM \perp BC$.

Deci $BC \perp (SAM)$, dar $SA \subset (SAM)$, rezultă $BC \perp SA$. Dar $SA \perp SM$, rezultă $SA \perp (SBC)$ și, cum $SC \subset (SBC)$, rezultă $SA \perp SC$, deci $\triangle SAC$ dreptunghic.

c) În $\triangle SAM$ dreptunghic în S aplicăm teorema catetei:

$SA^2 = AO \cdot AM$ rezultă $(6\sqrt{2})^2 = \frac{2}{3} AM \cdot AM$ și deci $AM = 6\sqrt{3}$ cm; rezultă

$6\sqrt{3} = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, de unde $AB = 12$ cm. Din teorema înălțimii rezultă $SO^2 = AO \cdot OM$,

deci $SO^2 = \frac{2}{3} AM \cdot \frac{1}{3} AM$ și atunci $SO = 2\sqrt{6}$ cm.

$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{144\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3}$, rezultă $Vol = 72\sqrt{2}$ cm³.

d) $A'P \perp (ABC)$, $B'Q \perp (ABC)$, $SO \perp (ABC)$ rezultă $A'P \parallel B'Q$; dar A' și B' sunt mijloacele muchiilor SA , respectiv SB , rezultă P mijlocul segmentului AO și Q mijlocul segmentului BO , deci PQ este linie mijlocie în $\triangle OAB$. Rezultă $PQ \parallel AB$ și $PQ = \frac{AB}{2}$.

Dacă $CO \cap PQ = \{T\}$, atunci $CT \perp PQ$; $CT = CO + OT = \frac{2}{3} \cdot 6\sqrt{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$, iar

$PQ = 6$ cm; $A_{PQC} = \frac{CT \cdot PQ}{2} = 15\sqrt{3}$ cm².

Varianta 4

I.

1. 1. 2. 230. 3. 10. 4. 90. 5. 110. 6. 8. 7. 18. 8. 81.

II.

9. $E(x) = x^2 - 5x + 6 + (x+2)(x-3) \Rightarrow E(2) = 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 + (2+2)(2-3) = 4 - 10 + 6 + 4 \cdot (-1) = -4$. Răspuns C.

10. Pentru că $\sqrt{3} < \sqrt{5}$, obținem $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - \sqrt{3}$, deci $|\sqrt{3} - \sqrt{5}| + \sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{5}$. Răspuns B.

11. Volumul unui cub cu muchia de 1 dm este 1 dm^3 ; volumul unui cub cu muchia de 3 dm este 27 dm^3 ; un cub cu volumul de 27 dm^3 cântărește $27 \cdot 7 = 189 \text{ kg}$. Răspuns C.

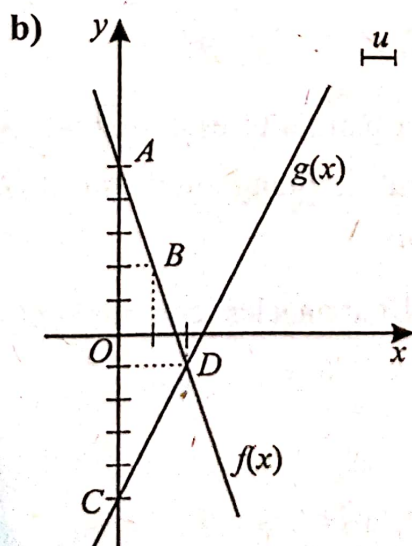
12. MN este linie mijlocie în triunghiul echilateral ABC , rezultă $BC = 2MN = AB = AC$, deci perimetrul trapezului $BMNC$ este egal cu $5 \cdot \frac{15}{2} = 75 : 2 = 37,5 \text{ cm}$. Răspuns A.

III.

13. a) Notăm cu x numărul apartamentelor cu 3 camere și cu y , numărul apartamentelor cu 2 camere.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 76 \\ x + y = 28 \end{cases} \Rightarrow x = 20 \text{ și } y = 8.$$

b) Din $p\% \cdot 20 = 8$ rezultă $p = 40$, deci 40%.

14. a) $f(0) = 5 \Rightarrow A(0; 5)$ și $f(1) = 2 \Rightarrow B(1; 2)$. Graficul este dreapta AB .



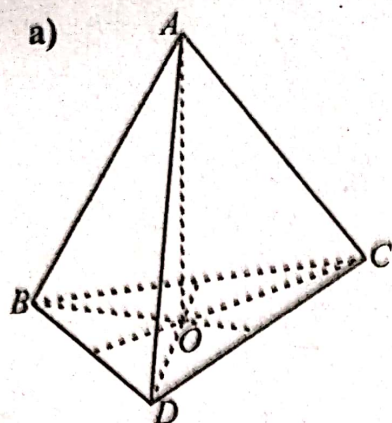
Din $g(0) = -5$ rezultă $G_g \cap Oy = C(0; -5)$.
 $G_f \cap G_g : f(x) = g(x)$ rezultă $5 - 3x = 2x - 5$,
 adică $x = 2$ și $f(2) = -1$, deci $D(2; -1)$.

$$A_{DAC} = \frac{10 \cdot 2}{2} = 10u^2.$$

c) $s = (2 \cdot 3 - 5) + (2 \cdot 4 - 5) + \dots + (2 \cdot 102 - 5)$;
 obținem $s = 2(3 + 4 + \dots + 102) - 5 \cdot 100$, de unde

$$s = 2 \cdot \left(\frac{102 \cdot 103}{2} - 3 \right) - 500 \text{ și deci } s = 10000.$$

15. a)



b) BM și DM mediane în triunghiurile echilaterale ABC , respectiv ADC rezultă $BM \perp AC$ și $DM \perp AC$, rezultă $AC \perp (MBD)$.

c) $\triangle MBD$ isoscel. Fie N mijlocul laturii BD ; rezultă $MN \perp BD$.

$$A_{BMD} = \frac{BD \cdot MN}{2}; \quad BM = DM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$$

$$\text{În } \triangle MND: \quad m(\hat{N}) = 90^\circ \stackrel{\text{TP}}{\Rightarrow} MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ cm,}$$

$$\text{rezultă } A_{BMD} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4} \text{ cm}^2.$$

d) Fie O centrul bazei BCD , rezultă $AO \perp (BCD)$. Ducem $MP \perp (BCD)$ și, cum $AO \perp (BCD)$, rezultă $MP \parallel AO$ în $\triangle AOC$; dar M mijlocul laturii AC , rezultă MP linie mijlocie și deci $MP = \frac{AO}{2}$. În $\triangle AOB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \stackrel{\text{TP}}{\Rightarrow} AO^2 = AB^2 - BO^2$; cum

$$BO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}, \text{ rezultă } AO^2 = a^2 - \frac{3a^2}{9} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ cm, deci } MP = \frac{a\sqrt{6}}{6} \text{ cm.}$$

Varianta 5

I.

$$1. 30. \quad 2. \frac{26}{5}. \quad 3. 3. \quad 4. 2. \quad 5. 10. \quad 6. 48. \quad 7. 125. \quad 8. 48.$$

II.

$$9. \frac{2x+y}{3x-y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(2x+y) = 2(3x-y) \Rightarrow 6x+3y = 6x-2y \Rightarrow 5y=0 \Rightarrow y=0. \text{ Răspuns C.}$$

$$10. -x+4 > 2 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow x \in (-\infty; 2). \text{ Răspuns C.}$$

11. Aria pătratului este 64 cm^2 , rezultă că latura pătratului este $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$, deci perimetrul pătratului este $8 \cdot 4 = 32 \text{ cm}$. Perimetrul dreptunghiului este $2(L + l) = 2(10 + l) = 32 \Rightarrow 10 + l = 16 \Rightarrow l = 6 \text{ cm}$. Răspuns B.

12. Măsura unghiului $DAB = 30^\circ$ pentru că $\sphericalangle DAB$ are același complement, $\sphericalangle DAC$, cu $\sphericalangle ACB$. Răspuns A.

III.

$$13. \text{ a) } A + V = 21 \text{ rezultă } A = 21 - V.$$

$$2(A - 3) = V - 3, \text{ rezultă } 2(21 - V - 3) = V - 3, \text{ deci Vlad are 13 ani.}$$

$$\text{b) Andrei are } 21 - 13 = 8 \text{ ani. Peste } x \text{ ani: } 8 + x = \frac{2}{3}(13 + x), \text{ rezultă } x = 2 \text{ ani.}$$

14. a) $\left. \begin{aligned} f(-1) &= 4 \Rightarrow -a + b = 4 \\ f(2) &= -5 \Rightarrow 2a + b = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -3; b = 1.$

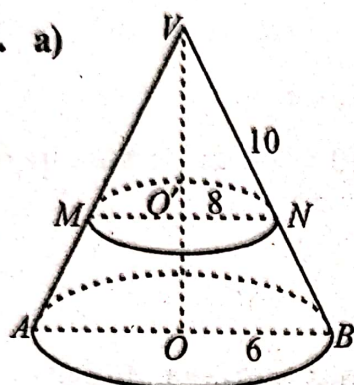
b) $G_f \cap Ox : f(x) = 0$, rezultă $-3x + 1 = 0$, adică $x = \frac{1}{3}$, deci $A\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

$G_f \cap Oy : f(0) = y$ rezultă $y = 1$, deci $B(0; 1)$.

$A_{AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$

c) $f(m^2) = m - 3; -3m^2 + 1 = m - 3; 3m^2 + m - 4 = 0$, rezultă $m = 1$ sau $m = -\frac{4}{3}.$

15. a)



b) În $\triangle VOB$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} OB = 6 \text{ cm}.$

$Vol_{con} = \frac{\pi R^2 h}{3} = 96\pi \text{ cm}^3.$

c) $A_{AVB} = \frac{AB \cdot VO}{2} = \frac{AV^2 \cdot \sin \widehat{AVB}}{2}$, rezultă

$\sin \widehat{AVB} = \frac{AB \cdot VO}{AV^2} = 0,96.$

d) $\frac{V_{con mic}}{V_{con mare}} = \frac{1}{27}$. Fie r și h_1 raza, respectiv înălțimea conului mic.

Din Teorema fundamentală a asemănării avem $\frac{r}{R} = \frac{h_1}{h} = k$, rezultă $\frac{V_{con mic}}{V_{con mare}} = \frac{\pi r^2 h_1}{\pi R^2 h} = \left(\frac{h_1}{h}\right)^3$, deci $\left(\frac{h_1}{h}\right)^3 = k^3$. Din $k^3 = \frac{1}{27}$ rezultă $k = \frac{1}{3}$, adică $h_1 = \frac{8}{3}$, deci distanța este $8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \text{ cm}.$

Varianța 6

I.

1. 19. 2. 2, 17. 3. 30. 4. 2. 5. $4\sqrt{3}$. 6. 8. 7. 14. 8. 15.

II.

9. $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} \Rightarrow x \in \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$. Răspuns C.

10. $a = \sqrt{4 - \sqrt{15}} + \sqrt{4 + \sqrt{15}} \Rightarrow a^2 = 4 - \sqrt{15} + 2\sqrt{(4 - \sqrt{15})(4 + \sqrt{15})} + 4 + \sqrt{15} = 8 + 2\sqrt{16 - 15} = 10$. Răspuns B.

11. $\frac{x \cdot y}{z} = \frac{(a^2 + a)(a - 1)}{(a^2 - 1)} = \frac{a(a + 1)(a - 1)}{(a + 1)(a - 1)} = a$. Răspuns B.

12. Ipotenuza este $2 \cdot 4 = 8$ cm. Raza cercului circumscris triunghiului dreptunghic este jumătate din ipotenuză, adică 4 cm. *Răspuns A.*

III.

13. a) Notăm cu x lungimea întregii autostrăzi.

Primul an: $\frac{1}{4}x$; $\frac{3}{4}x$ au rămas de construit.

Al doilea an: $\frac{60}{100} \cdot \frac{3}{4}x = \frac{9}{20}x$; $\frac{3}{4}x - \frac{9}{20}x = \frac{3}{10}x$ a rămas de construit.

Al treilea an: 72 km.

$$\frac{3}{10}x = 72, \text{ deci } x = 240 \text{ km.}$$

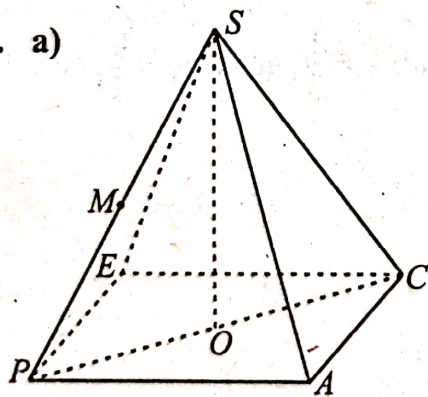
b) În primii doi ani s-au construit $\frac{1}{4} \cdot 240 + \frac{9}{20} \cdot 240 = 168$ km pentru care firma a primit suma de $\frac{168 \cdot 2800}{240} = 1960$ milioane euro.

14. a) $A(-3; 4)$.

b) $O(0, 0) \in G_f$ și $B(2, 4) \in G_f$, rezultă $f(0) = 0$ și $f(2) = 4$, de unde $b = 0$ și $2a = 4$, deci $a = 2$ și $b = 0$.

$$\text{c) } A_{OBC} = \frac{OB \cdot d(C; OB)}{2} = \frac{CO \cdot y_B}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt{5} \cdot d(C; OB)}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} \Rightarrow d(C; OB) = \frac{6\sqrt{5}}{5}.$$

15. a)



$$\text{b) } V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{144 \cdot 6}{3} = 288 \text{ cm}^3.$$

c) MO linie mijlocie în ΔPSC , rezultă $MO \parallel SC$;
 $SC \subset (SEC) \Rightarrow MO \parallel (SEC)$.

d) $OA \perp PC$ și $OA \perp SO \Rightarrow$
 $\Rightarrow OA \perp (PSC)$
 ducem $OT \perp SC$
 $OT, SC \subset (PSC) \left. \begin{array}{l} \Rightarrow AT \perp SC; \\ \text{T3P} \end{array} \right\}$

$$\left. \begin{array}{l} (SPC) \cap (SAC) = SC \\ OT \perp SC \\ AT \perp SC \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((SPC); (SAC)) \equiv \sphericalangle OTA.$$

$$\text{În } \Delta OTA \text{ dreptunghic în } \hat{O}: \operatorname{tg} \hat{T} = \frac{OA}{OT} = \frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow m(\widehat{ATO}) = 60^\circ;$$

$$OT = \frac{OS \cdot OC}{CS} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}.$$

$$\text{În } \Delta SOC: m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TP}} SC^2 = SO^2 + OC^2 \Rightarrow SC = 6\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Varianta 7

I.

1. 37. 2. 3002. 3. 36. 4. $\frac{11}{16}$. 5. 12. 6. $18\sqrt{3}$. 7. 6. 8. 120.

II.

9. $2x - 5 < 3x \Rightarrow x > -5 \Rightarrow x \in (-5; +\infty)$. Răspuns A.

10. $\frac{7+\sqrt{11}}{x} = \frac{2}{7-\sqrt{11}} \Rightarrow 2x = (7+\sqrt{11})(7-\sqrt{11}) \Rightarrow x = (49-11):2 \Rightarrow x = 19$. Răspuns C.

11. Din $\frac{a}{b} = \frac{1}{5}$ și $a+b=90^\circ$ rezultă $5a=b$ și $a+b=90^\circ$, deci $6a=90^\circ$ și $5a=b$ și atunci $a=15^\circ$ și $b=75^\circ$. Răspuns D.

12. $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{1}{5} \xRightarrow{\text{RTTh}} MN \parallel BC \xRightarrow{\text{TFA}} \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{BC}{MN} = 6$. Răspuns A.

III.

13. a) $A = 4^n \cdot (5^2)^n \cdot 5 - (2^2)^n \cdot 25^n = 100^n \cdot 5 - 100^n = 100^n \cdot 4 = (10^n)^2 \cdot 2^2 \Rightarrow A = (2 \cdot 10^n)^2$.

b) $\sqrt{A} = \sqrt{(2 \cdot 10^n)^2} = 2 \cdot 10^n$ nu se divide cu 10 dacă $n = 0$.

14. a) $f(1) = 1 \Rightarrow 2m - 1 + 3 - m = 1 \Rightarrow m = -1$.

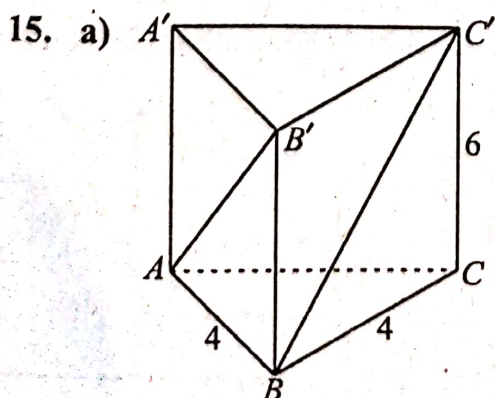
b) $f(x) = (-2-1)x + 3 + 1 \Rightarrow f(x) = -3x + 4$.

c) $G_f \cap Ox: f(x) = 0 \Rightarrow -3x + 4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow C\left(\frac{4}{3}; 0\right)$.

$G_f \cap Oy: f(0) = y$, rezultă $y = 4$, deci $B(0, 4)$.

În $\triangle COB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TP}} CB^2 = OC^2 + OB^2 \Rightarrow CB = \frac{4}{3}\sqrt{10}$.

Raza cercului circumscris este egală cu $\frac{CB}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$.



b) Din $A_{lat} = P_b \cdot h$ rezultă $72 = 3 \cdot 4 \cdot h$, deci $h = 6$ cm și $AA' = 6$ cm.

c) $V_{\text{piramidei}} = \frac{A_b \cdot h}{3}$.

Fie O' centrul bazei $A'B'C'$;

$$V_{O'ABC} = \frac{A_{ABC} \cdot O'O}{3} = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{6}{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

d) Prelungim BC cu $MB = BC$; dar $BC \parallel B'C'$ și $BC = B'C'$, rezultă $MB'C'B$ paralelogram, deci $MB' \parallel BC'$ și $MB' = BC'$; rezultă $\sphericalangle(AB', BC') \equiv \sphericalangle AB'M$.

$$\text{În } \triangle BCC': m(\hat{C}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} BC' = 2\sqrt{13} \text{ cm} = MB' = AB'.$$

În $\triangle AMC$ avem $AB = MB = BC = 4$ cm, rezultă $\triangle AMC$ dreptunghic: $m(\hat{A}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} AM^2 = MC^2 - AC^2$, de unde $AM = 4\sqrt{3}$ cm.

În triunghiul isoscel AMB' ducem $B'P \perp AM$ și obținem

$$A_{AMB'} = \frac{AM \cdot B'P}{2} = \frac{AB' \cdot B'M \cdot \sin \sphericalangle AB'M}{2}.$$

$$\sin \sphericalangle AB'M = \frac{4\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{10}}{52} \Rightarrow \sin \sphericalangle AB'M = \frac{2\sqrt{30}}{13}.$$

$$\text{În } \triangle B'PM: m(\hat{P}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} B'P^2 = MB'^2 - PM^2, \text{ deci } B'P = 2\sqrt{10} \text{ cm.}$$

Varianta 8

I.

1. 15. 2. 3. 3. 12. 4. 150. 5. 19. 6. 8. 7. 2. 8. 60.

II.

9. Aria pătratului este l^2 , adică $(4 - \sqrt{5})^2 = 16 - 8\sqrt{5} + 5 = 21 - 8\sqrt{5}$ cm². Răspuns C.

10. $f(-3) = -5 \cdot (-3) + 1 = 16$. Răspuns B.

11. Fie punctul $C(2; 0)$. În $\triangle ABC$ cu $m(\hat{C}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} AB^2 = BC^2 + AC^2 \Rightarrow AB = 5$ u.m.
Răspuns C.

12. Aria triunghiului echilateral este: $\frac{l^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(8\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = 48\sqrt{3}$ cm². Răspuns A.

III.

13. a) $2x = 8 \Rightarrow x = 4$.

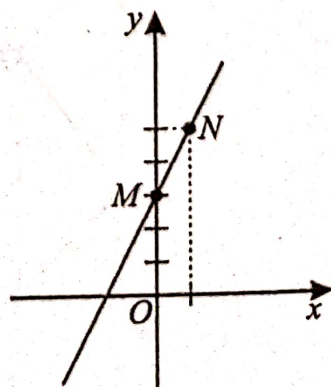
b) $m = 3c$; $m - 5 = c + 3 \Rightarrow 3c - 5 = c + 3 \Rightarrow c = 4$, deci 4 camioane și 12 microbuze.

14. a) Înlocuind $x = 2$ și $y = 3$ în ecuația $x + y - 5 = 0$ obținem $2 + 3 - 5 = 0$ (A) deci $(2; 3) \in B$.

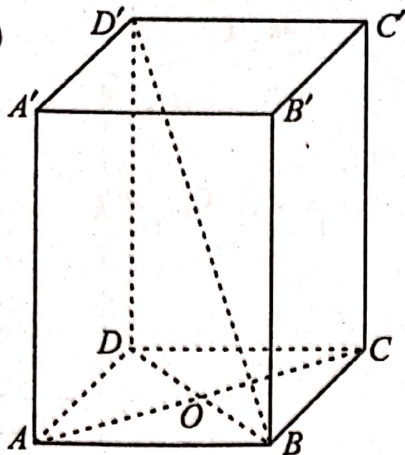
b) $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow M(0, 3)$;

$x = 1 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow N(1, 5)$.

$$\text{c) } \begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{13}{3} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \left\{ \left(\frac{2}{3}; \frac{13}{3} \right) \right\}.$$



15. a)



b) $AD \perp DC$ și $AD \perp DD' \Rightarrow AD \perp (DCC')$; cum $D'C \subset (DCC')$, rezultă $AD \perp D'C$.

c) $D'D \perp (ABC)$ și $B \in (ABC)$ rezultă că proiecția lui $D'B$ pe (ABC) este DB și deci $\sphericalangle(D'B; (ABC)) \equiv \sphericalangle D'BD$;

$$m(\sphericalangle DD'B) = 30^\circ \Rightarrow DB = \frac{D'B}{2}; DB = 5\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow \\ \Rightarrow D'B = 10\sqrt{2} \text{ cm} \xrightarrow{TP} D'D = 5\sqrt{6} \text{ cm}.$$

$$A_{lat} = P_b \cdot h \Rightarrow A_{lat} = 20 \cdot 5\sqrt{6} = 100\sqrt{6} \text{ cm}^2.$$

d) $AMPC$ trapez, $\{O\} = AC \cap BD$ și O' mijlocul segmentului MP rezultă OO'

linie mijlocie și deci $OO' = \frac{MA + CP}{2} = 4 \text{ cm}$.

$BNQD$ trapez și O'' mijlocul segmentului QN rezultă OO'' linie mijlocie și deci

$$OO'' = \frac{BN + DQ}{2} = 4 \text{ cm}.$$

Atunci $OO' = OO''$ și $OO' \perp (ABCD)$, $OO'' \perp (ABCD)$ deci $O' = O''$ și rezultă că dreptele MP și NQ sunt concurente, adică M, N, P, Q coplanare.

Varianța 9

I.

$$1. 7. \quad 2. \frac{13}{6}. \quad 3. 2. \quad 4. [0; 3]. \quad 5. 150. \quad 6. 48. \quad 7. 13. \quad 8. 5.$$

II.

$$9. a = \sqrt{3^4 + 3^5} = \sqrt{3^4(1+3)} = \sqrt{(3^2)^2 \cdot 2^2} = 3^2 \cdot 2. \text{ Răspuns } C.$$

$$10. \frac{2x}{3} = \frac{6}{2,25} \Rightarrow 2x \cdot 2,25 = 3 \cdot 6 \Rightarrow x = \frac{18}{2 \cdot 2,25} \Rightarrow x = 4. \text{ Răspuns } D.$$

$$11. \text{ Diagonala unui pătrat este } l\sqrt{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow l = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow l = \sqrt{6} \text{ cm}. \text{ Răspuns } B.$$

$$12. \lg 60^\circ - 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3} - 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 0. \text{ Răspuns } A.$$

III.

$$13. \text{ a) } x - 20\%x = \frac{80}{100}x \text{ costă după ieftinire;}$$

$$\frac{80}{100}x + \frac{20}{100} \cdot \frac{80}{100}x = \frac{96}{100}x \text{ costă după scumpire;}$$

$$\frac{96}{100}x = 1152 \Rightarrow x = 1200 \text{ lei.}$$

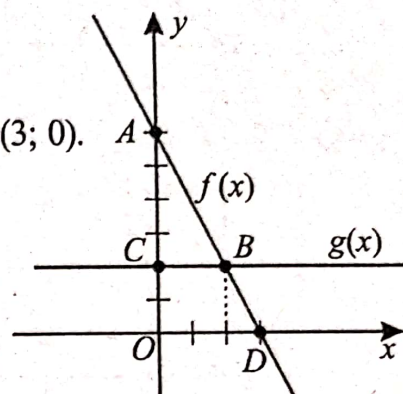
b) După ieftinire aparatul a costat $80\% \cdot 1200 = 960$ lei.

14. a) $f(0) = 6 \Rightarrow A(0, 6); f(2) = 2 \Rightarrow B(2, 2);$
 $g(0) = 2 \Rightarrow C(0, 2); g(2) = 2 \Rightarrow B(2, 2).$

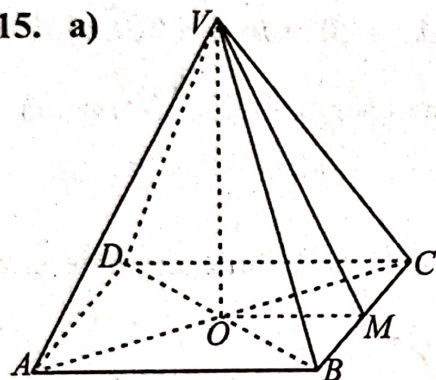
b) $G_f \cap Ox : f(x) = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow D(3; 0).$

$$A_{\text{trapez}} = \frac{(BC + OD) \cdot OC}{2} = \frac{(2 + 3) \cdot 2}{2} = 5.$$

c) $p = 0$ pentru că $f(3) = -6 + 6 = 0.$



15. a)



b) $A_{\text{lat}} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{12 \cdot 4 \cdot 10}{2} = 240 \text{ cm}^2.$

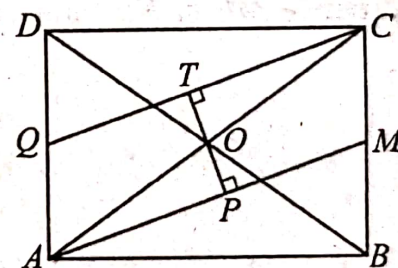
În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VM^2 = VO^2 + OM^2$,
 deci $VM = 10 \text{ cm}.$

c) $A_{MND} = A_{ABCD} - A_{AND} - A_{BMN} - A_{MCD} =$
 $= 144 - \frac{3 \cdot 12}{2} - \frac{9 \cdot 6}{2} - \frac{6 \cdot 12}{2} = 63 \text{ cm}^2.$

d) $VO \perp (ABC)$
 ducem $OP \perp AM$
 $OP, AM \subset (ABC)$ $\left. \begin{array}{l} \text{T3P} \\ \Rightarrow VP \perp AM. \end{array} \right\}$

$(VAM) \cap (ABC) = AM, VP \perp AM, OP \perp AM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle((VAM), (ABC)) \equiv \angle VPO.$

$$\text{tg} \widehat{VPO} = \frac{VO}{OP} = \frac{8}{\frac{6\sqrt{5}}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$



Fie Q mijlocul $[AD]$; rezultă $AMCQ$ paralelogram. Dacă $OP \perp AM$, atunci PT este înălțimea paralelogramului, unde $OP \cap QC = \{T\}.$

$$A_{AMCQ} = A_{\text{pătrat}} - 2A_{ABM} = 144 - \frac{12 \cdot 6}{2} \cdot 2 = 72 \text{ cm}^2.$$

În $\triangle AMB$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2$, deci $AM = 6\sqrt{5} \text{ cm}.$

Din $A_{\text{paralel}} = AM \cdot PT$ rezultă $72 = 6\sqrt{5} \cdot PT$, deci $PT = \frac{12\sqrt{5}}{5} \text{ cm}$ și $PO = \frac{6\sqrt{5}}{5} \text{ cm}.$

Varianta 10

I.

1. 7. 2. 5502. 3. 8. 4. 40. 5. -2. 6. 20. 7. 60. 8. 60.

II.

9. Pentru că a are ca factori pe 2 și 8, iar $2 \cdot 8 = 16$, atunci $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 16 + 1 = 16(1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50 + 2) + 1 = 16k + 1$, deci restul este 1. *Răspuns B.*

$$10. \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1,5y = 2 \\ -2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 4 \\ -2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 8 \\ -2x + y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 14 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x + 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow (-2; 2). \text{ Răspuns D.}$$

11. $\triangle ABC$ echilateral, rezultă $\triangle DEF$ echilateral cu latura $\frac{AB}{2}$, deci raportul de asemănare este $\frac{DE}{AB} = \frac{1}{2}$. Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea este egal cu pătratul raportului de asemănare, deci $A_{\triangle DEF} = \frac{A_{\triangle ABC}}{4} = 96 : 4 = 24 \text{ cm}^2$. *Răspuns D.*

12. Unghiurile sunt: $x; x + 10^\circ; x + 20^\circ; x + 30^\circ$. Cum suma lor este 360° , rezultă $4x + 60^\circ = 360^\circ$, de unde $x = 300^\circ : 4$, deci $x = 75^\circ$. *Răspuns B.*

III.

13. a) Cazuri favorabile sunt 26; cazuri posibile sunt $12 + 26 + 36 = 74$;
 $P(E) = \frac{26}{74} = \frac{13}{37}$.

b) Cel mai rău caz este când scot 9 bile albe, 9 bile roșii, 9 bile verzi, adică 27 de bile, deci sigur a 28-a bilă va fi a 10-a bilă de aceeași culoare.

14. a) $f(0) = -4 \Rightarrow A(0; -4); f(1) = -2 \Rightarrow B(1; -2).$

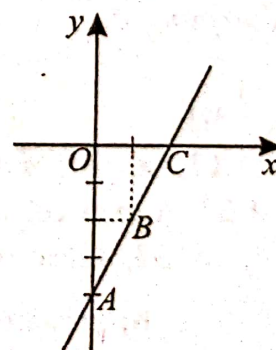
b) $G_f \cap Ox : f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow C(2; 0).$

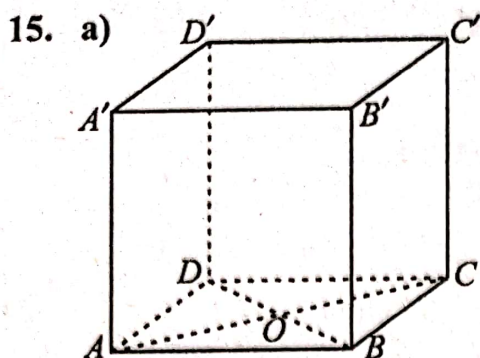
În $\triangle OCA$ cu $m(\hat{O}) = 90^\circ : \operatorname{tg} \widehat{OAC} = \frac{OC}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

$$\text{c) } \left. \begin{aligned} \frac{2a-4}{a+1} \in \mathbb{Z} &\Rightarrow a+1 \mid 2a-4 \\ \text{dar } a+1 \mid a+1, &\text{ rezultă } a+1 \mid 2a+2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a+1 \mid (2a-4) - (2a+2) \Rightarrow a+1 \mid -6 \Rightarrow a+1 \mid 6.$$

Cum $a \in \mathbb{N}$, rezultă $a+1 \in \{1; 2; 3; 6\}$, deci $a \in \{0; 1; 2; 5\}$.





b) $A_{\text{tot}} = A_{\text{lat}} + 2A_b = 4 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 6 + 2 \cdot (6\sqrt{2})^2 = 144\sqrt{2} + 144 = 144(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}^2.$

c) Fie $\{O\} = AC \cap BD$; dacă $AE = FC$ și $AO = CO$, rezultă prin diferență $OE = OF$. Cum $OD = OB$, rezultă $DEBF$ paralelogram; dar $EF \perp DB$, deci $DEBF$ romb.

d)
$$\left. \begin{array}{l} (C'D) \cap (D'DF) = DD' \\ DF \perp DD' \\ DC \perp DD' \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle((C'D), (D'DF)) \equiv \angle FDC.$

Dar $\triangle FDC$ isoscel ($DC = CF$) și $m(\widehat{DCF}) = 45^\circ$, rezultă $m(\widehat{CDF}) = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67^\circ 30'.$

Varianta 11

I.

1. 49. 2. $2x$. 3. $\frac{7}{6}$. 4. 56. 5. 60. 6. 30. 7. $9\sqrt{3}$. 8. 5.

II.

9. O variantă de rezolvare! Adunăm 1 la toate elementele mulțimii A și atunci mulțimea A are tot atâtea elemente câte are mulțimea $A' = \{2; 4; 6; 8; \dots; 98; 100\}$. Dacă împărțim fiecare element al mulțimii A' la 2, obținem elementele $1; 2; 3; \dots; 50$, care sunt în număr de 50. *Răspuns D.*

10. $10\% \cdot 40 + 40 = 44$ lei. *Răspuns C.*

11. $BD \perp AD \Rightarrow A_{ABCD} = \text{baza} \cdot \text{înălțimea} = 5 \cdot 12 = 60 \text{ cm}^2$. *Răspuns B.*

12. $A_{\text{cerc}} = \pi R^2$; dar $L_{\text{cerc}} = 2\pi R = 6\pi$, rezultă $R = 3 \text{ cm}$, deci aria este $9\pi \text{ cm}^2$. *Răspuns B.*

III.

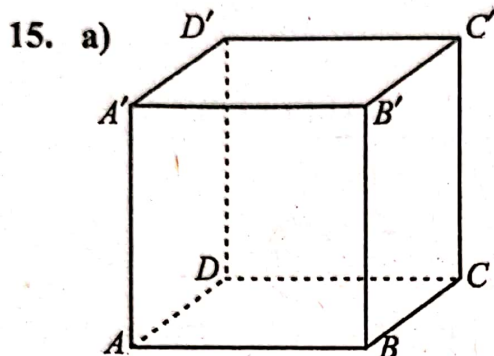
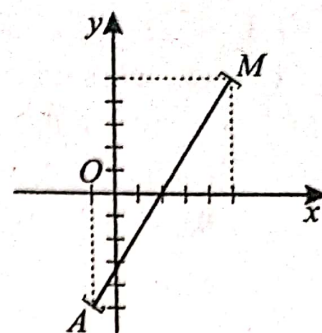
13. a) $n = 9a + 3$, $n = 18b + 3$, $n = 27c + 3$, rezultă că $n - 3$ este divizibil cu 9, 18 și 27. Atunci cel mai mic $n - 3$ divizibil cu 9, 18 și 27 este c.m.m.m.c al numerelor 9, 18, 27, adică 54, deci cel mai mic n este 57.

b) Următorul $n - 3$ este $54 \cdot 2 = 108$, rezultă $n = 111$. Următorul $n - 3$ este $54 \cdot 3 = 162$, rezultă $n = 165$. Următorul $n - 3$ este $54 \cdot 4 = 216$, rezultă $n = 219$. Următorul $n - 3$ este $54 \cdot 5 = 270 > 250$. Obținem $n \in \{111; 165; 219\}$.

14. a) $f(-1) = -5$ și $f(2) = 1$, rezultă $-a + b = -5$ și $2a + b = 1$, deci $a = 2$ și $b = -3$.

b)
$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 2 \cdot 4 - 3 = 5 \Rightarrow M(4; 5) \\ f(-1) &= -5 \Rightarrow A(-1; -5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_f = [MA].$$

c) $P(x; y)$ cu $x = y$; din $f(x) = y$ rezultă $f(x) = x$, adică $2x - 3 = x$, obținem $x = 3$, deci $P(3; 3)$.



b) $Vol = L \cdot l \cdot h = 20 \cdot 16 \cdot 15 = 4800 \text{ cm}^3$.

c) $BC \perp (DCC')$
 ducem $CT \perp DC'$
 $CT \text{ și } DC' \subset (DCC')$ $\left. \begin{aligned} & \\ & \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{T3P}} BT \perp DC' \Rightarrow$

$\Rightarrow d(B; DC') = BT$, unde T este piciorul perpendicularei din C pe DC' .

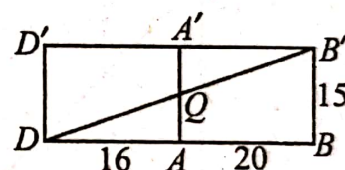
În $\triangle DCC'$: $m(\hat{C}) = 90^\circ \Rightarrow CT = \frac{DC \cdot CC'}{DC'}$ și, cum $DC' = \sqrt{DC^2 + C'C^2}$, rezultă $DC' = 25 \text{ cm}$ și $CT = 12 \text{ cm}$.

În $\triangle BTC$: $m(\hat{C}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{TP}} BT^2 = TC^2 + BC^2 \Rightarrow BT = 20 \text{ cm}$.

d) Prin desfășurarea suprafețelor $ABB'A'$ și $ADD'A'$ se obține dreptunghiul din figura alăturată.

$P_{B'QD} = B'Q + QD + B'D$.

Dar $B'D$ este constantă, deci perimetrul este minim când $B'Q + QD$ este minim, adică atunci când B', Q, D sunt coliniare.



$QA \parallel BB' \xRightarrow{\text{TFA}} \frac{QA}{BB'} = \frac{DA}{DB}$, deci $QA = \frac{20}{3} \text{ cm}$.

Varianța 12

I.

1. 77. 2. 4. 3. a. 4. -2. 5. $9\sqrt{3}$. 6. 16. 7. 10. 8. 4.

II.

9. $(\sqrt{2} - 1)^2 - (1 - \sqrt{2})^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 - 1 + 2\sqrt{2} - 2 = 0$. Răspuns D.

10. $3 \cdot 6 = 18$. Răspuns C.

11. $\frac{PB}{AM} = \frac{AB - AP}{2AP} = \frac{4AP - AP}{2AP} = \frac{3}{2} = 1,5$. Răspuns C.

12. $\sphericalangle CMB \equiv \sphericalangle MBA$ (alterne interne); dar $\sphericalangle CBM \equiv \sphericalangle MBA$, rezultă $\triangle BCM$ isoscel, deci $MC = 6 \text{ cm}$, $DM = DC - MC = 2 \text{ cm}$. Răspuns B.

III.

13. a) Fie r suma inițială de bani a lui Radu și a suma inițială de bani a Alexandrei. Din $r + a = 10$ și $r + 1 = a - 6$ obținem $r - a = -7$ și $r + a = 10$, deci $r = 1,5$; cartea costă $2(r + 1) = 5$ lei.

b) $a = 10 - 1,5 \Rightarrow a = 8,5$ lei.

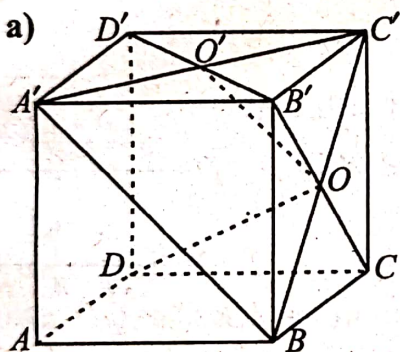
14. a) $x^2 - 10x + 21 = x^2 - 7x - 3x + 21 = x(x - 7) - 3(x - 7) = (x - 7)(x - 3)$.

$$\begin{aligned} \text{b) } F(x) &= \left(\frac{2x^2 - 7x - 17}{(x - 7)(x - 3)} - \frac{x + 1}{x - 7} \right) \cdot \frac{(x - 3)(x + 3)}{1} = \\ &= \frac{(2x^2 - 7x - 17 - x^2 + 3x - x + 3)}{(x - 7)(x - 3)} \cdot (x - 3)(x + 3) = \frac{(x^2 - 5x - 14)(x + 3)}{x - 7} = \\ &= \frac{(x - 7)(x + 2)(x + 3)}{x - 7} = (x + 2)(x + 3). \end{aligned}$$

c) $F(a) = (a + 2)(a + 3)$.

a par $\Rightarrow a + 2$ par $\Rightarrow F(a)$ par; a impar $\Rightarrow a + 3$ par $\Rightarrow F(a)$ par.

15. a)



b) $\triangle DBC'$ echilateral și DO mediană rezultă

$$A_{DBC'} = 2\sqrt{3} = \frac{DB^2 \sqrt{3}}{4}, \text{ deci } DB = 2\sqrt{2} \text{ cm și } AB = 2 \text{ cm.}$$

$$\text{c) } V_{OADD'A'} = \frac{A_{ADD'A'} \cdot AB}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}^3.$$

d) Dacă $A'C' \cap D'B' = \{O'\}$, atunci OO' este linie mijlocie în $\triangle C'A'B$, deci $OO' \parallel A'B$ și $\sphericalangle(DO; A'B) \equiv \sphericalangle O'OD$.

Din $DC \perp (BCC')$ și $OC \subset (BCC')$, rezultă $DC \perp OC \Rightarrow DO^2 = DC^2 + OC^2$, de unde $DO = DO' = \sqrt{6}$ cm.

$OO' = \frac{A'B}{2} = \sqrt{2}$ cm. Fie $DT \perp O'O$; cum $\triangle DOO'$ isoscel, rezultă $TO = \frac{\sqrt{2}}{2}$ cm.

În $\triangle DOT$ cu $m(\hat{T}) = 90^\circ$ avem $\cos \hat{O} = \frac{TO}{DO} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Varianta 13

I.

1. 29. 2. $\frac{21}{24}$. 3. 3. 4. $\frac{2}{3}$. 5. 74. 6. 28. 7. 63. 8. 94.

II.

9. $7x + 3 = 5 \Rightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{7}$. Răspuns B.

10. $ab = |(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})| = |2 - 3| = |-1| = 1$. Răspuns D.

11. Raza cercului circumscris dreptunghiului este jumătate din diagonală, adică 4 cm. Răspuns D.

12. Fie $BD \perp AC$, cu $D \in AC$. În $\triangle ABD$, $m(\angle BAD) = 30^\circ \Rightarrow BD = \frac{AB}{2} = 3$ cm.

$A_{\triangle ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2} = 15$ cm². Răspuns C.

III.

13. a) $\frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 9 + 6 \cdot 8 + 7 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 4}{25} = \frac{183}{25} = 7,32$.

b) $183 - 1 \cdot 4 = 179$; $7,4 = \frac{179 + 1 \cdot x}{25} \Rightarrow x = 6$.

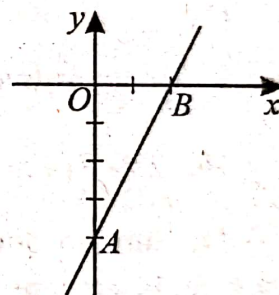
14. a) $\left. \begin{aligned} f(1) + f(4) &= a + b + 4a + b = 5a + 2b \\ f(2) + f(3) &= 2a + b + 3a + b = 5a + 2b \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1) + f(4) = f(2) + f(3)$.

b) $f(x) = 2x - 4$

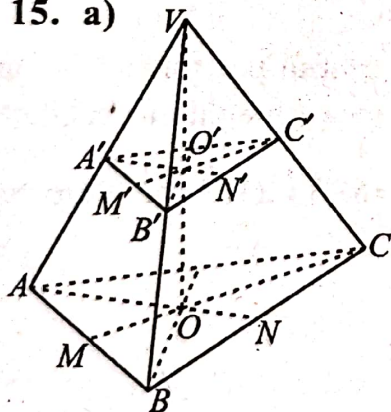
$f(0) = -4 \Rightarrow A(0; -4)$

$f(x) = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow B(2, 0)$.

c) Din $f(2m + 1) = m^2 + 1$ rezultă $2(2m + 1) - 4 = m^2 + 1$, adică $m^2 - 4m + 3 = 0$, deci $m = 1$ sau $m = 3$.



15. a)



b) $OM = \frac{1}{3} MC = \frac{1}{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm.

$O'M' = \frac{1}{3} M'C' = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm.

Ducem $M'P \perp MO$, $P \in MO$, rezultă

$MP = \frac{4\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ cm.

În $\triangle MM'P$ dreptunghic în P: $M'M^2 = MP^2 + M'P^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow M'M = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ cm; $A_{lat} = \frac{(P_B + P_b)a_p}{2} \Rightarrow A_{lat} = \frac{(24 + 18) \cdot 7\sqrt{3}}{6} = 49\sqrt{3}$ cm².

$A_{tot} = A_{lat} + A_B + A_b = 49\sqrt{3} + 16\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 74\sqrt{3}$ cm².

c) Fie V vârful piramidei:

$\frac{VO'}{VO} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{VO'}{VO' + 4} = \frac{6}{8} \Rightarrow 4VO' = 3VO' + 12 \Rightarrow VO' = 12$ cm $\Rightarrow VO = 16$ cm.

$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{16}{3} = \frac{256\sqrt{3}}{3}$ cm³.

d) Fie N mijlocul $[BC]$ și $O'T \perp VN$ cu $T \in VN$; atunci $O'T \subset (VON)$.

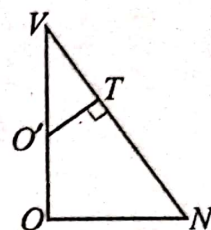
Din $BC \perp ON$ și $BC \perp VN$ rezultă $BC \perp (VON)$.

Vom avea $BC \perp O'T$, dar $O'T \perp VN$ și atunci $O'T \perp (BCC')$, deci $d(O'; (BCC')) = O'T$.

$$\Delta VO'T \sim \Delta VNO \Rightarrow \frac{O'T}{ON} = \frac{VO'}{VN} \Rightarrow \frac{O'T}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \frac{12}{\frac{28\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow O'T = \frac{12}{7} \text{ cm.}$$

Fie $VN \cap B'C' = \{N'\}$.

$$\frac{VN'}{VN} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{VN'}{VN' + \frac{7\sqrt{3}}{3}} = \frac{3}{4} \Rightarrow VN' = 7\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow VN = \frac{28\sqrt{3}}{3} \text{ cm.}$$



Varianta 14

I.

1. 56. 2. 20004. 3. 6. 4. -2. 5. 10. 6. 8. 7. 180. 8. 16.

II.

9. Media aritmetică este $\frac{(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)}{2} = \sqrt{2}$. Răspuns B.

10. $2 \cdot (-7) - m = 0 \Rightarrow m = -14$. Răspuns C.

11. Suma a două unghiuri complementare este 90° , deci măsura unghiului format de bisectoare este $90^\circ : 2 = 45^\circ$. Răspuns D.

12. Apotema hexagonului regulat este distanța de la centrul poligonului la latura lui. Fie O centrul hexagonului dat; apotema este înălțimea triunghiului echilateral

$AOB = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6 \text{ cm}$, deci $AB = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ și atunci $P_{\text{hexagon}} = 6AB = 24\sqrt{3} \text{ cm}$. Răspuns A.

III.

13. a) Fie x prețul inițial al bicicletei.

I $x + 20\%x = \frac{120}{100}x = \frac{6}{5}x$ costă după prima scumpire.

II $\frac{6}{5}x + 10\% \frac{6}{5}x = \frac{33}{25}x$; $\frac{33}{25}x = 264 \Rightarrow x = \frac{264 \cdot 25}{33} \Rightarrow x = 200 \text{ lei}$.

b) $p\%200 = 264 \Rightarrow p = 132$, deci s-a scumpit cu 32%, de la 200 lei la 264 lei.

14. a) $E(x) = \frac{(x-2)^2 + (x+2)^2 + 2(x-2)(x+2)}{(x+2)^2} \cdot \frac{x+2}{2x}$.

$$E(x) = \frac{x^2 - 4x + 4 + x^2 + 4x + 4 + 2x^2 - 8}{2x(x+2)} = \frac{4x^2}{2x(x+2)} = \frac{2x}{x+2}.$$

b) $\frac{1}{n}E(n) = \frac{2}{n+2} \in \mathbb{Z}$ rezultă $n+2 \in \{\pm 1; \pm 2\}$, adică $n \in \{-1; -3; 0; -4\}$.

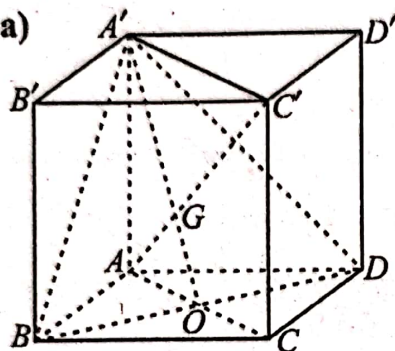
Cum $n \in \mathbb{N}^*$, nu există un astfel de n .

c) $\frac{2x}{x+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x+2 \mid 2x \Rightarrow x+2 \mid 4 \Rightarrow x+2 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\} \Rightarrow$

dar $x+2 \mid x+2 \Rightarrow x+2 \mid 2x+4$

$\Rightarrow x \in \{-1; -3; 0; -4; 2; -6\}$. Cum $x \neq 0$, obținem $x \in \{-6; -4; -3; -1; 2\}$.

15. a)



b) $\Delta A'BD$ este echilateral pentru că laturile lui sunt diagonale în pătrate congruente, deci

$$A_{A'BD} = \frac{BD^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(6\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

c) Fie $OA' \cap AC' = \{G\}$.

$$AO \parallel A'C' \Rightarrow \Delta AGO \sim \Delta C'GA' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{AO}{A'C'} = \frac{OG}{GA'} = \frac{AG}{GC'} \Rightarrow OG = \frac{1}{2} A'G.$$

Cum $A'O$ este mediană în $\Delta A'BD$, rezultă că G este centrul de greutate al triunghiului $A'BD$. Piramidele $AA'BD$ și $C'A'BD$ cu vârful în A , respectiv în C' sunt regulate pentru că au baza triunghi echilateral și muchiile laterale congruente. Cum G este centrul bazei $A'BD$, rezultă $AC' \perp (A'BD)$ în punctul G . Deci $AC' \perp A'O$ în punctul G .

d) $\frac{1}{2} = \frac{AG}{GC'} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{AC'}{GC'} \Rightarrow GC' = \frac{2AC'}{3} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$

$$Vol_{C'A'BD} = \frac{A_{A'BD} \cdot C'G}{3} = \frac{18\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3}}{3} = 72 \text{ cm}^3.$$

Varianta 15

I.

1. 144. 2. 24. 3. 9. 4. 2. 5. 3000. 6. 26. 7. 100. 8. 500.

II.

9. $G_f \cap Ox = A(-1; 0)$ pentru că $f(x) = 0 \Rightarrow x = -1$; $G_f \cap Oy = B(0; 1)$ pentru că $f(0) = 1 \Rightarrow G_f = AB$. Distanța de la O la AB este înălțime în ΔABO și este egală cu $\frac{\sqrt{2}}{2}$ u.m. Răspuns A.

10. Numerele întregi cuprinse în intervalul închis $[-2; 3]$ sunt $-2; -1; 0; 1; 2; 3$, iar suma lor este 3. Răspuns D.

11. Aria rombului este $\frac{AC \cdot BD}{2} = AD \cdot BE$, unde $BE \perp AD$, cu $E \in AD$, deci $\frac{6 \cdot 8}{2} = AD \cdot BE$. Fie $AC \cap BD = \{O\} \xrightarrow{TP} AD^2 = AO^2 + OD^2$; obținem $AD = 5$ cm, deci $BE = \frac{24}{5}$ cm. În $\triangle ABE$: $\sin(\angle BAD) = \frac{BE}{AB} = \frac{24}{25}$. Răspuns D.

12. Din teorema înălțimii rezultă că înălțimea corespunzătoare ipotenuzei este egală cu $\sqrt{2 \cdot 8} = 4$ cm, iar ipotenuza este egală cu $2 + 8 = 10$ cm. Aria triunghiului este $\frac{b \cdot h}{2} = 20$ cm². Răspuns C.

III.

13. a) x elevi și y microscop.

$$2(y - 1) + 1 = 3(y - 4) \Rightarrow 2y - 2 + 1 = 3y - 12 \Rightarrow y = 11 \text{ microscop.}$$

b) $2(11 - 1) + 1 = 21$ elevi.

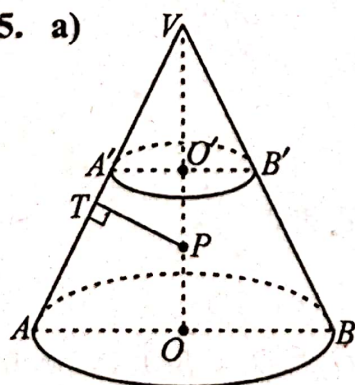
$$14. \text{ a) } E(x) = \frac{x}{x^2(x+1)} \cdot \frac{2(x+1) \cdot 3(x-1)}{2x^2 + 4x - x - 2 - x^2 - 3x + 1} = \frac{1}{x} \cdot \frac{6(x-1)}{x^2 - 1} = \frac{6(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{6}{x(x+1)}.$$

$$\text{b) } 3 + E(2) + E(3) + \dots + E(100) = \frac{6}{1 \cdot 2} + \frac{6}{2 \cdot 3} + \frac{6}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{6}{100 \cdot 101} = 6 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) = 6 \left(1 - \frac{1}{101} \right) = 6 \cdot \frac{100}{101} = \frac{600}{101}.$$

$$\text{c) } E(a) = \frac{6}{a(a+1)} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a(a+1) \mid 6 \Rightarrow a(a+1) \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}.$$

Cum a și $a + 1$ sunt două numere întregi consecutive obținem $1 \cdot 2 = 2$; $2 \cdot 3 = 6$; $(-2) \cdot (-1) = 2$; $(-3) \cdot (-2) = 6$, deci $a \in \{1; 2; -2; -3\}$. Dar $a \neq 1$, deci $a \in \{-3; -2; 2\}$.

15. a)



$$\text{b) } A_t = A_l + A_b \Rightarrow 24\pi = 15\pi + A_b \Rightarrow A_b = 9\pi \Rightarrow \pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3 \text{ cm.}$$

$$\text{c) } A_{lat} = 15\pi = \pi \cdot 3 \cdot G \Rightarrow G = 5 \text{ cm.}$$

În $\triangle VOB$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} VO^2 = VB^2 - OB^2$, de unde $VO = 4$ cm.

$A'B'$ linie mijlocie, rezultă $OO' = 2$ cm și $r = \frac{3}{2}$ cm.

$$V_r = \frac{\pi h}{3} (R^2 + r^2 + Rr) \Rightarrow V_r = \frac{\pi \cdot 2}{3} \left(9 + \frac{9}{4} + \frac{9}{2} \right) \Rightarrow V_r = \frac{21\pi}{2} \text{ cm}^3.$$

d) Fie $PT = PO$ raza cercului înscris (P este intersecția bisectoarelor).

$$\triangle VTP \sim \triangle VOA \Rightarrow \frac{PT}{AO} = \frac{VP}{VA} \Rightarrow \frac{PT}{3} = \frac{4 - PT}{5} \Rightarrow 5PT = 12 - 3PT, \text{ deci } PT = \frac{3}{2} \text{ cm.}$$

Varianta 16

I.

1. 235. 2. 3,7. 3. $\frac{2}{5}$. 4. 340. 5. 32. 6. 60. 7. $5\sqrt{2}$. 8. 200.

II.

9. $a^2 - b^2 = 12 \Rightarrow (a-b)(a+b) = 12 \Rightarrow a-b = 4$. Răspuns D.

10. $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{x+2}{x-2}$. Răspuns B.

11. Aria trapezului este $\frac{(B+b)}{2} \cdot h$, și cum $\frac{B+b}{2}$ este egală cu linia mijlocie a trapezului, rezultă că aria este egală cu 70 cm^2 . Răspuns A.

12. Triunghiul BAD este isoscel cu un unghi de 60° , rezultă că $\triangle BAD$ echilateral, deci $AB = 12 \text{ cm}$; perimetrul este egal cu $12 \cdot 4 = 48 \text{ cm}$. Răspuns B.

III.

13. a) $\left. \begin{array}{l} x = 15a + 13 \\ x = 30b + 13 \\ x = 45c + 13 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 13 = 15a \\ x - 13 = 30b \\ x - 13 = 45c \end{array} \right\} \Rightarrow x - 13 \text{ se divide cu } 15; 30; 45. \text{ Cel mai}$

mic număr diferit de zero divizibil cu 15, 30 și 45 este c.m.m.m.c al lor adică 90, deci $x = 103$.

$$\text{b) } S = \underbrace{(90 \cdot 1 + 90 \cdot 2 + 90 \cdot 3 + \dots + 90 \cdot 10)}_{10 \text{ termeni}} + 10 \cdot 13;$$

$$S = 90(1 + 2 + 3 + \dots + 10) + 10 \cdot 13; \quad S = 90 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} + 130 \Rightarrow S = 5080.$$

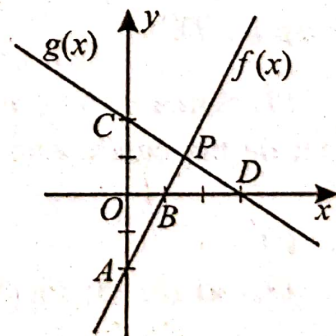
14. a) $f(-3) + g(-3) = -8 + 4 = -4$.

b) $f(0) = -2 \Rightarrow A(0; -2); \quad f(1) = 0 \Rightarrow B(1; 0);$
 $g(0) = 2 \Rightarrow C(0; 2); \quad g(3) = 0 \Rightarrow D(3; 0).$

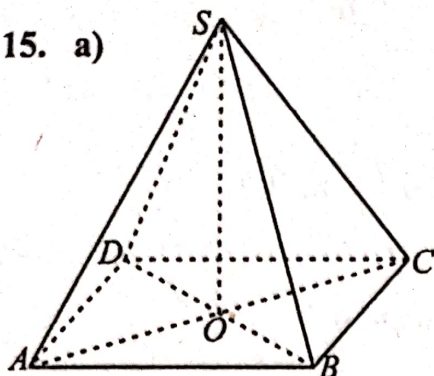
c) $A_{ACD} = \frac{CD \cdot d(A; CD)}{2} = \frac{DO \cdot AC}{2}; \text{ dar}$

$$CD = \sqrt{CO^2 + OD^2} = \sqrt{13}.$$

Deci $\sqrt{13} \cdot d(A; CD) = 3 \cdot 4 \Rightarrow d(A; CD) = \frac{12\sqrt{13}}{13}.$



15. a)



$$b) Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{144 \cdot 6\sqrt{2}}{3} = 288\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

c) $AC = 12\sqrt{2} \text{ cm}$; $AO = 6\sqrt{2} \text{ cm}$; $SA = 12 \text{ cm}$,
deci fețele laterale sunt triunghiuri echilaterale.

Fie $BE \perp SC$; atunci E este mijlocul laturii SC și
 $DE \perp SC$ și, cum $SC = (SBC) \cap (SDC)$, rezultă
 $\angle((SBC); (SDC)) \equiv \angle(DEC)$.

Din OE înălțime și mediană în $\triangle SOC$ dreptunghic
isoscel rezultă $OE = 6 \text{ cm}$.

$$A_{DEB} = \frac{DB \cdot OE}{2} = \frac{BE^2 \sin \widehat{DEB}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{DEB} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

d) Din $BC \perp SM$ și $BC \perp OM$ rezultă $BC \perp (SOM)$, unde M este mijlocul lui
 BC . Ducem $PT \perp SM$ cu $T \in SM$; $PT \subset (SOM) \Rightarrow BC \perp PT$ și, cum $PT \perp SM$, rezultă
 $PT \perp (SBC)$, deci $d(P; (SBC)) = PT$.

$$\triangle SPT \sim \triangle SMO \Rightarrow \frac{PT}{OM} = \frac{SP}{SM} \Rightarrow \frac{PT}{6} = \frac{3\sqrt{2}}{\frac{12\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow PT = \sqrt{6} \text{ cm}.$$

Varianta 17

I.

1. 310. 2. 50. 3. 1. 4. 3. 5. 15. 6. 60. 7. 96. 8. 84.

II.

9. $\frac{3}{4} + \frac{7}{10} \cdot \frac{5}{14} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$. Răspuns B.

10. $E(x) = (2x+3)^2 - (2x-3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 12x - 9 = 24x$. Răspuns C.

11. Prin teorema lui Pitagora obținem $l^2 = 8^2 + 6^2$, deci $l = 10 \text{ cm}$. Distanța dintre
două laturi opuse este înălțimea rombului. $\frac{d_1 \cdot d_2}{2} = b \cdot h \Rightarrow \frac{16 \cdot 12}{2} = 10 \cdot h \Rightarrow h = 9,6 \text{ cm}$.
Răspuns D.

12. Suma a două unghiuri suplementare este 180° , deci măsura unghiului for-
mat de bisectoare este $180^\circ : 2 = 90^\circ$. Răspuns C.

III.

13. a) 16; 25; 36; 49; 64; 81.

b) $\sqrt{ab+ba} = \sqrt{10a+b+10b+a} = \sqrt{11(a+b)} \in \mathbb{N}$ dacă $a+b=0$ sau $a+b=11^k$
cu k impar. Dar a și b sunt cifre diferite de zero, deci $a+b=11$. Cel mai mic astfel de $\overline{ab}$
este 29.

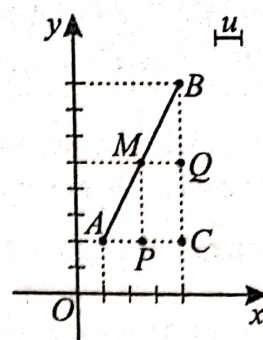
14. a) $G_f = AB \Rightarrow f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$.
 $f(1) = 2 \Rightarrow a + b = 2$ și $f(4) = 8 \Rightarrow 4a + b = 8 \Rightarrow a = 2, b = 0$,
 deci $f(x) = 2x$.

b) Fie $C(4; 2)$. În $\triangle ABC$ cu $m(\hat{C}) = 90^\circ$ avem $AC = 3$ și
 $BC = 6 \xrightarrow{TP} AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow AB^2 = 9 + 36 \Rightarrow AB = 3\sqrt{5}$.

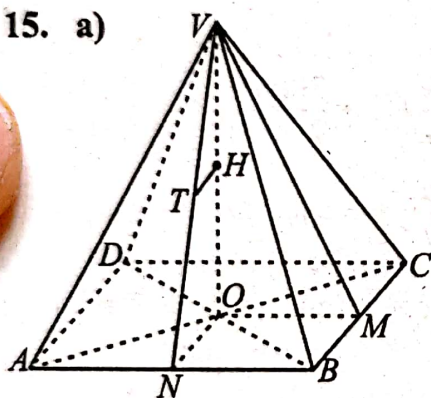
c) Dacă M este mijlocul segmentului AB și dacă prin M ducem paralele la AC și la BC , ele intersectează în P , respectiv

Q , segmentele AC , respectiv BC , atunci MP și MQ sunt linii mijlocii și deci $MQ = \frac{AC}{2} = \frac{3}{2}$

și $MP = \frac{BC}{2} = 3$. Deci $M\left(\frac{3}{2} + 1; 3 + 2\right) \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; 5\right)$.



15. a)



b) Fie M mijlocul lui $[BC]$ și O centrul bazei;
 atunci $OM = \frac{AB}{2} = 6$ cm.

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} VM = 6\sqrt{2}$ cm.

$$A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{12 \cdot 4 \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 144\sqrt{2} \text{ cm}^2.$$

c) $VO \perp (ABC)$ și $A \in (ABC)$, rezultă că proiecția muchiei VA pe planul bazei este AO , deci
 $\angle(VA; (ABC)) \equiv \angle VAO$.

$$AC = 12\sqrt{2} \text{ cm} \Rightarrow AO = 6\sqrt{2} \text{ cm} \xrightarrow{TP} VA^2 = AO^2 + VO^2 \Rightarrow VA = 6\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$\text{În } \triangle VAO \text{ cu } m(\hat{O}) = 90^\circ, \cos \hat{A} = \frac{AO}{VA} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

d) Fie N mijlocul laturii AB și $HT \perp VN$ cu $T \in VN$.

Din $AB \perp NO$ și $AB \perp VN$ rezultă $AB \perp (VNO)$; dar $HT \subset (VNO) \Rightarrow AB \perp HT$ și, cum $HT \perp VN$, rezultă $HT \perp (VAB)$, deci $d(H; (VAB)) = HT$;

$$\triangle VTH \sim \triangle VON \Rightarrow \frac{HT}{ON} = \frac{VH}{VN} \text{ și obținem } HT = \frac{3 \cdot 6}{6\sqrt{2}}, \text{ adică } HT = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}.$$

Varianta 18

I.

1. 12. 2. 15. 3. 162. 4. $\frac{1}{6}$. 5. 32. 6. 12. 7. 288. 8. 70.

II.

9. $M(x; y) \in G_f \Rightarrow f(x) = y$. Deoarece $f(1) = -5$ rezultă $M(1; -5)$. Răspuns D.

10. Ecuația este echivalentă cu $x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0$, deci $S = \{-1\}$.
Răspuns C.

11. Dacă un unghi este de 60° , atunci rombul este format din două triunghiuri echilaterale. Diagonala mare a rombului este formată din două înălțimi ale triunghiului echilateral cu latura de 15 cm. Diagonala mare este egală cu $2 \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$ cm. Răspuns B.

12. Din teorema lui Pitagora rezultă că ipotenuza este egală cu $\sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ cm. Raza cercului circumscris triunghiului dreptunghic este jumătate din ipotenuză, deci 6,5 cm. Răspuns C.

III.

13. a) $\sqrt{\frac{900}{50}}^2 - (3\sqrt{10} - 2\sqrt{10})^2 = 18 - 10 = 8.$

b) $s = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2006}{2007} \right) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2006}{2007} \right);$

$s = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2006}{2007} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \dots - \frac{2006}{2007}; s = -1.$

14. a) $|x - 1| = 1 \Rightarrow x - 1 = 1$ sau $x - 1 = -1 \Rightarrow x = 2$ sau $x = 0 \Rightarrow S = \{0; 2\}.$

b) $|x| \leq 2 \Rightarrow S = \{\pm 2; \pm 1; 0\}.$

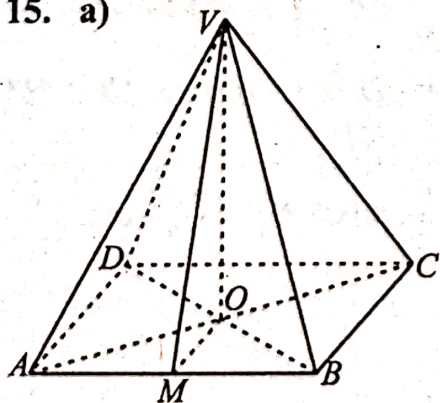
c) $x = 0 \Rightarrow |-y| < 2 \Rightarrow |y| < 2 \Rightarrow (0; -1); (0; 1); (0; 0).$

$x = 2 \Rightarrow |2 - y| < 2 \Rightarrow 2 - y = -1 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (2; 3)$

$2 - y = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (2; 1)$

$2 - y = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow (2; 2).$

15. a)



b) $A_{tot} = A_{lat} + A_b = \frac{P_b \cdot a_p}{2} + A_b.$

Fie M mijlocul laturii $[AB]$, deci $OM = 6$. În $\triangle VOM$ cu $m(\hat{O}) = 90^\circ$ obținem $VM = 10$ cm.

$A_{tot} = \frac{12 \cdot 4 \cdot 10}{2} + 144 = 384 \text{ cm}^2.$

c) În $\triangle VOA$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} VA^2 = VO^2 + AO^2$, de unde $VA = 2\sqrt{34}$ cm.

$A_{BVD} = \frac{VO \cdot BD}{2} = \frac{BV \cdot DV \cdot \sin \widehat{BVD}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{BVD} = \frac{8 \cdot 12\sqrt{2}}{136} = \frac{12\sqrt{2}}{17}.$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } AB \perp VM, AB \perp OM \Rightarrow AB \perp (VOM) \\ \text{Ducem } HT \perp VM, T \in VM \Rightarrow HT \subset (VOM) \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp HT.$$

$$HT \perp VM \text{ și } HT \perp AB \Rightarrow HT \perp (VAB) \Rightarrow d(H; (VAB)) = HT.$$

$$VO \perp (ABC), H \in VO \Rightarrow d(H; (ABC)) = HO.$$

$$\Delta VHT \sim \Delta VMO \Rightarrow \frac{HT}{MO} = \frac{VH}{VM} \text{ și atunci } \frac{HT}{6} = \frac{8-HT}{10} \Rightarrow HT = 3 \text{ cm.}$$

Varianța 19

I.

1. 20. 2. 0,2. 3. 4. 4. 1500. 5. 2. 6. 6. 7. 15. 8. 10.

II.

$$9. 4x^2 + 8x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow S = \{-1\}. \text{ Răspuns D.}$$

10. 3 muncitori.....10 ore

6 muncitori..... x ore

$$\frac{3}{6} = \frac{x}{10}, \text{ fiind inversă proporționalitate, deci } x = 5 \text{ ore. Răspuns A.}$$

11. Prin teorema lui Pitagora obținem $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 12$ cm. Fie $AD \perp BC$ cu $D \in BC$; atunci proiecția laturii AC pe BC este CD și din teorema catetei obținem $AC^2 = BC \cdot CD$, adică $144 = 20 \cdot CD \Rightarrow CD = 7,2$ cm. Răspuns C.

$$12. (\sin 30^\circ + \cos 30^\circ) \cdot (\cos 60^\circ - \sin 60^\circ) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} = -0,5.$$

Răspuns B.

III.

$$13. \text{ a) } a + b = 156.$$

$$\frac{a+24}{b-32} = 1 \Rightarrow a - b = -56 \text{ și, cum } a + b = 156, \text{ obținem } 2a = 100, \text{ adică } a = 50 \text{ și}$$

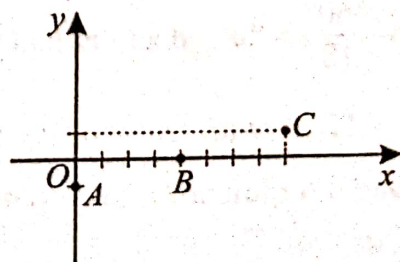
$$b = 106.$$

$$\text{b) } m_{ap} = \frac{50 \cdot 3 + 106 \cdot 2}{3 + 2} = 72,4.$$

$$14. \text{ a) } f(0) = -1 \Rightarrow A(0; -1); f(4) = 0 \Rightarrow B(4; 0);$$

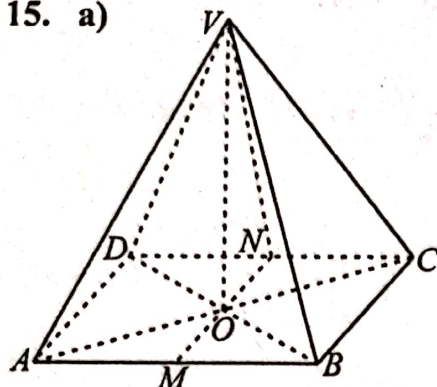
$$f(8) = 1 \Rightarrow C(8; 1). \text{ Deci } G_f = \{A; B; C\}.$$

b) $f(4) \neq -1$, $f(8) = 1$ și 12 nu aparține domeniului de definiție al funcției, deci doar $N \in G_f$.



c) $\frac{1}{4}x - 1 > 2x - 8 \Rightarrow x - 4 > 8x - 32 \Rightarrow x < 4$; cum $x \in \{0; 4; 8\}$, rezultă $x = 0$.

15. a)



b) Fie M mijlocul lui $[AB]$. Cum $\triangle VAB$ este echilateral, rezultă $VM = \frac{6\sqrt{3}}{2}$, deci $VM = 3\sqrt{3}$ cm.

$$A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2}; A_{lat} = \frac{6 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

c) Cum $DB = 6\sqrt{2}$, $VD = VB = 6$, rezultă $DB^2 = VD^2 + VB^2$, deci $\triangle VDB$ dreptunghic în V .

d) $(VAB) \cap (VDC) = d$, unde $V \in d$ și, cum $AB \parallel DC$, rezultă $d \parallel AB$ și $d \parallel DC$. Fie N mijlocul lui $[DC]$; atunci $VN \perp DC$, dar $VM \perp AB$. Rezultă că $VM \perp d$ și $VN \perp d$. Deci $\angle((VAB); (VDC)) \equiv \angle MVN$.

În $\triangle VOA$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VO^2 = VA^2 - AO^2$, rezultă $VO = 3\sqrt{2}$ cm.

$$A_{VMN} = \frac{VO \cdot MN}{2} = \frac{VM \cdot VN \cdot \sin(\widehat{MVN})}{2} \Rightarrow \sin(\widehat{MVN}) = \frac{VO \cdot MN}{VM^2} = \frac{3\sqrt{2} \cdot 6}{(3\sqrt{3})^2} \Rightarrow \sin(\widehat{MVN}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Varianta 20

I.

1. 5. 2. 1,8. 3. $6\sqrt{2}$. 4. 6. 5. 500. 6. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 7. 3. 8. 36.

II.

9. $f(x) = 2x - 3$ și $f(1) = 2 \cdot 1 - 3 = -1 \Rightarrow C(1; -1) \in G_f$. Răspuns C.

10. $E(x) = x^4 - 1 + x^4 + 2x^2 + 1 = 2x^4 + 2x^2 \Rightarrow E(\sqrt{3}) = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 = 24$. Răspuns A.

11. $\frac{m(\angle AOB)}{7} = \frac{m(\angle AOC)}{6} = \frac{m(\angle BOC)}{5} = \frac{m(\angle AOB) + m(\angle AOC) + m(\angle BOC)}{7+6+5} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$, deci cel mai mic unghi din cele trei este $m(\angle BOC) = 100^\circ$. Răspuns A.

12. Într-un triunghi dreptunghic, mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză, deci ipotenuza este de 10 cm. Aria triunghiului este $\frac{b \cdot h}{2} = 20 \text{ cm}^2$. Răspuns D.



III.

13. a) 17% din $200 = \frac{17 \cdot 200}{100} = 34$ persoane.

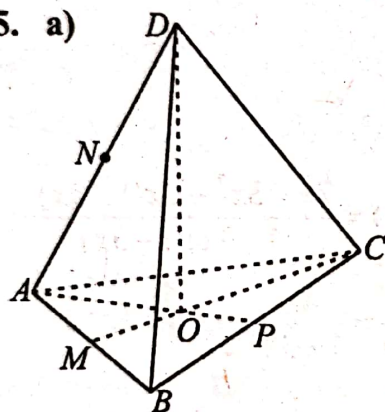
b) Peste 60 de ani: $(100\% - 13\% - 17\% - 57\%) \cdot 200 = 13\% \cdot 200$, deci probabilitatea este $\frac{13}{100}$.

14. a) $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2}$, deci $S = \{1; 3\}$.

b) $\frac{n^2 + 4n + 3}{n + 3} = \frac{(n+1)(n+3)}{n+3} = n+1$ și cum $n+1 \in \mathbb{N}$ rezultă $\frac{n^2 + 4n + 3}{n+3} \in \mathbb{N}$.

c) $\frac{(x+2)^2}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x-1)}{(x+3)(x+1)} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{(x+2)^2} = \frac{x-1}{x+1}$.

15. a)



b) Fie O centrul bazei ABC :

$$CO = \frac{2}{3} CM = \frac{2}{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm.}$$

În $\triangle COD$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} DO^2 = DC^2 - OC^2$, deci

$$DO = \frac{\sqrt{33}}{3} \text{ cm.}$$

$$V_{ABCD} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{8^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{33}}{9}; \quad V_{ABCD} = \frac{16\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3.$$

c) MN linie mijlocie în $\triangle ABD$ rezultă $MN \parallel DB$, deci $\sphericalangle(MN, DC) \equiv \sphericalangle BDC$.

Fie P mijlocul lui $[BC]$. În $\triangle DPB$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} DP^2 = DB^2 - BP^2$ și atunci $DP = 3$ cm.

$$A_{BDC} = \frac{DB \cdot DC \cdot \sin \widehat{BDC}}{2} = \frac{DP \cdot BC}{2}, \text{ deci } \sin \widehat{BDC} = \frac{3 \cdot 8}{25} = \frac{24}{25}.$$

d) Din $MN \parallel DB$ și $DB \subset (DBC)$ rezultă $MN \parallel (DBC)$, deci proiecția segmentului MN pe planul (DBC) este un segment $M'N'$ congruent cu MN și rezultă $M'N' = 2,5$ cm.

Varianța 21

I.

1. 17. 2. 4. 3. $\frac{11}{29}$. 4. 5. 5. 18. 6. 144. 7. 6. 8. $\frac{16}{3}$.

II.

9. $m_g = \sqrt{ab}$; $a = |1 + \sqrt{2}| = 1 + \sqrt{2}$ pentru că $1 + \sqrt{2}$ este pozitiv, $b = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$

pentru că $1 - \sqrt{2}$ este negativ, deci $m_g = \sqrt{(1 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1)} = \sqrt{2 - 1} = 1$. Răspuns B.

10. $3x + 9 - 2x - 10 = 4 \Rightarrow x = 5$. Înlocuim pe x cu 5 în ecuația a II-a:
 $a \cdot 5 + 4 = a \Rightarrow a = -1$. Răspuns B.

11. Simetricul punctului M față de originea axelor este punctul M' , astfel încât $MO = OM'$ și M, O, M' coliniare, deci $M'(-3; -4)$. Răspuns C.

12. Din teorema lui Pitagora rezultă $BC^2 = AB^2 + AC^2$, deci $BC = 10$ cm.
 $\sin \hat{B} + \sin \hat{C} = \frac{AC}{BC} + \frac{AB}{BC} = \frac{8}{10} + \frac{6}{10} = \frac{7}{5}$. Răspuns D.

III.

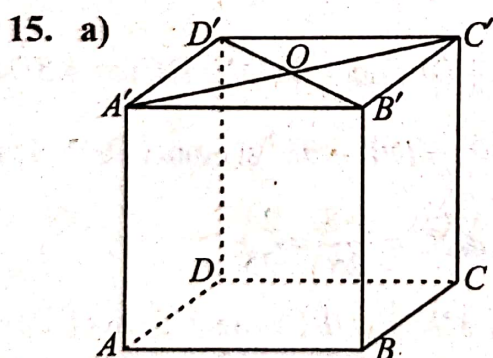
13. a) $2 \cdot 1,8 + 2 \cdot 6 = 15,6$; $50 - 15,6 = 34,4$; deci persoana primește 34,4 lei.

b) $\left. \begin{array}{l} 2 \text{ cărți} \cdot 6 \text{ lei} = 12 \text{ lei} \\ 8 \text{ caiete} \cdot 1,8 \text{ lei} = 14,4 \text{ lei} \end{array} \right\}$ rezultă că prețul minim este 26,4 lei.

14. a) $x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x \in \left\{ \pm \frac{1}{3} \right\}$.

b) $(x+1)(1-3x) = x+1-3x^2-3x = 1-2x-3x^2$.

$$\begin{aligned} \text{c) } E(x) &= \frac{7x-3x^2}{(1-3x)(1+3x)} - \frac{3x}{(x+1)(1-3x)} \cdot (1+x) = \frac{7x-3x^2-3x(1+3x)}{(1-3x)(1+3x)} = \\ &= \frac{7x-3x^2-3x-9x^2}{(1-3x)(1+3x)} = \frac{4x-12x^2}{(1-3x)(1+3x)} = \frac{4x(1-3x)}{(1-3x)(1+3x)} = \frac{4x}{1+3x}. \end{aligned}$$



b) $AC \parallel A'C', A'D \parallel B'C$, iar $A'C' \cap A'D = \{A'\}$ și $B'C \cap AC = \{C\}$, rezultă $(ACB') \parallel (A'C'D)$.

c) $A'C' \parallel AC \Rightarrow \sphericalangle(CD; A'C') \equiv \sphericalangle DCA$.
 $m(\widehat{DCA}) = 45^\circ$.

d) $\left. \begin{array}{l} BA' = BC' = BD = 4\sqrt{2} \text{ cm} \\ \Delta A'C'D \text{ echilateral} \end{array} \right\} \Rightarrow$

$BA'C'D$ piramidă triunghiulară regulată.

Dacă $BT \perp (A'DC')$, atunci T este centrul de greutate al triunghiului $A'C'D$.

$$A'C' \cap B'D' = \{O\} \Rightarrow OT = \frac{1}{3} DO = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm.}$$

În $\triangle OBB'$: $m(\hat{B}') = 90^\circ \xrightarrow{TP} OB^2 = OB'^2 + B'B^2$, de unde $OB = 2\sqrt{6}$ cm.

În $\triangle BTO$: $m(\hat{T}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} BT^2 = OB^2 - OT^2$, de unde $BT = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm.

Variantă 22

I.

1. 207. 2. $\{-1; 0\}$. 3. $\frac{2}{3}$. 4. 0. 5. 43. 6. 11. 7. 27. 8. 200.

II.

9. $124 = 2^2 \cdot 31$, deci divizorul este 31. Răspuns A.

10. $\frac{BC}{AC} = \frac{3}{2} = 1,5$. Răspuns C.

11. Dacă un romb are un unghi de 60° , atunci el este format din două triunghiuri echilaterale, deci latura rombului (l) are 12 cm; $A_{\text{romb}} = 2 \cdot \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{2} = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Răspuns B.

12. $AB \parallel CD$, deci distanța de la M la AB este egală cu distanța de la C la AB , adică 4 cm; $A_{\triangle MAB} = \frac{AB \cdot BC}{2} = 12 \text{ cm}^2$. Răspuns C.

III.

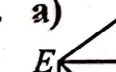
13. a) $o + d + v = 26 \Rightarrow 2d + 12 = 26 \Rightarrow d = o = 7$, deci Dana și Oana au 7 ani.

b) În urmă cu x ani: $12 - x = 7 - x + 7 - x \Rightarrow x = 2.$

14. a) $E(x) = 4x^2 + 4x + 1 - x^2 + 2x - 1 + x^2 - 4 - 3x^2 + 14$; $E(x) = x^2 + 6x + 10$.

b) $E(-3) = (-3)^2 + 6 \cdot (-3) + 10 = 1.$

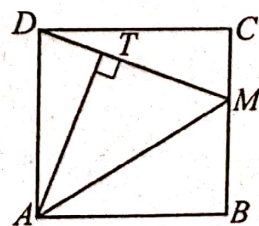
c) $E(a) = a^2 + 6a + 10 = a^2 + 6a + 9 + 1 = (a + 3)^2 + 1$; dar $(a + 3)^2 \geq 0$ și $1 > 0$, rezultă $E(a) > 0$.

15. a) 

b) $A_{\text{totală}} = 2(2 \cdot 2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} + 2 \cdot 2\sqrt{3})$, deci

$$A_{\text{totală}} = 8(1 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$

c) $(EBC) \cap (ABC) = BC$

 $AB \perp BC$
$$BC \perp (ABF) \text{ și } EB \subset (ABF) \Rightarrow EB \perp BC$$
$$\Rightarrow \star((EBC); (ABC)) \equiv \star(EBA).$$
$$\triangle AEB \text{ isoscel dreptunghic, adică } m(\widehat{EBA}) = 45^\circ.$$
$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } AE \perp (ABC) \\ AT \perp DM \\ AT, DM \subset (ABC) \end{array} \right\} \xRightarrow{\text{T3P}} ET \perp DM.$$


În ΔMDC : $m(\hat{C}) = 90^\circ \Rightarrow DM^2 = DC^2 + CM^2$, deci $DM = \sqrt{5}$ cm.

$$A_{ADM} = \frac{AT \cdot DM}{2} = \frac{AD \cdot AB}{2} \Rightarrow AT = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{15}}{5} \text{ cm.}$$

$AE \perp (ABC)$, $AT \subset (ABC) \Rightarrow AE \perp AT$. În ΔEAT , $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} ET^2 = AT^2 + AE^2$;

$$ET = \frac{2\sqrt{85}}{5} \text{ cm.}$$

Varianta 23

I.

1. 3583000. 2. 6. 3. 256. 4. $\frac{1}{2}$. 5. $8\sqrt{3}$. 6. 42. 7. 3. 8. 600.

II.

9. $9x^2 - 9x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{18}$; atunci $x \in \left\{\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right\}$ și suma lor este 1.

Răspuns B.

10. $V_f = \{f(0); f(2); f(4)\} = \{1; 5; 9\}$. Răspuns D.

11. $m(\sphericalangle ABC) = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{BC})}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$. Răspuns C.

12. $E = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$. Răspuns B.

III.

13. a) $\left. \begin{array}{l} a - b = 120 \Rightarrow a > b \\ a = 10x \text{ și } b = 6y \end{array} \right\} \Rightarrow 10x - 6y = 120 \Rightarrow 5x - 3y = 60$.

$\left. \begin{array}{l} a : 5 = 10x : 5 = 2x \\ b : 3 = 6y : 3 = 2y \end{array} \right\} \Rightarrow 2x = 20 + 2y \Rightarrow x = 10 + y$.

$5(10 + y) - 3y = 60 \Rightarrow 50 + 5y - 3y = 60$; obținem $y = 5$ și $x = 15$, deci $a = 150$.

b) $b = 30$; $p\%150 = 30 \Rightarrow p = \frac{3000}{150} = 20 \Rightarrow 20\%$.

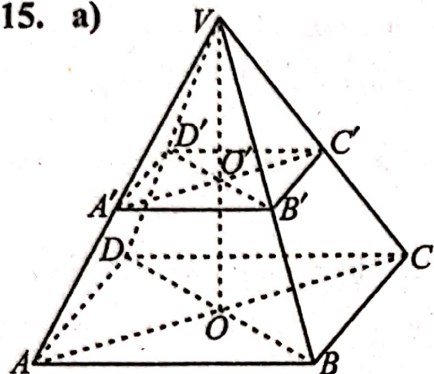
14. a) $\frac{2(x+3)}{(x+3)(x+1)} = \frac{2}{x+1}$.

b) $\frac{2}{a+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a+1 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow a \in \{0; -2; 1; -3\}$; dar $a \neq -3$, deci $a \in \{0; -2; 1\}$.

$$c) \left(\frac{4}{x-1} - \frac{13-5x}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x+1} \right) \cdot (x+1) = \frac{4(x+1) - 13 + 5x - 2(x-1)}{(x-1)} =$$

$$= \frac{4x+4-13+5x-2x+2}{(x-1)} = \frac{7x-7}{x-1} = \frac{7(x-1)}{x-1} = 7.$$

15. a)



b) Fie $A'P \perp AC$; cum $OO' \perp AC$ și $OO' \subset (AOA')$ rezultă $A'P \parallel OO'$. Dar $OO' \perp (ABC)$, rezultă $PA' \perp (ABC)$, deci proiecția muchiei AA' pe (ABC) este AP și $\sphericalangle(AA'; (ABC)) \equiv \sphericalangle A'AP$.

$\Delta AA'P$ dreptunghic isoscel cu $AA' = 6$ cm $\Rightarrow$

$$\overset{TP}{\Rightarrow} A'P = AP = 3\sqrt{2} \text{ cm și } OO' = 3\sqrt{2} \text{ cm.}$$

c) $A'O' = 3\sqrt{2}$ cm = PO , deci $AO = 6\sqrt{2}$ cm, $AC = 12\sqrt{2}$ cm, $AB = 12$ cm; atunci $A_B = 144$ cm² și $A_b = 36$ cm².

$$Vol = \frac{h}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}) = \frac{3\sqrt{2}}{3} (36 + 144 + 6 \cdot 12) \Rightarrow Vol = 252\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

d) $A'C' = AO$ și $A'C' \parallel AO$, rezultă $A'AOC'$ paralelogram, deci $CO' \parallel AA'$ și $\sphericalangle(AA', BC') \equiv \sphericalangle OC'B$.

Din $B'C' = \frac{BC}{2}$ și $B'C' \parallel BC$ rezultă în trapezul isoscel $B'C'CB$ că $BC' \perp C'C$ și atunci $BC' = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm.

$\Delta OC'B$ dreptunghic în O pentru că $OB \perp (A'AC)$ și $OC' \subset (A'AC)$, rezultă

$$\sin \widehat{OC'B} = \frac{OB}{BC'} = \frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Varianța 24

I.

1. 7. 2. 998. 3. 600. 4. $\{-3\}$. 5. 6. 6. 24. 7. 6. 8. 126.

II.

9. $S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100 - (1 + 2 + 3) = \frac{100 \cdot 101}{2} - 6 = 5050 - 6 = 5044$. Răspuns C.

10. $\frac{\sqrt{5}-2}{5-4} + \frac{2+\sqrt{5}}{4-5} = \frac{\sqrt{5}-2-2-\sqrt{5}}{1} = -4$. Răspuns B.

11. Din teorema lui Pitagora rezultă că distanța este egală cu $\sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ m. Răspuns D.

12. Fie AD înălțimea din A și CE bisectoarea din C cu care se intersectează în P . Cum $m(\angle ACB) = 180^\circ - 65^\circ - 45^\circ = 70^\circ$ rezultă $m(\angle PCA) = 35^\circ$ și $m(\angle CAD) = 20^\circ$. Unghiul ascuțit CPD este exterior triunghiului APC , deci $m(\angle CPD) = 35^\circ + 20^\circ = 55^\circ$.
Răspuns A .

III.

13. a) $4 \cdot 5 = 20$ puncte pentru problemele rezolvate corect.

$10 - 4 = 6$ probleme rezolvate greșit, deci $6 \cdot 2 = 12$ puncte.

$20 - 12 = 8$ puncte a obținut elevul.

b) $5c - 2g = 29$, dar $c + g = 10$, rezultă $c = 7$ și $g = 3$, adică a rezolvat corect 7 probleme.

$$14. a) E(x) = \left(\frac{1}{x(x-2)} - \frac{1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x-2)(x+2)} \right) \cdot \frac{x(x-2)(x+2)}{2(x+3)} =$$

$$= \frac{x+2-x+2+2x}{x(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x(x-2)(x+2)}{2(x+3)} = \frac{2x+4}{2(x+3)} = \frac{x+2}{x+3}.$$

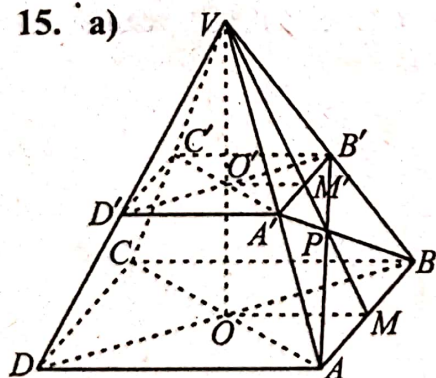
$$b) \left| (x+3) \cdot \frac{x+2}{x+3} \right| < 4 \Rightarrow |x+2| < 4 \Rightarrow -4 < x+2 < 4 \Rightarrow -6 < x < 2 \Rightarrow x \in (-6; 2).$$

Cum $x \in \mathbb{Z} \setminus \{-3; 0; \pm 2\}$, rezultă $S = \{-5; -4; -1; 1\}$.

$$c) 2E(a) = \frac{2a+4}{a+3} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a+3 \mid 2a+4 \Rightarrow a+3 \mid 2a+4 \\ a+3 \mid a+3 \Rightarrow a+3 \mid 2a+6 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow a+3 \mid (2a+4) - (2a+6) \Rightarrow a+3 \mid (-2) \Rightarrow a+3 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow a \in \{-2; -4; -1; -5\}$;
cum $a \neq -2$, rezultă $a \in \{-4; -1; -5\}$.

15. a)



b) Fie M mijlocul lui $[AB]$ și M' mijlocul lui $[A'B']$; atunci $MM' = 12$ cm.

$$\Delta M'B'P \sim \Delta MAP \Rightarrow \frac{M'B'}{MA} = \frac{M'P}{PM}; \text{ obținem } \frac{1}{3} = \frac{M'P}{PM} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{M'P + PM}{PM} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{12}{PM} \Rightarrow PM = 9 \text{ cm}.$$

În ΔPAM : $m(\widehat{M}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} AP^2 = PM^2 + AM^2$;
atunci $PA = 9\sqrt{2}$ cm, deci $P_{PAB} = 18(\sqrt{2} + 1)$ cm.

c) $OM = 9$ cm și $O'M' = 3$ cm. Ducem $M'Q \perp OM$, rezultă că în $\Delta M'QM$ dreptunghic în Q , $QM = 6$ și $MM' = 12$ cm, deci $M'Q = 6\sqrt{3}$ cm $= OO'$.

$$Vol_{tr} = \frac{h}{3} (A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}); \quad Vol_{tr} = \frac{6\sqrt{3}}{3} (18^2 + 6^2 + 18 \cdot 6) = 936\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

d) $AB \perp OM$ și $AB \perp MM'$, iar $(ABC) \cap (ABB') = AB$, rezultă

$\angle((ABC), (ABB')) \equiv \angle M'MQ$. În $\Delta M'QM$ dreptunghic în Q avem $QM = \frac{1}{2} MM'$, rezultă $m(\widehat{QM'M}) = 30^\circ$ și atunci $m(\widehat{M'MQ}) = 60^\circ$.

Varianta 25

I.

1. 4. 2. 7,45. 3. 15. 4. $\frac{3}{5}$. 5. 48. 6. 12. 7. 150. 8. 8.

II.

9. $-3 \leq x-1 \leq 0 \Rightarrow -3+1 \leq x-1+1 \leq 0+1 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1 \Rightarrow x \in [-2; 1]$. Răspuns C.

10. $M(2; y) \in G_f \Rightarrow f(2) = y \Rightarrow 4+4 = y \Rightarrow y = 8$. Răspuns D.

11. MN este linie mijlocie în $\triangle ABC$, rezultă $MN = \frac{BC}{2}$; dar $AM = \frac{AB}{2}$ și $AN = \frac{AC}{2}$; rezultă $P_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \cdot P_{\triangle ABC} = 60 \text{ cm}$. Răspuns C.

12. $AB \parallel CD$, rezultă că distanța de la P la CD este egală cu $AM = 6 \text{ cm}$;
 $A_{\triangle PCD} = \frac{AM \cdot DC}{2} = 30 \text{ cm}^2$. Răspuns B.

III.

13. a) $20\%a = 80\%b \Rightarrow a = 4b$;

$p\%a = b \Rightarrow p\%4b = b \Rightarrow p = \frac{100}{4} = 25$, deci 25%.

b) $a^2 + b^2 = 17 \Rightarrow 16b^2 + b^2 = 17 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow b = \pm 1$; cum $b \in \mathbb{N}$, rezultă $b = 1$ și $a = 4$.

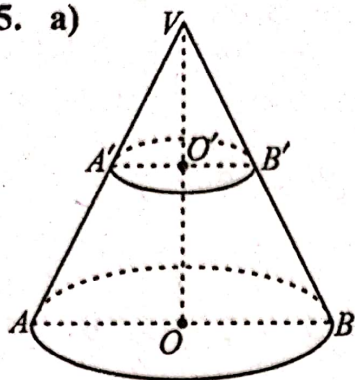
14. a) $E(x) = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)(x+1)} \right) \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{x-1+x+1+2}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{x+1}{2} =$
 $= \frac{2x+2}{2(x-1)} = \frac{x+1}{x-1}$.

b) $\frac{x+1}{x-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x-1 \mid x+1 \mid \Rightarrow x-1 \mid (x+1) - (x-1) \Rightarrow x-1 \mid 2 \Rightarrow$
dar $x-1 \mid x-1$

$\Rightarrow x-1 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow x \in \{2; 0; 3; -1\}$; dar $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$, deci $S = \{2; 0; 3\}$.

c) $E(\sqrt{2}) = (a\sqrt{2} + b)^2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = (a\sqrt{2} + b)^2 \Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)^2 = (a\sqrt{2} + b)^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 1$ și $b = 1$.

15. a)



b) Fie $AA' \cap BB' = \{V\}$. În $\triangle VAB$ avem $A'B' \parallel AB$ și $A'B' = \frac{1}{2} AB$, rezultă $A'B'$ linie mijlocie și B' mijlocul laturii VB , deci $VB = 60 \text{ cm} = AB$; rezultă $\triangle VAB$ echilateral.

$VO \perp (\mathcal{C}(O))$ și $B \in (\mathcal{C}(O))$, rezultă că proiecția muchiei VB pe planul $(\mathcal{C}(O))$ este OB , deci

$$\sphericalangle(VB; (\mathcal{C}(O))) \equiv \sphericalangle VBO; m(\widehat{VBO}) = 60^\circ.$$

$$\text{c) } VO = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 30\sqrt{3} \text{ cm}; V_{\text{con}} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 30\sqrt{3}}{3} = 9000\pi\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

d) Fie u° unghiul sectorului de cerc. Lungimea arcului de cerc este egal cu:

$$\frac{u^\circ \pi G}{180^\circ} = 2\pi R, \text{ unde } G \text{ este generatoarea conului, deci } u^\circ = \frac{2 \cdot 30 \cdot 180^\circ}{60} = 180^\circ.$$

Varianta 26

I.

$$1. 13. \quad 2. 10. \quad 3. \frac{1}{3}. \quad 4. -6. \quad 5. 9. \quad 6. 24. \quad 7. 8. \quad 8. 100.$$

II.

$$9. \sqrt{5^2 - 4^2} \cdot \sqrt{5^2 \cdot 4^2} = \sqrt{25 - 16} \cdot \sqrt{20^2} = \sqrt{9} \cdot 20 = 60. \text{ Răspuns } C.$$

$$10. (x - y)(x + y) - 2y = 1 \cdot (x + y) - 2y = x + y - 2y = x - y = 1. \text{ Răspuns } B.$$

$$11. AM \text{ mediana corespunzătoare ipotenuzei, rezultă } AM = \frac{BC}{2} = BM = AB, \text{ deci } \triangle AMB \text{ echilateral; obținem } m(\sphericalangle AMB) = 60^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle AMC) = 120^\circ. \text{ Răspuns } C.$$

$$12. A_{MBCD} = A_{ABCD} - A_{AMD} = 4^2 - \frac{4 \cdot 2}{2} = 12 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns } A.$$

III.

$$13. \text{ a) } 100a + 10b + c = a + 10b + 100c, \text{ adică } 99a = 99c, \text{ rezultă } a = c.$$

$$\text{b) } \overline{aba} : 5 \Rightarrow a = 5 \text{ și } b \in \{0, 1, \dots, 9\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{cazuri favorabile } 10 \\ \text{cazuri posibile } 90 \end{array} \right\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{9}.$$

14. a) $f(2) = m \Rightarrow 2m + n = m \Rightarrow m + n = 0$ (1)

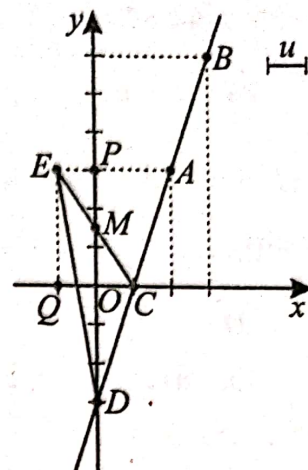
$f(3) = 6 \Rightarrow 3m + n = 6 \xrightarrow{(1)} -3n + n = 6 \Rightarrow n = -3; m = 3.$

b) $f(x) = 3x - 3; A(2; 3)$ și $B(3; 6).$

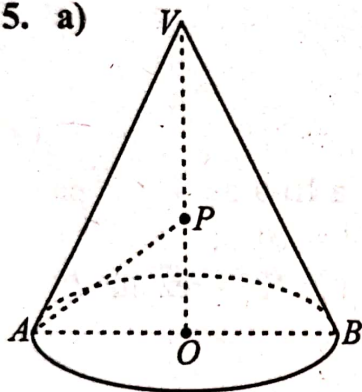
c) $C(1; 0); D(0; -3).$

Fie $M(0, a)$ mijlocul segmentului EC . Dacă $O(0, 0)$ este centrul de greutate al triunghiului CDE , atunci $OM = \frac{1}{3}DM$, adică $a = \frac{1}{3}(3 + a)$, deci $a = \frac{3}{2}$ obținem $M\left(0; \frac{3}{2}\right)$. DM trebuie să fie mediană în $\triangle DEC$, rezultă $CM = ME$ și $M \in EC$.

Fie $EP \perp Oy \Rightarrow EP = OC = 1$. Fie $EQ \perp Ox$; cum M este mijlocul lui $[EC]$, rezultă MO linie mijlocie în $\triangle CEQ$, deci $MO = \frac{EQ}{2}$, adică $EQ = 3$. În final $E(-1; 3)$.



15. a)



b) $u^0 = 240^\circ; \frac{u^0 \pi G}{180^\circ} = 2\pi R \Rightarrow \frac{240^\circ \pi G}{180^\circ} = 2\pi \cdot 8$, deci $G = 12$ cm.

c) $Vol = \frac{\pi R^2 h}{3}$; în $\triangle VOB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} \Rightarrow VO^2 = VB^2 - OB^2$, deci $VO = 4\sqrt{5}$ cm și atunci $Vol = \frac{256\pi\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$.

d) Fie P centrul cercului circumscris triunghiului VAB , deci $VP = AP = PB$. Fie $AP = x$. În $\triangle APO$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} \Rightarrow AP^2 = AO^2 + OP^2$, deci $x^2 = 64 + (4\sqrt{5} - x)^2$; $x^2 = 64 + 80 - 8x\sqrt{5} + x^2$; $8x\sqrt{5} = 144$; $x = \frac{18\sqrt{5}}{5}$ cm.

Varianta 27

I.

1. 42. 2. $\frac{7}{8}$. 3. 30. 4. $\frac{1}{3}$. 5. 88. 6. 32. 7. 42. 8. 60.

II.

9. $2m + 4a = 48 \Rightarrow m + 2a = 24$; dar $m \geq 1$, rezultă $24 = m + 2a \geq 1 + 2a \Rightarrow 2a \leq 23 \Rightarrow a \leq 11,5$ deci numărul autoturismelor nu poate fi mai mare decât 11. Răspuns A.

10. Din $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ obținem $\Delta = m^2 - 4(m - 1) = 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 = 0 \Rightarrow (m - 2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$. Răspuns D.

11. Raza cercului circumscris este jumătate din diagonală și este de 4 cm, rezultă $\frac{l\sqrt{2}}{2} = 4 \Rightarrow l = 4\sqrt{2}$ cm, și atunci $P_{\text{pătrat}} = 16\sqrt{2}$ cm. Răspuns B.

12. Fie $BD \perp AC$; cum $A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot BD}{2}$ și $m(\angle BAD) = 45^\circ$, rezultă că triunghiul ABD este dreptunghic isoscel și atunci, din teorema lui Pitagora, rezultă $BD = 3\sqrt{2}$ cm. Obținem $A_{\Delta ABC} = \frac{10 \cdot 3\sqrt{2}}{2} = 15\sqrt{2}$ cm². Răspuns B.

III.

13. a) $2^0 = 1 \Rightarrow 2 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} = 4 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} = 2^2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} = 2 \cdot 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{50} = 2^3 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{50} = 2 \cdot 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{50} = 2^4 + 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{50} = 2 \cdot 2^4 + 2^5 + \dots + 2^{50} = 2^5 + 2^5 + 2^6 + \dots + 2^{50} = \dots = 2 \cdot 2^{49} + 2^{50} = 2^{50} + 2^{50} = 2 \cdot 2^{50} = 2^{51}$ sau

$$\begin{aligned} S &= 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{50} \mid \cdot 2 \Rightarrow \\ 2S &= 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{50} + 2^{51} \\ \hline S &= 2^{51} - 2^0 \Rightarrow S = 2^{51} - 1. \end{aligned} \quad (-)$$

b) I zi: $1 = 2^0$ pagini; a II-a zi: $2 = 2^1$ pagini; a III-a zi: $4 = 2^2$ pagini; ...; a n -a zi: 2^{n-1} pagini. În total a citi: $2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} = 1023$.

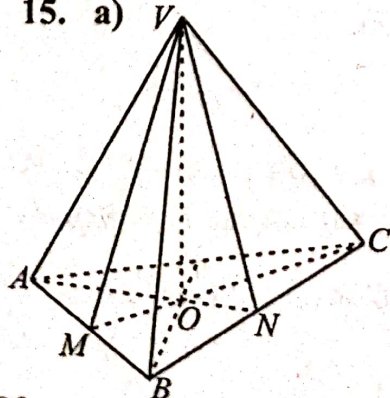
Din a) rezultă $2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1} = 2^n - 1$, iar din $2^n - 1 = 1023$ rezultă $2^n = 1024$; dar $1024 = 2^{10}$, deci după 10 zile a citit 1023 pagini.

14. a)
$$\left. \begin{aligned} f(3) + f(7) &= 3a + b + 7a + b = 10a + 2b \\ 2f(5) &= 2(5a + b) = 10a + 2b \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(3) + f(7) = 2f(5).$$

b) $f(0) = \sqrt{3} \Rightarrow b = \sqrt{3}$ și $f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = \frac{3}{2} \Rightarrow a\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} - 6}{3} = \sqrt{3} - 2$, deci $f(x) = (\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3}$.

c) $(\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3} \leq 2 \Rightarrow (\sqrt{3} - 2)x \leq 2 - \sqrt{3} \Rightarrow -(2 - \sqrt{3})x \leq 2 - \sqrt{3} \Rightarrow -x \leq 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow x \in [-1; \infty)$.

15. a)



b) Fie N mijlocul lui $[BC]$.

Avem $VN \perp BC$ și $AN \perp BC$, rezultă $BC \perp (VAN)$; dar $AV \subset (VAN)$, rezultă $BC \perp VA \Rightarrow VA \perp BC$.

c) Fie $VO \perp (ABC) \Rightarrow OA = \frac{2}{3} AN$.

$$AN = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}; \quad AO = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$$

În ΔVAO : $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{TP}} VO^2 = VA^2 - AO^2$, deci $VO = 2\sqrt{6}$ cm.

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

d) Fie G centrul de greutate al triunghiului VAB și $GP \perp (ABC)$; cum $VO \perp (ABC)$ rezultă $GP \parallel VO$; dar $O \in MC$, rezultă $P \in MC$ și atunci $d(G, (ABC)) = GP$.

$$\Delta MGP \sim \Delta MVO \stackrel{\text{TFA}}{\Rightarrow} \frac{GP}{VO} = \frac{MG}{MV} = \frac{1}{3} \text{ și obținem } GP = \frac{VO}{3} = \frac{2\sqrt{6}}{3} \text{ cm.}$$

Varianța 28

I.

1. 13. 2. 3. 3. 21. 4. 1101. 5. 63. 6. 9. 7. 5. 8. 3.

II.

9. $125 + 125 - 200 = 50$ de elemente are mulțimea $A \cap B$. Răspuns D.

$$10. \begin{cases} 2x + y = 0 \\ -2x - 4y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3y = 6 \\ x + 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow S = \{(1; -2)\}. \text{ Răspuns D.}$$

11. Din teorema înălțimii rezultă $h = \sqrt{4 \cdot 9} = 6$ cm, deci $A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(4+9) \cdot 6}{2} = 39 \text{ cm}^2$.
Răspuns C.

12. Fie coarda AB în cercul de centru O și $OD \perp AB$, cu $D \in AB$. Cum triunghiul AOB este isoscel, atunci D este mijlocul segmentului AB . În ΔAOD , din teorema lui Pitagora rezultă $OD = 6$ cm. Răspuns A.

III.

13. a) Notăm cu x numărul copiilor: $20x + 5 = 30x - 25$, deci $x = 3$ copii.

b) Obiectul costă $20 \cdot 3 + 5 = 65$ lei.

$$14. \text{ a) } f(1) = \frac{5}{2} \Rightarrow 2 + a = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}; \quad g(1) = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} - b = \frac{5}{2} \Rightarrow b = -1.$$

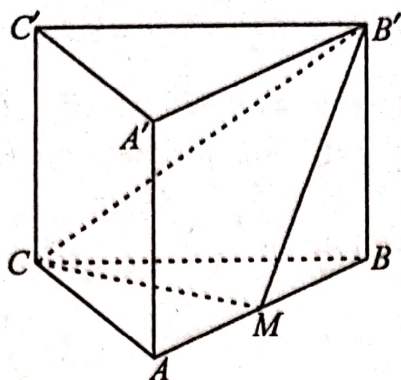
$$\text{ b) } f(x) = 2x + \frac{1}{2} \Rightarrow S = \left(2 \cdot 1 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 \cdot 2 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 \cdot 3 + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(2 \cdot 20 + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = 2(1 + 2 + \dots + 20) + \frac{1}{2} \cdot 20 \Rightarrow S = 20 \cdot 21 + 10 \Rightarrow S = 430.$$

$$\text{ c) } g(x) = \frac{3}{2}x + 1 \Rightarrow 2x + \frac{1}{2} \leq 2\left(\frac{3}{2}x + 1\right) + 1 \Rightarrow 2x + \frac{1}{2} \leq 3x + 3 \Rightarrow x \geq -\frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \in \left[-\frac{5}{2}; +\infty\right).$$

15. a)



$$\begin{aligned} \text{b) } V &= A_{\text{bazei}} \cdot h \Rightarrow \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \cdot l = 54\sqrt{3} \Rightarrow \\ &\Rightarrow l^3 = 216 \Rightarrow l^3 = 6^3 \Rightarrow l = 6, \text{ deci } \\ &AB = 6 \text{ cm.} \end{aligned}$$

c) $\triangle ABC$ echilateral și CM mediană rezultă $CM \perp AB$; dar $CM \perp AA' \Rightarrow$
 $\Rightarrow CM \perp (ABB')$ și $CM \subset (MCB') \Rightarrow$
 $\Rightarrow (MCB') \perp (ABB')$.

d) Ducem $BT \perp MB'$ cu $T \in MB'$, rezultă $BT \subset (ABB')$. Cum $CM \perp (ABB')$ și $BT \subset (ABB')$, rezultă $CM \perp BT$.

Deci $BT \perp CM$ și $BT \perp B'M$ rezultă $BT \perp (MCB')$, deci $d(B; (MCB')) = BT$.

În $\triangle MBB' \xrightarrow{TP} MB'^2 = MB^2 + B'B^2$, de unde $MB' = 3\sqrt{5}$ cm.

În $\triangle MBB'$ dreptunghic în $\hat{B}$, $BT = \frac{MB \cdot BB'}{MB'} = \frac{6 \cdot 3}{3\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ cm.

Varianta 29

I.

1. 8. 2. 259. 3. 3. 4. 1,234. 5. 3000. 6. 40. 7. 200. 8. 24.

II.

9. $f(-1) - f(-2) \cdot (-1-2) = -1 + 3 - (-2+3)(-1-2) = 2 - (-3) = 5$. Răspuns A.

10. $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2} \Rightarrow x \in \{3, 2\} \Rightarrow x \in [1, 4]$. Răspuns C.

11. AB diametru, rezultă că oricare ar fi punctul C situat pe cerc avem $m(\angle ACB) = 90^\circ$, deci triunghiul ABC are două unghiuri ascuțite (cazuri favorabile) din trei posibile;

$P(E) = \frac{2}{3}$. Răspuns D.

12. Triunghiul ABD este isoscel cu un unghi de 60° , rezultă că $\triangle ABD$ este echilateral.

Fie $\{O\} = AC \cap BD$; atunci $AO = \frac{DB\sqrt{3}}{2}$, de unde $AC = DB\sqrt{3}$ cm; dar

$A_{\text{romb}} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{AC}{\sqrt{3}} \cdot \frac{AC}{2} = 24\sqrt{3}$ cm², rezultă $AC^2 = 144$, deci $AC = 12$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) $\frac{a}{b} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{41}{25}$; dar $a+b=123$, rezultă $a=48$ și $b=75$.

b) $m_g = \sqrt{ab} = 60$.

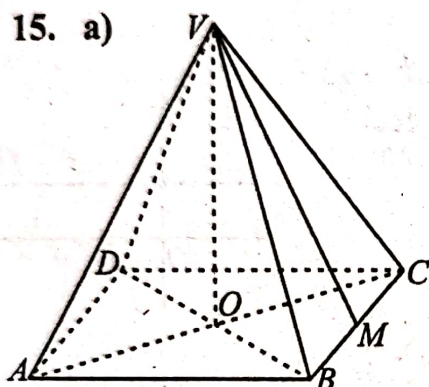
14. a) $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = |1-\sqrt{2}| - \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2} = -1$.

b) $9n^2 + 6n + 1 = (3n+1)^2$ este pătrat perfect pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

c) $E = \sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{9y^2 + 6y + 10} = \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(3y+1)^2 + 9}$.

$$E = |x-3| + \sqrt{(3y+1)^2 + 9} \Rightarrow E \text{ are valoare minimă când } x-3=0 \text{ și } 3y+1=0, \\ |x-3| \geq 0, (3y+1)^2 \geq 0 \\ \text{adică } x=3 \text{ și } y=-\frac{1}{3}.$$

15. a)



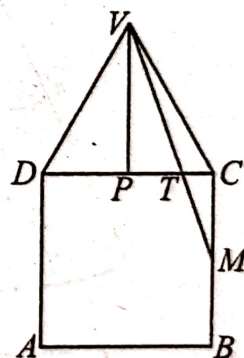
b) $VABCD$ piramidă regulată, rezultă $VB = 10$ cm; $\triangle VMB$ dreptunghic în $M \Rightarrow BM^2 = VB^2 - VM^2$ și obținem $BM = 5$ cm și $AB = 10$ cm.

c) $VO \perp (ABC)$ și $B \in (ABC)$ rezultă că proiecția muchiei VB pe planul (ABC) este OB , deci $\angle(VB; (ABC)) \equiv \angle VBO$.

$$\cos \widehat{VBO} = \frac{OB}{VB} = \frac{5\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow m(\widehat{VBO}) = 45^\circ.$$

d) $VT + TM$ are lungime minimă când, prin desfășurarea piramidei, punctele V, T, M sunt coliniare.

Fie P mijlocul segmentului DC . Atunci $VP \parallel CM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle VPT \sim \triangle MCT \Rightarrow \frac{TC}{PT} = \frac{CM}{VP}$; obținem $\frac{TC}{5+TC} = \frac{5}{5\sqrt{3}} \Rightarrow$
 $\Rightarrow 5TC\sqrt{3} = 25 - 5TC \Rightarrow TC(5\sqrt{3} + 5) = 25$, rezultă
 $TC = 2,5(\sqrt{3} - 1)$ cm.



Varianța 30

I.

1. 0,25. 2. 9. 3. $(-\infty; 2]$. 4. 327. 5. 169. 6. $6\sqrt{3}$. 7. 6. 8. 32.

II.

9. $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Rightarrow x \in \{-3; 2\}$, deci soluția naturală este 2.

Răspuns C.

10. $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)} = \sqrt{10-9} = 1$. Răspuns B.

$$11. m(\sphericalangle BIC) = 180^\circ - \frac{m(\sphericalangle ABC) + m(\sphericalangle ACB)}{2} = 180^\circ - \frac{180^\circ - m(\sphericalangle BAC)}{2} = 180^\circ - \frac{110^\circ}{2} = 125^\circ. \text{ Răspuns B.}$$

$$12. \text{ Din } A_{\text{dreptunghi}} = L \cdot l \text{ obținem } 144 = L \cdot 9, \text{ deci } L = 16; P_{\text{dreptunghi}} = 2(L + l) = 50 \text{ cm. Răspuns D.}$$

III.

13. a) După x zile:

$$2800 - 100x = 1300 - 25x \Rightarrow 75x = 1500 \Rightarrow x = 20, \text{ deci după 20 de zile.}$$

b) După y zile:

$$2800 - 100y = 2(1300 - 25y) \Rightarrow 50y = 200 \Rightarrow y = 4, \text{ deci după 4 zile.}$$

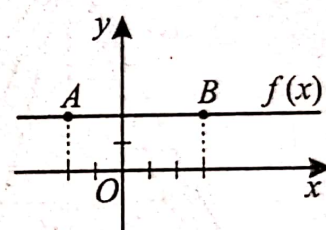
$$14. \text{ a) } f(-2) = 2 \Rightarrow -2(a - 3) + b + 1 = 2 \Rightarrow -2a + b = -5$$

$$f(3) = 2 \Rightarrow 3(a - 3) + b + 1 = 2 \Rightarrow 3a + b = 10, \text{ deci}$$

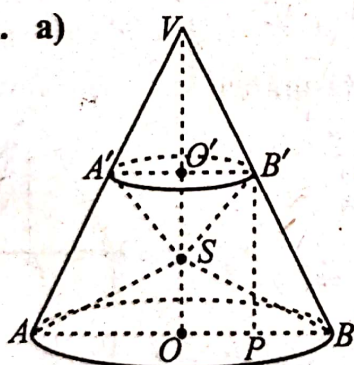
$$a = 3 \text{ și } b = 1.$$

$$\text{b) } f(x) = 2.$$

$$\text{c) } f(x) = x \Leftrightarrow 2 = x \Rightarrow P(2; 2).$$



15. a)



$$\text{b) } \frac{R}{3} = \frac{r}{2} = \frac{h}{\sqrt{3}} = k \Rightarrow R = 3k, r = 2k, h = k\sqrt{3}.$$

$$\text{Fie } B'P \perp AB; \text{ atunci } PB = R - r.$$

$$\text{În } \triangle B'PB: m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow B'B^2 = B'P^2 + PB^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 64 = 3k^2 + (3k - 2k)^2 \Rightarrow k^2 = 16 \Rightarrow k = 4; \text{ atunci } R = 12 \text{ cm.}$$

$$\text{c) } r = 8 \text{ cm și } A_{\text{lat}} = \pi G(R + r) = \pi \cdot 8 \cdot 20 = 160\pi \text{ cm}^2.$$

$$\text{d) Fie } SO = x; V_{\text{con}} = \frac{\pi R^2 h}{3}; OO' = 4\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$\frac{\pi \cdot 12^2 \cdot x}{3} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot (4\sqrt{3} - x)}{3} \Rightarrow 9x = 4(4\sqrt{3} - x) \Rightarrow 13x = 16\sqrt{3}, \text{ deci } SO = \frac{16\sqrt{3}}{13} \text{ cm.}$$

Varianta 31

I.

$$1. 18. \quad 2. 2, 34. \quad 3. 3. \quad 4. 17. \quad 5. 12. \quad 6. 16. \quad 7. 45. \quad 8. 64\sqrt{3}.$$

II.

$$9. 2x - 1 \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow x \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]. \text{ Răspuns D.}$$

10. $2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} \Rightarrow x \in \left\{-1; -\frac{1}{2}\right\}$. Răspuns D.

11. Dacă O este centrul hexagonului, atunci hexagonul regulat este format din 6 triunghiuri echilaterale congruente cu $\triangle ABO$, unde AB este o latură a hexagonului,

deci $A_{\text{hexagon}} = 6 \cdot \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{(2\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Răspuns B.

12. Prin teorema lui Pitagora, cateta este de $\sqrt{2} \text{ cm}$, deci

$P_\Delta = 2\sqrt{2} + 2 = 2(\sqrt{2} + 1) \text{ cm}$. Răspuns B.

III.

13. a) Notăm cu x toată distanța.

în prima zi: $\frac{35}{100}x$; a rămas $\frac{65}{100}x$ din drum.

a doua zi: $\frac{20}{100} \cdot \frac{65}{100}x$; a rămas $\frac{65}{100}x - \frac{20}{100} \cdot \frac{65}{100}x = \frac{65 \cdot 80}{100 \cdot 100}x$ din drum.

a treia zi: $624 = \frac{65 \cdot 80}{100 \cdot 100}x$, deci $x = 1200 \text{ km}$.

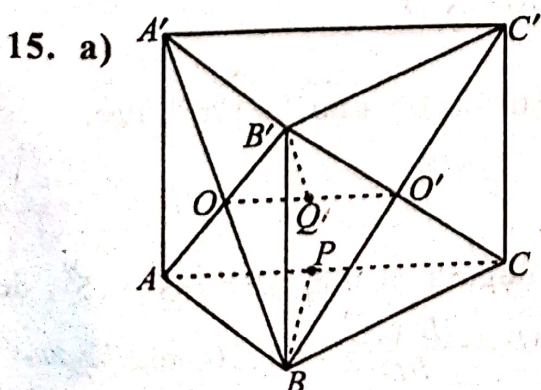
b) a doua zi: $\frac{20}{100} \cdot \frac{65}{100} \cdot 1200 = 156 \text{ km}$.

14. a) $n = \frac{3 - \sqrt{5} + 5}{2} - \frac{3 - \sqrt{5} + 3}{2} = \frac{8 - \sqrt{5} - 6 + \sqrt{5}}{2} = 1 \in \mathbb{N}$.

b) $g(-5) = -1 \Rightarrow -5(1-m) + 3m = -1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$.

c) $g(x) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)x + 3 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$\left|\frac{3-x}{2}\right| + \left|\frac{x+3}{2}\right| \geq \left|\frac{3-x}{2} + \frac{x+3}{2}\right| \Rightarrow |f(x)| + |g(x)| \geq 3$



b) OO' linie mijlocie în $\triangle AB'C$, rezultă $OO' \parallel AC$.

$BB' \perp (ABC)$ și $AC \subset (ABC)$ rezultă, $BB' \perp AC$.

Avem deci $OO' \perp BB'$.

c) Fie $BP \perp AC$, $P \in AC$, $BB' \perp (ABC)$, $AB, AC \subset (ABC) \xRightarrow{T3P} B'P \perp AC$;
 $AC \parallel OO' \Rightarrow B'P \perp OO'$; $B'P \cap OO' = \{Q\}$; $d(B; OO') = BQ$.

În $\triangle ABC$ echilateral $BP = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ cm.

În $B'BP$ (teorema lui Pitagora): $B'P = \sqrt{B'B^2 + BP^2} = \sqrt{36 + 48} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$ cm;
 $BQ = QP = \frac{B'P}{2} = \sqrt{21}$ cm.

d) Fie $B'Q \cap AC = \{P\}$, dar $\triangle B'AC$ isoscel, rezultă P mijlocul segmentului AC .

$(B'AC) \cap (BA'C') = OO'$
 $BQ \perp OO'$
 $QP \perp OO'$ $\Rightarrow \sphericalangle((B'AC); (BA'C')) = \sphericalangle BQP$; $BQ = QP = \sqrt{21}$ cm și

$BP = 4\sqrt{3}$ cm. Fie $QS \perp BP$. $QS = \frac{1}{2} BB' = 3$; $A_{\triangle BQP} = \frac{BP \cdot QS}{2} = \frac{BQ \cdot QP \cdot \sin \widehat{BQP}}{2}$.

$4\sqrt{3} \cdot 3 = 21 \cdot \sin \widehat{BQP} \Rightarrow \sin \widehat{BQP} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$.

Varianta 32

I.

1. 3. 2. 2. 3. 12. 4. 16. 5. 90. 6. 12. 7. $100\sqrt{3}$. 8. 216.

II.

9. $x^2 + 4x + 4 - 3x + 3 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Rightarrow x \in \{1; -2\}$.

Răspuns C.

10. $\frac{\sqrt{3}-3}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{\sqrt{3}-3-\sqrt{3}+1}{2} = -1$. Răspuns D.

11. Măsura arcului mic AC este egală cu $360^\circ - (110^\circ + 80^\circ) = 170^\circ$, deci
 $m(\sphericalangle ABC) = \frac{170^\circ}{2} = 85^\circ < 90^\circ$. Răspuns B.

12. În triunghiul ABD , din teorema lui Pitagora rezultă $BD^2 = 5^2 + 15^2$, deci
 $BD = 5\sqrt{10}$ cm. Fie $AP \perp BD$ cu $P \in BD$, atunci $AP = \frac{AB \cdot AD}{BD} = 1,5\sqrt{10}$ cm. Răspuns C.

III.

13. a) $\begin{cases} 5c - 3g = 340 \\ c + g = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5c - 3g = 340 \\ 3c + 3g = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8c = 640 \\ c + g = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 80 \\ g = 20 \end{cases}$

b) $5c - 3g > 450$, dar $g = 100 - c$, deci $5c - 3(100 - c) > 450$. Rezultă $5c + 3c > 750$, de unde $c > 93,75$, deci sunt cel puțin 94 de răspunsuri corecte.

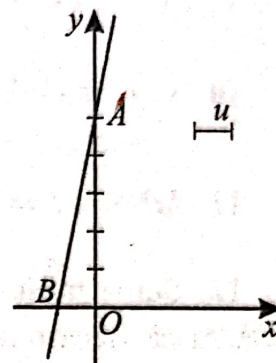
14. a) Din $f(a) = 25$ rezultă $a(a+1) + 5 = 25$, adică $a^2 + a - 20 = 0$, cu soluțiile $a_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+80}}{2} = \frac{-1 \pm 9}{2}$, deci $a \in \{4; -5\}$.

b) $f(x) = 5x + 5$; $f(0) = 5 \Rightarrow A(0; 5)$; $f(-1) = 0 \Rightarrow B(-1; 0)$.

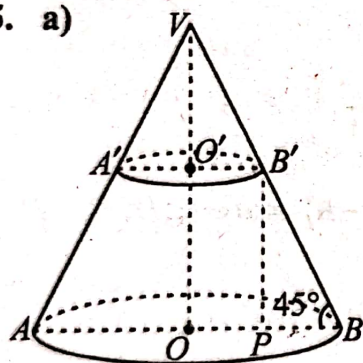
c) $f(x) = 5x + 5$; $M \in G_f \Rightarrow f(m) = n$;
 $5|m| = |n| \Rightarrow 5|m| = |f(m)|$; dar $5|m| = |5m + 5| \Rightarrow 5|m| = 5|m + 1|$.

Obținem $|m| = |m + 1|$, de unde $m = m + 1$ sau $m = -m - 1$,
 deci $m = -\frac{1}{2}$.

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 5\left(-\frac{1}{2}\right) + 5 = \frac{5}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right).$$



15. a)



b) $\frac{r}{2} = \frac{R^{\text{not}}}{3} = k \Rightarrow r = 2k, R = 3k$.

Fie O' și O centrele bazelor și $B'P \perp AB$. Rezultă $B'P \parallel OO'$, dar $OO' \perp (C(O))$, deci proiecția muchiei $B'B$ pe planul $(C(O))$ este PB .

Obținem $\sphericalangle(B'B, (C(O))) \equiv \sphericalangle B'BP$; $PB = B'P$
 pentru că $m(\sphericalangle B'BP) = 45^\circ \stackrel{\text{TP}}{\Rightarrow} B'P = PB = 10 \text{ cm}$;

din $PB = R - r$, rezultă $3k - 2k = 10 \Rightarrow k = 10$, deci $R = 30 \text{ cm}$.

c) $A_l = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2 = 500\pi\sqrt{2} + 900\pi + 400\pi = 100\pi(5\sqrt{2} + 13) \text{ cm}^2$.
 $r = 2k = 20 \text{ cm}$.

d) $Vol = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = \frac{\pi \cdot 10}{3}(30^2 + 20^2 + 30 \cdot 20) = \frac{19000\pi}{3} \text{ cm}^3$.

$\frac{19\pi}{3} \text{ dm}^3 = \frac{19\pi}{3} l < \frac{19 \cdot 3,15}{3} l < 20l$, deci nu încap.

Varianta 33

I.

1. 7. 2. 3. 3. 4. 4. $\frac{4}{7}$. 5. 40. 6. 48. 7. 3. 8. $36\sqrt{3}$.

II.

9. $f(x) = 2x + 1$ pentru că, dacă $x = -1$, atunci $f(-1) = -1$. *Răspuns C.*

10. $5x + 8 \leq 33 \Rightarrow 5x \leq 25 \Rightarrow x \leq 5$, deci $x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ pentru că $x \neq 0$. *Răspuns D.*

11. $MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{AN}{12} \Rightarrow AN = 9 \Rightarrow NC = 12 - 9 = 3 \text{ cm}$. *Răspuns C.*

12. Suma măsurilor a două unghiuri suplementare este 180° . Fiind congruente, rezultă că fiecare are 90° . *Răspuns D.*

III.

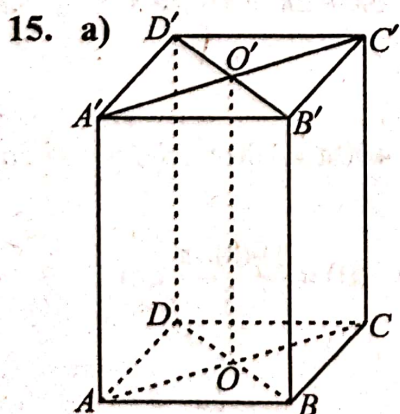
13. a) Considerăm x elevi și y bănci: $1 \cdot y + 6 = 2 \cdot (y - 5) + 1 \Rightarrow y + 6 = 2y - 10 + 1$, deci $y = 15$ bănci.

b) $y + 6 = x \Rightarrow x = 21$ elevi.

14. a) $E(0) = \left(\frac{4}{9} - 1\right) : \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right) = -\frac{5}{9} \cdot \frac{9}{1} = -5$.

b) $E(x) = \frac{x^2 - 4 - x^2 + 9}{(x-3)(x+3)} : \frac{x+3+x-3-1}{(x-3)(x+3)} = \frac{5}{2x-1}$.

c) $\frac{5}{2a-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2a-1 \in \{\pm 1; \pm 5\} \Rightarrow 2a \in \{2; 0; 6; -4\} \Rightarrow a \in \{1; 0; 3; -2\}$; cum $a \in \mathbb{R} \setminus \left\{-3; \frac{1}{2}; 3\right\}$, rezultă $S = \{1; 0; -2\}$.



b) $AC'^2 = AB^2 + BC^2 + A'A^2 = 81$.

Din $AB + BC + A'A = 15$ rezultă $AB^2 + BC^2 + A'A^2 + 2(AB \cdot BC + AB \cdot A'A + BC \cdot A'A) = 225$; obținem $81 + A_i = 225$, deci $A_i = 144 \text{ cm}^2$.

c) Din $81 = 16 + 16 + A'A^2$ rezultă $A'A = 7 \text{ cm}$ și $AC = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, deci $A_{ACC'A'} = 28\sqrt{2} \text{ cm}^2$.

d) Din $AO \perp DB$ și $AO \perp B'B$ rezultă $AO \perp (DBB')$ și $O' \in (DBB')$, deci proiecția dreptei AO' pe planul (DBB')

este OO' ; rezultă $\sphericalangle(O'A; (DBB')) \equiv \sphericalangle AO'O$, unde $\{O\} = AC \cap BD$.

$$\operatorname{tg} \sphericalangle AO'A = \frac{AO}{OO'} = \frac{2\sqrt{2}}{7}.$$

Varianta 34

I.

1. 12. 2. 0,15. 3. 22. 4. 204. 5. 180. 6. $2\sqrt{2}$. 7. 40. 8. 144.

II.

9. $(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})+6=1-3+6=4$. Răspuns A.

10. $E(a)=\sqrt{(1-3)^2}+|1-1|+2\cdot|-1|=2+0+2=4$. Răspuns C.

11. $m(\angle AOD)=2\cdot m(\angle COD)=2\cdot m(\angle AOC)=2\cdot 2\cdot m(\angle BOC)=4\cdot 15^\circ=60^\circ$.
Răspuns C.

12. $m(\angle MNP)=30^\circ \Rightarrow MP=\frac{MN}{2}=3\text{ cm}$. Răspuns B.

III.

13. a) $0,(3)=\frac{1}{3}$ și $0,1(6)=\frac{16-1}{90}=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$.

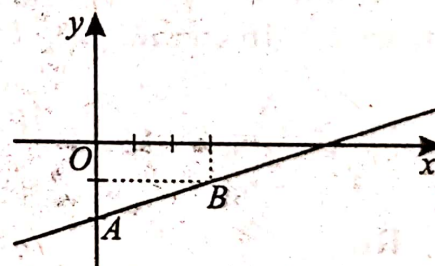
b) $\frac{a}{6}=\frac{b}{3}$ și $\frac{b}{3}=\frac{c}{6} \Rightarrow \frac{a}{6}=\frac{b}{3}=\frac{c}{6} \cdot 6 \Rightarrow a=2b=c$.

$a^2+b^2+c^2=81 \Rightarrow 4b^2+b^2+4b^2=81 \Rightarrow b^2=9 \Rightarrow b=\pm 3$; cum $b \in \mathbb{N}$, rezultă $b=3$
și $a=c=6$.

14. a) $f(0)=-2 \Rightarrow A(0; -2)$;
 $f(3)=-1 \Rightarrow B(3; -1)$; deci G_f este dreapta AB.

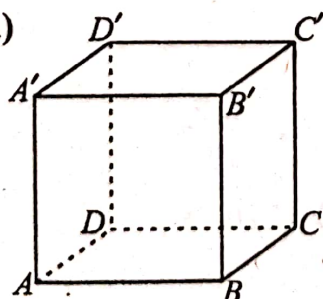
b) $f(m)=2 \Rightarrow \frac{1}{3}m-2=2 \Rightarrow m=12$.

c) $f(b)-f(a)+2f\left(\frac{a-b}{2}\right)=$



$$= \frac{1}{3}b - 2 - \frac{1}{3}a + 2 + 2\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{a-b}{2} - 2\right) = \frac{b}{3} - \frac{a}{3} + \frac{a}{3} - \frac{b}{3} - 4 = -4.$$

15. a)



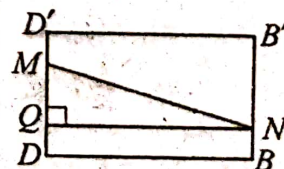
b) Piramida regulată $ACD'B'$ are toate muchiile egale cu $4\sqrt{2}$ cm (egale cu diagonala unei fețe),

$$\text{deci } A_{\text{totală}} = 4 \cdot A_{\text{unei fețe}} = 4 \cdot \frac{(4\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

c) Fie $NQ \parallel DB$.

În $\triangle MQN$ dreptunghic în Q avem: $QN = 4\sqrt{2}$ cm,

$$QM = 2 \text{ cm} \Rightarrow MN^2 = MQ^2 + QN^2, \text{ deci } MN = 6 \text{ cm}.$$



d) Fie $AP \perp MN$ și $PN = x$. Din teorema lui Pitagora în $\triangle ANB$ și în $\triangle MDA$ obținem $AN = \sqrt{AB^2 + NB^2} = \sqrt{17}$ cm și $AM = \sqrt{DM^2 + AD^2} = 5$ cm.

$$\left. \begin{array}{l} \text{În } \triangle APN: m(\hat{P}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} AP^2 = AN^2 - PN^2 \\ \text{În } \triangle AMP: m(\hat{P}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} AP^2 = AM^2 - MP^2 \end{array} \right\} \Rightarrow 17 - x^2 = 25 - (6 - x)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 17 - x^2 = 25 - 36 + 12x - x^2 \Rightarrow x = \frac{7}{3}. \text{ Obținem } AP^2 = 17 - \frac{49}{9}, \text{ de unde } AP = \frac{2}{3}\sqrt{26} \text{ cm}$$

$$\text{și } A_{AMN} = \frac{MN \cdot AP}{2} = 2\sqrt{26} \text{ cm}^2.$$

Testul 35

I.

1. 8. 2. 8. 3. 6. 4. 2. 5. 28. 6. $5\sqrt{2}$. 7. 24. 8. 12.

II.

9. $2\sqrt{3} - 3 \cdot 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}$. Răspuns B.

10. $\frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3)^2} = \frac{x-3}{x+3}$. Răspuns A.

11. Cum $L = 7 + l$ și $P_{\text{dreptunghi}} = 2(L + l)$, rezultă $50 = 2(L + L - 7)$, deci $2L = 32$ și atunci $L = 16$ cm. Răspuns D.

12. $2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} + 3$. Răspuns D.

III.

13. a) Fie x prețul obiectului.

După prima majorare: $x + 15\%x = \frac{115}{100}x$ noul preț

După a doua majorare: $\frac{115x}{100} - \frac{15}{100} \cdot \frac{115}{100}x = \frac{85 \cdot 115}{100 \cdot 100}x$

$$\frac{85 \cdot 115}{10000}x = 195,5 \Rightarrow x = 200 \text{ lei.}$$

b) După majorare prețul a fost: $200 + \frac{15}{100} \cdot 200 = 230$ lei.

14. a) $f(1) = 2 - \sqrt{5} + \sqrt{5} = 2 \Rightarrow A \in G_f$.

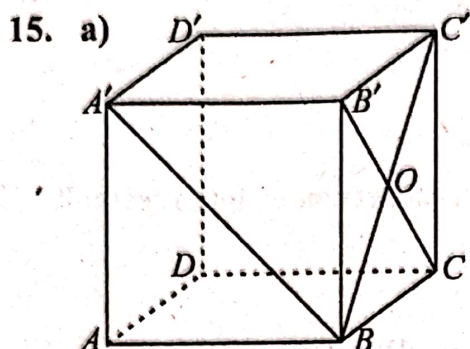
b) $(2 - \sqrt{5})x + \sqrt{5} - 2 \geq 0 \Rightarrow (2 - \sqrt{5})x \geq 2 - \sqrt{5}$, deci $x \leq 1$

(pentru că $2 - \sqrt{5} < 0$), adică $x \in (-\infty; 1]$.

$$\text{c) } f(a) = b + b\sqrt{5} \Rightarrow (2 - \sqrt{5})a + \sqrt{5} = b + b\sqrt{5} \Rightarrow 2a - \sqrt{5}a + \sqrt{5} = b + b\sqrt{5} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sqrt{5}(b + a - 1) + (b - 2a) = 0; \text{ cum } a, b \in \mathbb{Q}, \text{ rezultă } b + a - 1 \in \mathbb{Q} \text{ și } b - 2a \in \mathbb{Q}.$$

$$\underbrace{\sqrt{5}(b + a - 1)}_{\text{irațional}} = \underbrace{2a - b}_{\text{rațional}} \text{ posibil numai dacă } b + a - 1 = 0 \text{ și } 2a - b = 0, \text{ adică } 2a + a - 1 = 0$$

$$\text{și } b = 2a; \text{ rezultă } a = \frac{1}{3} \text{ și } b = \frac{2}{3}.$$



b) $BC \perp (ABB')$, $A'B \subset (ABB') \Rightarrow BC \perp A'B$;
 $A'C = 12 \text{ cm} \xRightarrow{\text{TP}} A'B^2 = A'C^2 - BC^2$, deci
 $A'B = 6\sqrt{3} \text{ cm}.$

În $\triangle A'AB$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TP}} A'A^2 = A'B^2 - AB^2$ și
 atunci $A'A = 6 \text{ cm}.$

c) $A_{\text{tot}} = 2(L \cdot l + L \cdot h + l \cdot h) =$
 $= 2(6\sqrt{2} \cdot 6 + 6\sqrt{2} \cdot 6 + 6 \cdot 6) = 72(2\sqrt{2} + 1) \text{ cm}^2.$

d) Fie $B'C \cap C'B = \{O\}$ și $MN \parallel BC$ prin O , cu $M \in B'B$.

Atunci $d(O; (A'BC)) = d(M; (A'BC))$. Fie $MT \perp A'B$, dar $BC \perp (A'BB')$ și
 $BC \subset (A'BC)$, rezultă $(A'BC) \perp (A'BB')$; cum $A'B = (A'BC) \cap (A'BB')$, rezultă $MT \perp (A'BC)$
 și deci $d(M; (A'BC)) = MT$.

În $\triangle A'B'B$ dreptunghic în $\hat{B}$, M mijlocul laturii $B'B$ și $MT \perp A'B$, implică MT
 linie mijlocie în $\triangle B'QB$, unde $B'Q \perp A'B$.

$$B'Q = \frac{A'B' \cdot B'B}{A'B} = \frac{6\sqrt{2} \cdot 6}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6} \Rightarrow d(O; (A'BC)) = \sqrt{6} \text{ cm}$$

sau

$$\frac{A_{A'BC} \cdot d(O; (A'BC))}{3} = \frac{A_{BOC} \cdot A'B'}{3} \text{ (volumul tetraedrului } OA'BC), \text{ rezultă}$$

$$\frac{6 \cdot 6\sqrt{3}}{2} \cdot d = 9 \cdot 6\sqrt{2}, \text{ de unde } d(O; (A'BC)) = \sqrt{6} \text{ cm.}$$

Varianta 36

I.

1. 16,5. 2. -4. 3. 2. 4. 28. 5. 360. 6. 28. 7. 25. 8. 5.

II.

9. $2 < \sqrt{5} \Rightarrow |2 - \sqrt{5}| = \sqrt{5} - 2 \Rightarrow \sqrt{5} - 2 - 2 - \sqrt{5} = -4$. Răspuns D.

10. $2\sqrt{5} = \sqrt{20}$; $4 = \sqrt{16}$; $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$; obținem ordinea 4; $3\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$. Răspuns B.

11. Triunghiul este dreptunghic, rezultă că ipotenuza este diametrul cercului circumscris triunghiului, deci este egală cu 12 cm. Din teorema lui Pitagora rezultă cateta egală cu $6\sqrt{2}$ cm, deci $A_{\Delta} = \frac{\text{cateta}^2}{2} = 36 \text{ cm}^2$. Răspuns C.

12. În triunghiul MAN : $m(\widehat{MAN}) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TP}} MN^2 = AN^2 + AM^2$, de unde $AN = 3 \text{ m}$.
În triunghiul MBN : $m(\angle NMB) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TI}} MA^2 = NA \cdot AB$, rezultă $81 = 3AB$, adică $AB = 27 \text{ m}$. Răspuns B.

III.

13. a) $42 + 85 + 68 = 195 \text{ kg}$.

b) $195 + 3x \leq 240 \Rightarrow 3x \leq 45 \Rightarrow x \leq 15$, deci un pachet poate cântări cel mult 15 kg.

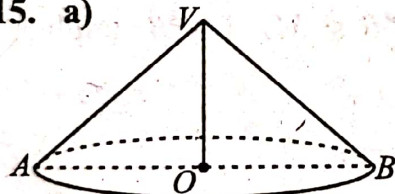
14. a) Din $x + 3 = a$ și $x - 4 = b$ rezultă

$$E(x) = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (x + 3 + x - 4)^2 = (2x - 1)^2.$$

b) $E(\sqrt{2}) \cdot E(-\sqrt{2}) = (2\sqrt{2} - 1)^2 \cdot (-2\sqrt{2} - 1)^2 = [(2\sqrt{2} - 1)(2\sqrt{2} + 1)]^2 = 49.$

c) $E(x) = (2x - 1)^2 \geq 0$, deci cea mai mică valoare a expresiei $E(x)$ este 0, pentru $x = \frac{1}{2}$.

15. a)



b) Fie $VO \perp (\mathcal{C}(O)) \xRightarrow{\text{TP}} OB^2 = VB^2 - VO^2$, atunci $OB = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.

$$A_{\text{lat}} = \pi R G = \pi \cdot 6\sqrt{3} \cdot 12 = 72\pi\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

$$A_{\text{totală}} = 36\pi(2\sqrt{3} + 3) \text{ cm}^2.$$

c) Proiecția dreptei VB pe planul cercului este OB , rezultă $\angle(VB; \mathcal{C}(O)) \equiv \angle VBO$.

Cum $VO = \frac{VB}{2}$, obținem $m(\widehat{VBO}) = 30^\circ$.

d) $Vol_{\text{con}} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 108 \cdot 6}{3} = 216\pi \approx 216 \cdot 3,14 \text{ cm}^3$, deci

$Vol_{\text{con}} \approx 0,678 \text{ dm}^3 > 0,5 \text{ litri}$. Da, încap.

Varianța 37

I.

1. 11. 2. 4,2. 3. $[3; 7]$. 4. 14. 5. 36. 6. 24. 7. 96. 8. 150.

II.

9. $F(\sqrt{2}) = \frac{1 - 2(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{2})^2 + 1} = \frac{1 - 4}{2 + 1} = -1$. Răspuns C.

Varianta 38

I.

1. 18. 2. 20. 3. 72. 4. 7. 5. 150. 6. $9\sqrt{3}$. 7. 64. 8. 200.

II.

9. Cel mai mic multiplu comun al numerelor 3, 2, 5 este egal cu 30. *Răspuns C.*

10. $a + b = 31$; peste x ani: $(a + x) + (b + x) = 39 \Rightarrow 2x = 39 - 31 \Rightarrow x = 4$. *Răspuns D.*

11. Dacă ducem PM și NQ se formează 4 paralelograme congruente. Fiecare paralelogram mic este format din câte 2 triunghiuri congruente, deci $A_{\text{paralelogram}} = 8 \cdot A_{\text{triunghi}}$; $A_{\text{triunghi}} = 9 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_{MNPQ} = 4 \cdot A_{\text{triunghi}} = 4 \cdot 9 = 36 \text{ cm}^2$. *Răspuns C.*

12. Fie $DM \perp AB$; atunci $m(\angle ADM) = 30^\circ$ și, pentru că $ABCD$ este trapez isoscel, $AM = \frac{12-6}{2} = 3 \text{ cm}$ și $AD = 2AM = 6 \text{ cm}$.

Deci perimetrul trapezului este egal cu $2AD + AB + CD = 30 \text{ cm}$. *Răspuns A.*

III.

13. a) $arrrrr$; $aarrrr$; $aaarr$; $aaaaar$; $aaaaaa$; $rrrrrr$.

b) cazuri favorabile 3, cazuri posibile 6; $P(E) = \frac{1}{2}$.

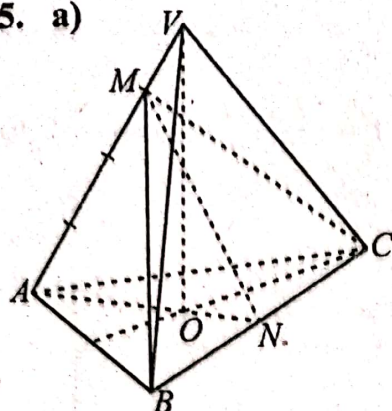
14. a) $E(x) = \frac{x+1}{x^2+1} \cdot \left(\frac{x+3-4}{4(x-1)} \right) \cdot \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{x+1}{x^2+1} \cdot \frac{4(x-1)}{x-1} \cdot \frac{x}{x+1} = \frac{4x}{x^2+1}$.

b) $\frac{4x}{x^2+1} \cdot (x^2+1) \leq 1 \Rightarrow 4x \leq 1 \Rightarrow x \leq \frac{1}{4}$; cum $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, rezultă
 $x \in \left(-\infty; \frac{1}{4}\right) \setminus \{-1\}$.

c) $\left. \begin{array}{l} \frac{4a}{a^2+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a^2+1 \mid 4a \Rightarrow a^2+1 \mid 4a^2 \\ \text{dar } a^2+1 \mid a^2+1 \Rightarrow a^2+1 \mid 4a^2+4 \end{array} \right\} \Rightarrow a^2+1 \mid 4a^2-4a^2-4 \Rightarrow a^2+1 \mid 4$.

Rezultă $a^2+1 \in \{1; 2; 4\}$ pentru că $a^2+1 > 0$, $\forall a \in \mathbb{Z}$, deci $a^2 \in \{0; 1; 3\}$. Cum $a \in \mathbb{Z}$, rezultă $a \in \{0; \pm 1\}$; dar $a \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$, deci $a = 0$.

15. a)



b) Fie $MP \parallel VO$, unde $VO \perp (ABC)$.

În $\triangle VOA$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VO^2 = VA^2 - AO^2$; obținem $VO^2 = 12^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{2}\right)^2$, adică $VO = 4\sqrt{6}$ cm.

$\triangle AMP \sim \triangle AVO \Rightarrow \frac{AM}{AV} = \frac{MP}{VO} = \frac{AP}{AO}$; obținem $\frac{AP}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{4} = \frac{MP}{4\sqrt{6}}$, deci $MP = 3\sqrt{6}$ cm și $AP = 3\sqrt{3}$ cm.

$PN = ON + PO = \frac{1}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ cm, unde $PO = AO - AP = \sqrt{3}$ cm.

În $\triangle MPN$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow MN^2 = MP^2 + PN^2$; obținem $MN = \sqrt{54 + 27} = 9$ cm = AM , deci $\triangle MAN$ isoscel.

c) $Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2}$ cm³.

d) $BC \perp AN$ și $BC \perp MN$ (pentru că $\triangle MBC$ isoscel); dar $BC = (MBC) \cap (ABC)$, rezultă $\angle((MBC); (ABC)) \equiv \angle MNA$.

În $\triangle MPN$ cu $m(\hat{P}) = 90^\circ$ avem $\sin \hat{N} = \frac{MP}{MN} = \frac{3\sqrt{6}}{9} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Varianta 39

I.

1. 4. 2. 9876. 3. 2. 4. 9. 5. $(3; +\infty)$. 6. 5. 7. $12\sqrt{3}$. 8. 63.

II.

9. $x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} \Rightarrow x \in \{-4; 2\}$. Răspuns D.

10. Cea mai mică diferență este $0 - 5 = -5$. Răspuns A.

11. $A_{MND} = A_{ABCD} - A_{AMD} - A_{CDN} - A_{MBN} = 36 - 9 - 9 - 4,5 = 13,5$ cm². Răspuns C.

12. MN este linie mijlocie în triunghiul ABC , rezultă $MN = \frac{AC}{2}$; NP este linie mijlocie în triunghiul BCD , rezultă $NP = \frac{BD}{2}$. $P_{MNPQ} = 2MN + 2NP = AC + BD = 12 + 16 = 28$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) $250 + 10\% \cdot 250 = 275$ lei, după prima scumpire.

b) $275 + p\% \cdot 275 = 250 + 80$; $p\% \cdot 275 = 55$; $p = \frac{5500}{275}$; obținem $p = 20$, deci prețul după a doua scumpire s-a mărit cu 20%.

14. a) $f(0) = -1 \Rightarrow A(0; -1)$; $f(1) = 0 \Rightarrow B(1; 0)$.
 $g(0) = 3 \Rightarrow C(0; 3)$; $g(1) = 1 \Rightarrow D(1; 1)$.

b) Fie $G_f \cap G_g = \{P\}$.

$$f(x) = g(x) = x - 1 = 3 - 2x \Rightarrow x = \frac{4}{3};$$

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow P\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right);$$

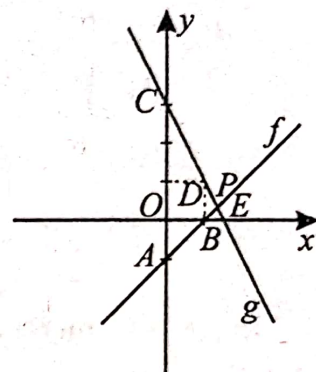
$$G_g \cap Ox: g(x) = 0 \Rightarrow 3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow E\left(\frac{3}{2}; 0\right);$$

$$A_{COBP} = A_{COE} - A_{BEP} = \frac{CO \cdot OE}{2} - \frac{PT \cdot BE}{2}, \text{ unde } PT \perp Ox;$$

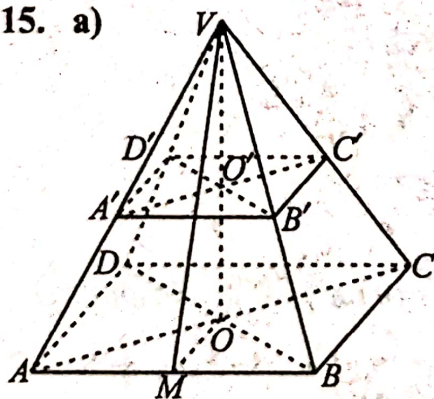
$$A_{COBP} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{4} - \frac{1}{12} = \frac{26}{12} = \frac{13}{6}; \quad BE = OE - OB = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{c) } \left. \begin{aligned} \frac{a-1}{3-2a} \in \mathbb{Z} &\Rightarrow 3-2a \mid a-1 \Rightarrow 3-2a \mid 2a-2 \\ &\text{dar } 3-2a \mid 3-2a \Rightarrow 3-2a \mid 3-2a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3-2a \mid 1, \text{ adică } 3-2a = 1$$

sau $3-2a = -1$; obținem $a = 1$ sau $a = 2$, de unde $a \in \{1; 2\}$.



15. a)



b) Fie $VO \perp (ABC)$ și M mijlocul laturii AB .

$$OM = 6\sqrt{3} \text{ și } VM = 12.$$

În $\triangle VOM$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} VO^2 = VM^2 - OM^2$,
 deci $VO = 6$ cm.

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{(12\sqrt{3})^2 \cdot 6}{3} = 864 \text{ cm}^3.$$

$$\text{c) } \left. \begin{aligned} AB &= (VAB) \cap (ABC) \\ VM &\perp AB \\ OM &\perp AB \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle((VAM); (ABC)) \equiv \angle VMO$. În $\triangle VOM$, din $VO = \frac{VM}{2}$ rezultă $m(\widehat{VMO}) = 30^\circ$.

d) Fie planul $(A'B'C')$ care intersectează $A'B'$ în M' și VO în O' .

75% din A_{lat} a piramidei $VABCD$ este egală cu A_{lat} a trunchiului de piramidă $ABCD A'B'C'D'$, adică: $75\% \cdot \frac{4AB \cdot VM}{2} = \frac{4(AB + A'B') \cdot MM'}{2}$; dar $\frac{VM'}{VM} = \frac{A'B'}{AB} = k$,

deci $VM' = kVM$ și $A'B' = kAB$.

$$\frac{3}{4} \cdot AB \cdot VM = (AB + kAB)(VM - VM \cdot k);$$

$$\frac{3}{4} = 1 - k^2 \Rightarrow k = \frac{1}{2}, \text{ rezultă } \frac{VO'}{VO} = \frac{1}{2} \text{ și atunci } OO' = 3 \text{ cm.}$$

Varianta 40

I.

$$1. 37. \quad 2. 8. \quad 3. 1. \quad 4. -2. \quad 5. 14. \quad 6. 3\sqrt{2}. \quad 7. \sqrt{6}. \quad 8. 216.$$

II.

$$9. (b - c)(b + c) = 45 \Rightarrow b - c = 9 \Rightarrow c - b = -9 \Rightarrow 5c - 5b = 5 \cdot (-9) = -45. \text{ Răspuns B.}$$

10. Dacă $x = 2$ sau $x = 3$ sau $x = 4$, atunci $\frac{5x}{24}$ este reductibilă, iar dacă $x \geq 5$, atunci fracția este supraunitară. Răspuns C.

11. Aria triunghiului $ABC = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Mediana împarte triunghiul în două suprafețe de arii egale, deci $A_{ABP} = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$, iar $A_{BMP} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$. Răspuns C.

12. $m(\sphericalangle ACB) = m(\sphericalangle BAC) = 2m(\sphericalangle ECA) \Rightarrow m(\sphericalangle ECA) = \frac{m(\sphericalangle BAC)}{2}$. Unghiul BEC este exterior triunghiului ECA , deci $m(\sphericalangle BEC) = m(\sphericalangle ECA) + m(\sphericalangle BAC) = \frac{m(\sphericalangle BAC)}{2} + m(\sphericalangle BAC) = \frac{3m(\sphericalangle BAC)}{2}$; obținem $m(\sphericalangle BAC) = 10^\circ$, $m(\sphericalangle BAD) = 20^\circ$, $m(\sphericalangle ABC) = 160^\circ$. Răspuns A.

III.

13. a) Din $n = 0$ rezultă $x = -11 - 3 = -14$ și $y = 18 - 3 = 15$, deci $x - y = -29$.

b) n par $\Rightarrow n = 2k$ cu $k \in \mathbb{Z}$.

$$x = 14k - 11 - 3 = 14k - 14 \text{ și } y = 14k + 15.$$

$14k - 14 \mid 14k + 15$, dar $14k - 14 \mid 14k - 14$, rezultă $14k - 14 \mid 29$, de unde $14k - 14 \in \{\pm 1; \pm 29\}$; obținem $14k \in \{15; 13; 43; -15\}$, deci $k \notin \mathbb{Z}$.

n impar $\Rightarrow n = 2k + 1$.

$$x = 14k + 7 - 11 + 3 = 14k - 1 \text{ și } y = 14k + 7 + 18 + 3 = 14k + 28.$$

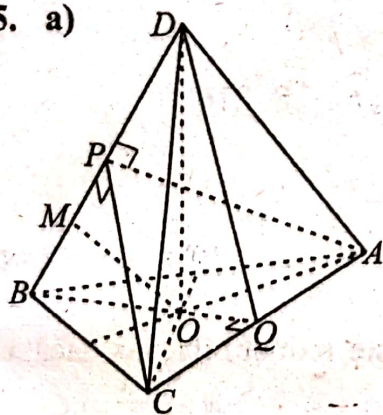
$$\left. \begin{array}{l} x|y \Rightarrow 14k-1|14k+28 \\ \text{dar } 14k-1|14k-1 \end{array} \right\} \Rightarrow 14k-1|29, \text{ de unde } 14k-1 \in \{\pm 1; \pm 29\}; \text{ obținem } 14k \in \{2; 0; 30; -28\}, \text{ deci } k \in \{0; -2\} \text{ și } n \in \{1; -3\}.$$

14. a) $a \cdot 3 + 4 = 0 \Rightarrow a = -\frac{4}{3}$ și $6 \cdot 3 + b = 0 \Rightarrow b = -18.$

b) $x = -\frac{4}{a} \in \mathbb{N}$ dacă $a \in \{-1; -2; -4\}.$

c) Din $x = -\frac{4}{a}$ și $x = -\frac{b}{6}$ obținem $-\frac{4}{a} = -\frac{b}{6}$, deci $ab = 24.$

15. a)



b) Notăm $AB = x$. Fie $AP \perp BD$; $\triangle ABD$ echilateral, rezultă $AP = \frac{x\sqrt{3}}{2}.$

În $\triangle OBD$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TC} OB^2 = BM \cdot BD.$

$OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$; din $\frac{3x^2}{9} = BM \cdot x$ rezultă

$BM = \frac{x}{3}$, dar $BP = \frac{x}{2}$ și deci $MP = \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{6}.$

În $\triangle MAP$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} MA^2 = MP^2 + PA^2$ și atunci $28 = \frac{x^2}{36} + \frac{3x^2}{4} \Rightarrow x = 6$, de unde $AB = 6$ cm.

c) În $\triangle DOB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} OD^2 = DB^2 - OB^2 \Rightarrow OD^2 = 6^2 - (2\sqrt{3})^2$, de unde $OD = 2\sqrt{6}$ cm.

$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = 18\sqrt{2}$ cm³.

d) Fie Q mijlocul laturii AC ; $AC \perp BQ$ și $AC \perp QD$, rezultă $AC \perp (BQD)$. Dar $M \in (BQD)$, rezultă că proiecția dreptei MC pe planul (BQD) este MQ , deci $\sphericalangle(MC; (BQD)) \equiv \sphericalangle CMQ.$

În $\triangle CMQ$ cu $m(\hat{Q}) = 90^\circ$: $\sin \widehat{CMQ} = \frac{CQ}{MC} = \frac{3}{2\sqrt{7}}.$

Varianta 41

I.

1. 16. 2. $\frac{21}{8}$. 3. 20. 4. 280. 5. 90. 6. 5. 7. 30. 8. 75.

II.

9. $2m + 4a = 34 \Rightarrow m + 2a = 17 \Rightarrow 2a \leq 17 \Rightarrow a \leq 8,5$, deci numărul autoturismelor nu poate fi mai mare decât 8. *Răspuns D.*

10. $\left(-\frac{1}{3}\right)^{30-32} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = (-3)^2 = 9$. *Răspuns B.*

11. Raza cercului înscris într-un triunghi echilateral este $\frac{1}{3}$ din înălțimea triunghiului, adică $4 = \frac{1}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2}$; obținem $l = 8\sqrt{3}$ cm. *Răspuns C.*

12. Fie $BD \perp AC$ cu $D \in AC$. Atunci $m(\angle ABD) = 30^\circ$, deci $AD = 3$ cm și din teorema lui Pitagora în $\triangle ABD$ rezultă, $BD = 3\sqrt{3}$ cm. Din teorema lui Pitagora în $\triangle BDC$ obținem $BC^2 = DC^2 + BD^2$, deci $BC = 2\sqrt{19}$ cm. *Răspuns C.*

III.

13. a) $\frac{4+3\sqrt{2}}{2} \in (4; 3\sqrt{2}) \Leftrightarrow 4 < \frac{4+3\sqrt{2}}{2} < 3\sqrt{2} \Leftrightarrow 8 < 4+3\sqrt{2} < 6\sqrt{2}$, obținem $8 < 4+3\sqrt{2}$ și $4+3\sqrt{2} < 6\sqrt{2}$, de unde $4 < 3\sqrt{2}$, adică $16 < 18$ (A).

- b) $\sqrt{n} \in (4; 3\sqrt{2}) \Rightarrow 4 < \sqrt{n} < 3\sqrt{2} \Rightarrow 16 < n < 18 \Rightarrow n = 17$, deci $\sqrt{17}$ este număr irațional.

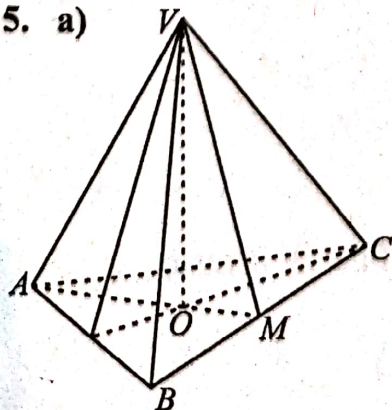
14. a) $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x \in \left\{\frac{3}{2}; 1\right\}$.

b) $(x+1)^2 + (x-2)^2 + 2(x-2)(x+1) = 0$ pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{2; -1\}$.

Din $x+1 = p$ și $x-2 = q$ rezultă $(p+q)^2 = 0$, de unde $2x-1 = 0$ și deci $x = \frac{1}{2}$.

c) $3x+6-2x+6 \geq 12 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow x \in [0; \infty)$.

15. a)



b) Fie $VO \perp (ABC)$; $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$ cm.

În $\triangle VAO$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} VO^2 = VA^2 - AO^2$ și obținem $VO = 2\sqrt{3}$ cm.

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{(6\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = 36 \text{ cm}^3.$$

c) Fie M mijlocul laturii BC ; din $BC \perp AM$ și $BC \perp VM$ rezultă $BC \perp (VAM)$; dar $VA \subset (VAM) \Rightarrow BC \perp AV \Rightarrow VA \perp BC$.

d) Fie $PQ \perp VM$ cu $Q \in VM$, deci $PQ \subset (VOM)$; dar $BC \perp (VAM) \Rightarrow BC \perp PQ \Rightarrow PQ \perp BC$ și, cum $PQ \perp VM$, rezultă $PQ \perp (VBC)$, deci $PQ = d(P; (VBC))$.

Deoarece este piramidă regulată, distanța de la P la toate fețele laterale este aceeași. $P \in VO \Rightarrow d(P; (ABC)) = PO$; $PQ = PO^{\text{not}} = x$.

$\Delta VPQ \sim \Delta VMO \xRightarrow{\text{TFA}} \frac{PQ}{OM} = \frac{VP}{VM}$, și atunci $\frac{x}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}-x}{3\sqrt{2}} \Rightarrow x = 3 - \sqrt{3}$, de unde $PO = (3 - \sqrt{3})$ cm.

Dacă $AO = 2\sqrt{6}$ cm, atunci $OM = \sqrt{6}$ cm; în ΔVBM : $m(\widehat{M}) = 90^\circ \xRightarrow{\text{TP}} VM = 3\sqrt{2}$ cm.

Varianta 42

I.

1. 5. 2. 10. 3. 3. 4. 7,3. 5. 0,2. 6. 60. 7. 50 8. $6\sqrt{3}$.

II.

9. 4 muncitori12 ore.

3 muncitorix ore

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = 16 \text{ ore}$$

Răspuns C.

10. $\frac{a}{2} = \frac{15}{b} \Rightarrow N = 30 - 20 = 10$. Răspuns B.

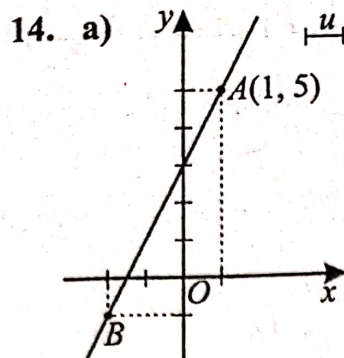
11. $r = \frac{1}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} \Rightarrow r = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$ cm. Răspuns D.

12. Trapezul fiind isoscel, rezultă $P_{\text{trapez}} = B + b + 2 \cdot l$, unde l este latura ne paralelă, adică $P_{\text{trapez}} = 2 \cdot 12 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 12 = 32$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) cazuri posibile: $4 + 8 = 12$
cazuri favorabile: 4 $\Rightarrow P(E) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

b) După ce extrag 4 bile albe, sigur a cincea bilă va fi roșie.

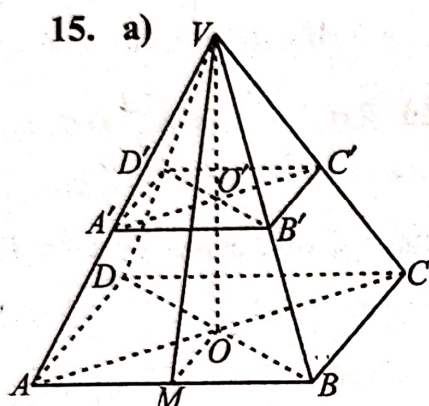


Graficul este dreapta AB

b)
$$\left. \begin{aligned} f(1) = 5 &\Rightarrow a + b = 5 \\ f(-2) = -1 &\Rightarrow -2a + b = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3a = 6, \text{ deci}$$

 $a = 2$ și $b = 3$.

c) $f(x) = 2x + 3 \in [-5; 6] \Rightarrow -5 \leq 2x + 3 \leq 6 \quad | -3$
 $\Rightarrow -8 \leq 2x \leq 3 \quad | :2 \Rightarrow -4 \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow x \in \left[-4; \frac{3}{2}\right]$.



b) Fie O și O' centrele bazelor; $AC = 12\sqrt{2}$ cm, $A'C' = 8\sqrt{2}$ cm, rezultă $A'O' = 4\sqrt{2}$ cm și $AO = 6\sqrt{2}$ cm.

Ducem $A'E \perp AC$ și atunci $EO = 4\sqrt{2}$ cm, deci $AE = AO - EO = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ cm.

$$\operatorname{tg} \angle A'AC = \frac{A'E}{AE} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{A'E}{2\sqrt{2}} \Rightarrow A'E = OO' = 3\sqrt{2} \text{ cm.}$$

c) $A_{lat} = \frac{(P_B + P_b)a_p}{2}$.

Fie M mijlocul $[AB]$ și M' mijlocul $[A'B']$. Din $A'C' = 8\sqrt{2}$ cm rezultă $A'B' = 8$ cm, deci $O'M' = 4$ cm; $OM = 6$ cm. Ducem $M'Q \perp OM$, rezultă $M'Q = OO' = 3\sqrt{2}$ cm și $MQ = MO - QO = MO - M'O' = 2$ cm.

În $\triangle MM'Q$: $m(\hat{Q}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} M'M^2 = M'Q^2 + MQ^2$, de unde $M'M = \sqrt{22}$ cm, deci $A_{lat} = 40\sqrt{22}$ cm².

d) $VABCD$ este piramidă regulată, rezultă $\triangle APB \equiv \triangle CPB$, deci $AP = PC$ și atunci $\triangle APC$ isoscel în care PO mediană. Rezultă $PO \perp AC$, deci

$A_{APC} = \frac{AC \cdot OP}{2} = \frac{12\sqrt{2} \cdot OP}{2} = 6\sqrt{2} \cdot OP$ minimă atunci când OP este minim. Fie V vârful piramidei $VABCD$, OP minim când $OP \perp VB$.

În $\triangle VOB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TC} OB^2 = PB \cdot VB$.

Ducem $B'T \perp OB$, $T \in OB$; $B'T = O'O = 3\sqrt{2}$ cm;

$$TB = OB - OT = OB - O'B' = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm.}$$

În $\triangle B'TB$, $m(\hat{T}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} B'B^2 = B'T^2 + TB^2$; $B'B = \sqrt{18 + 8} = \sqrt{26}$ cm.

$$\frac{VB'}{VB} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{VB - B'B}{VB} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{VB - \sqrt{26}}{VB} = \frac{2}{3} \Rightarrow VB = 3\sqrt{26} \text{ cm.}$$

Deci $(6\sqrt{2})^2 = PB \cdot 3\sqrt{26}$, rezultă $PB = \frac{12\sqrt{26}}{13}$ cm.

Varianta 43

I.

1. 1. 2. 9. 3. 4. 4. $\frac{2}{5}$. 5. 30. 6. 15. 7. 160 8. 15.

II.

9. $x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+48}}{6} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6} \Rightarrow x \in \left\{1; -\frac{4}{3}\right\}$. Răspuns D.

10. Șirul 10; 11; 12; ...; 99 conține $99 - 9 = 90$ numere. Numerele $\overline{aa} \in \{11; 22; \dots; 99\}$ sunt în număr de 9, deci există $90 - 9 = 81$ numere formate cu 2 cifre diferite. Răspuns D.

11. Fie $ABCD$ rombul, $m(\angle A) = 30^\circ$ și $BE \perp AD$ cu $E \in AD$; $BE = \frac{AB}{2} = 8$ cm. Răspuns B.

12. Dacă AB și SR sunt diametre, atunci se înjumătățesc și sunt egale, deci $ARBS$ dreptunghi. Răspuns B.

III.

13. a) $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{5} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{1}{5}$.

b) $a + b + c = 48$, dar $c = 5a$ și $b = 2a$, rezultă $8a = 48$, de unde $a = 6$, $b = 12$, $c = 30$. c.m.m.d.c. = $d = 6$ și $2^k < 6 < 2^{k+1}$ pentru $k = 2$.

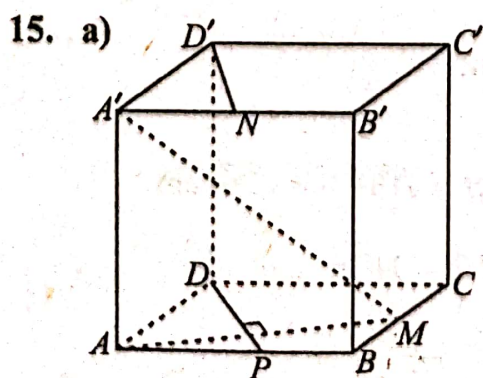
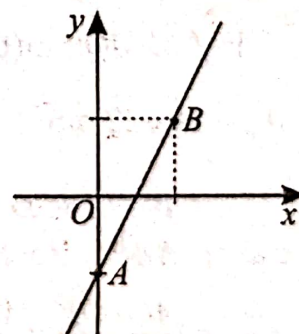
14. a) $\left. \begin{array}{l} f(0) = -1 \Rightarrow A(0; -1) \\ f(1) = 1 \Rightarrow B(1; 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \text{dreapta } AB = G_f.$

b) $C \in G_f \Rightarrow f(|a|) = 2a + 1 \Rightarrow 2|a| - 1 = 2a + 1 \Rightarrow 2|a| - 2a = 2 \Rightarrow |a| - a = 1.$

Dacă $a \geq 0 \Rightarrow a - a = 1 \Rightarrow 0 = 1$ (F).

Dacă $a < 0 \Rightarrow -a - a = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}.$

c) $s = (2 \cdot 1 - 1) + (2 \cdot 2 - 1) + (2 \cdot 3 - 1) + \dots + (2 \cdot 2007 - 1).$
 $s = 2(1 + 2 + \dots + 2007) - 2007 \Rightarrow s = 2007 \cdot 2008 - 2007 \Rightarrow s = 2007^2$, deci s pătrat perfect.



b) Din $A'A \perp (ABC)$ și $AM \subset (ABC)$ rezultă
 $A'A \perp AM \Rightarrow A'M^2 = AM^2 + A'A^2.$

În $\triangle ABM$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2,$

deci $AM = \frac{x\sqrt{5}}{2}$, unde $AB = x$.

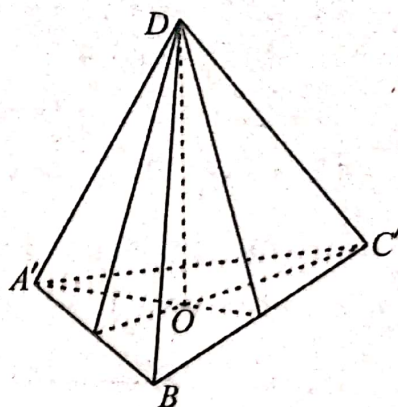
$81 = x^2 + \frac{5x^2}{4} \Rightarrow 9x^2 = 81 \cdot 4 \Rightarrow x = 6$, deci $AB = 6$ cm.

c) Piramida $A'CB'D$ este regulată cu toate muchiile egale cu $6\sqrt{2}$ cm (diagonale în pătrate egale).

Fie O centrul bazei $A'BC'$; atunci DO este înălțimea piramidei. În $\triangle DOC'$; $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow DO^2 = DC'^2 - OC'^2$;

$$OC' = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6} \text{ cm}; DO = \sqrt{72 - 24} = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{(6\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 72 \text{ cm}^3.$$



d) Fie P mijlocul laturii AB , rezultă $DP \parallel D'N$.

$$\left. \begin{array}{l} \triangle DAP \equiv \triangle ABM \text{ (CC)} \Rightarrow \widehat{MAB} \equiv \widehat{ADP} \\ \text{dar } m(\widehat{ADP}) + m(\widehat{APD}) = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow m(\widehat{MAB}) + m(\widehat{APD}) = 90^\circ, \text{ deci } AM \perp DP.$$

$AA' \perp (ABC)$, $DP \subset (ABC) \Rightarrow DP \perp AA'$; cum $DP \perp AM \Rightarrow DP \perp (AA'M)$ și cum $DP \parallel D'N$, rezultă $D'N \perp (AA'M)$.

Varianta 44

I.

1. $3^2 \cdot 2^2$. 2. 1. 3. 3. 4. 5. 5. 50. 6. 12. 7. 600. 8. 36.

II.

9. $n = 2 \cdot 4 \cdot 3 - 10 = 14$. Răspuns C.

10. $\frac{(x-5)^2}{(x-5)(x+5)} = \frac{x-5}{x+5}$. Răspuns B.

11. $MN = \frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{7+9}{2} = 8$ cm. Răspuns A.

12. O_y este mediatoarea segmentului AA' , deci $A'(3; 2)$ este simetricul lui A . Răspuns C.

III.

13. a) Fie x prețul inițial.

După scumpire: $x + 10\%x = \frac{110x}{100}$;

După ieftinire: $\frac{110x}{100} - 10\% \frac{110x}{100} = 247,5$;

$\frac{110x}{100} \cdot \frac{90}{100} = \frac{24750}{100} \Rightarrow 99x = 24750 \Rightarrow x = 250$ lei.

b) $250 - 247,5 = 2,5$; $p\%250 = 2,5 \Rightarrow p\% = 1\%$; produsul s-a ieftinit cu 1%.

14. a) $3 \cdot 14 + 2 \cdot 4 = 42 + 8 = 50$, deci $(14; 4)$ este soluție.

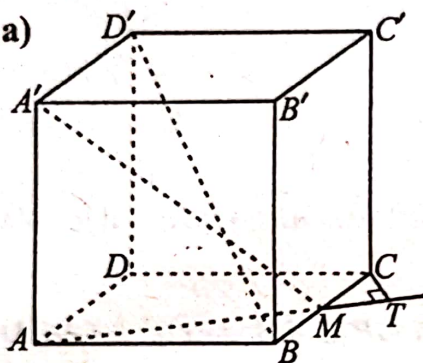
b) $x^2 - 4x + 4 + y^2 + 8y + 16 = x^2 - 4 + y^2 \Rightarrow -4x + 8y = -24 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 56 \\ x - 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow S = \{(14; 4)\}.$$

c) $2x + 2 \leq x\sqrt{5} + \sqrt{5} \Rightarrow 2 - \sqrt{5} \leq x(\sqrt{5} - 2) \Rightarrow -(\sqrt{5} - 2) \leq x(\sqrt{5} - 2) \Rightarrow$

$$\Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow x \in [-1; \infty).$$

15. a)



b) $A'A \perp (ABC)$, $AM \subset (ABC) \Rightarrow AA' \perp AM$.

Fie $AB \stackrel{\text{not}}{=} x \stackrel{\text{TP}}{\Rightarrow} AA'^2 + AM^2 = A'M^2$.

În $\triangle AMB$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \Rightarrow AM^2 = AB^2 + BM^2$,

deci $AM = \frac{x\sqrt{5}}{2}$.

Din $144 = x^2 + \frac{5x^2}{4}$ rezultă $144 = \frac{9x^2}{4}$,

adică $x = 8$ și deci $AB = 8$ cm.

c) $D'D \perp (ABC)$ și $B \in (ABC)$, rezultă că proiecția segmentului BD' pe (ABC)

este DB , deci $\sphericalangle(BD'; (ABC)) \equiv \sphericalangle D'BD$; $\text{tg } \sphericalangle D'BD = \frac{DD'}{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

d) Fie $CT \perp AM$ cu $T \in AM$. Atunci $CT \subset (ABC)$ și cum $AA' \perp (ABC)$ rezultă $AA' \perp CT$. Dar $CT \perp AM$, implică $CT \perp (A'M)$, deci $d(C; (A'M)) = CT$.

$$\triangle CMT \sim \triangle AMB \Rightarrow \frac{CT}{AB} = \frac{CM}{AM}, \text{ deci } CT = \frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ cm.}$$

Varianta 45

I.

1. 333. 2. 13. 3. 3. 4. 0. 5. $\frac{9}{4}$. 6. 22. 7. 288. 8. $2\sqrt{3}$.

II.

9. $f(3) = 2 \cdot 3 - 1 = 5$. Răspuns C.

10. $x^2 - 16$. Răspuns D.

11. $AB = 11 - 1 = 10$ cm și $MB = \frac{AB}{2} = 5$ cm, deci $MC = 5 + 1 = 6$ cm. Răspuns B.

12. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Răspuns C.

III.

13. a) Fie x prețul inițial.

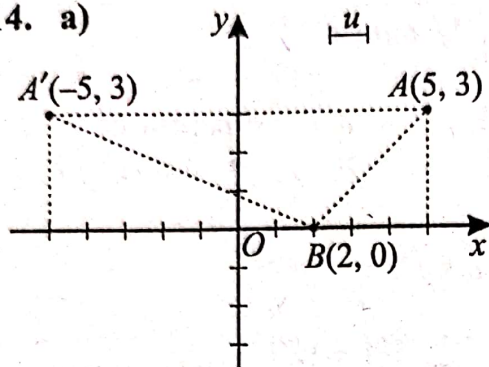
După prima scumpire: $10\%x + x = \frac{110}{100}x$ noul preț.

După a doua scumpire: $\frac{10}{100} \cdot \frac{110}{100} x + \frac{110}{100} x = 13,31$;

$\frac{110}{100} \cdot \frac{110}{100} x = \frac{1331}{100}$, obținem $121x = 1331$, de unde $x = 11$ lei.

b) $13,31 - 11 = 2,31$; $p\% \cdot 11 = 2,31 \Rightarrow p = \frac{231}{11} = 21$, deci cu 21%.

14. a)



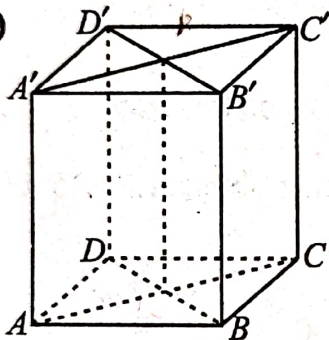
b) $A'(-5; 3)$; $A_{ABA'} = \frac{10 \cdot 3}{2} = 15u^2$.

c) $f(5) = 3$ și $f(2) = 0$ unde $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ și $C \in G_f$ dacă $f(m) = 2m + 1$.

$$\begin{cases} 5a + b = 3 \\ 2a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}, \text{ obținem } f(x) = x - 2$$

$f(m) = m - 2$, deci $m - 2 = 2m + 1$, de unde $m = -3$.

15. a)



b) Din $BC \perp AB$ și $BC \perp BB'$ rezultă $BC \perp (ABB')$; $A'B \subset (ABB') \Rightarrow BC \perp A'B$.

c) În $\triangle A'BC$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} \Rightarrow BC^2 = A'C^2 - A'B^2$, deci $BC = 3\sqrt{5}$ cm.

În $\triangle A'AD$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} \Rightarrow A'A^2 = A'D^2 - AD^2$, deci $A'A = 2$ cm.

În $\triangle A'AB$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} \Rightarrow AB^2 = A'B^2 - A'A^2$, rezultă $AB = 4\sqrt{2}$ cm.

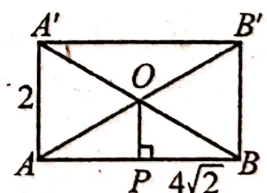
Atunci $Vol = AB \cdot BC \cdot AA' = 24\sqrt{10}$ cm³.

d) Fie O și O' centrele fețelor $ABB'A'$ respectiv $DCC'D'$.

$OO' \parallel BC$, rezultă $OO' \perp (ABB'A')$ în care sunt incluse $A'B$ și AB' .

$$\left. \begin{array}{l} OO' = (A'BC) \cap (B'AD) \\ A'O \perp OO' \\ B'O \perp OO' \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((A'BC); (B'AD)) \equiv \sphericalangle A'OB' \equiv \sphericalangle AOB.$$

$OP \perp AB$
 O mijlocul lui $A'B$ $\Rightarrow OP$ linie mijlocie; $OP = \frac{AA'}{2} = 1$ cm.



În $\triangle A'AB$, $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} \Rightarrow A'B^2 = A'A^2 + AB^2$; atunci $A'B = 6$ cm, deci $OA = OB = 3$ cm.

$$\left. \begin{array}{l} A_{AOB} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 1}{2} = 2\sqrt{2} \\ A_{AOB} = \frac{OA \cdot OB \cdot \sin \widehat{AOB}}{2} = \frac{9}{2} \sin(\widehat{AOB}) \end{array} \right\} \Rightarrow \sin(\widehat{AOB}) = \frac{4\sqrt{2}}{9}.$$

Varianta 46

I.

1. 11. 2. 170. 3. 9. 4. 3. 5. 45. 6. 18. 7. 240. 8. 400.

II.

9. $m_a = \frac{a+b}{2} = \frac{(6+4\sqrt{2})+(6-4\sqrt{2})}{2} = 6$. Răspuns C.

10. Ultima cifră a numărului $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2007 = 0$ pentru că $2 \cdot 5 = 10$, deci ultima cifră a numărului $3 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2007 = 3$. Răspuns C.

11. $MN = \frac{AB}{2} + \frac{BC}{2} = \frac{10+8}{2} = 9$ cm. Răspuns D.

12. Măsura unghiului format de bisectoare este $\frac{80+120}{2} = 100^\circ$. Răspuns B.

III.

13. a) $x + y + z = 130$, unde x, y, z sunt sumele celor trei frați.

$x - \frac{2}{3}x = y - \frac{3}{4}y = z - \frac{2}{5}z$; $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = \frac{130}{7+\frac{5}{3}} = \frac{390}{26} = 15$; obținem $x = 45$ lei, $y = 60$ lei, $z = 25$ lei.

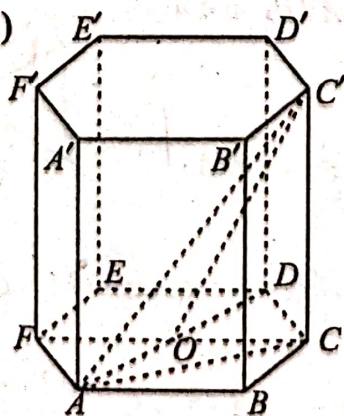
b) Cei trei frați au cheltuit: $\frac{2}{3} \cdot 45 = 30$ lei; $\frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ lei și $\frac{2}{5} \cdot 25 = 10$ lei.

14. a) $E(x) = (x+1)^2 + 2(x-7) + 1 = x^2 + 2x + 1 + 2x - 14 + 1 = x^2 + 4x - 12 = x^2 + 4x + 4 - 16 = (x+2)^2 - 4^2 = (x+2-4)(x+2+4) = (x-2)(x+6)$.

b) $E(-1) = (-1-2)(-1+6) = -3 \cdot 5 = -15$.

c) $E(x) + 16 = x^2 + 4x - 12 + 16 = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \geq 0$.

15. a)



b) $m(\widehat{C'AC}) = 45^\circ \Rightarrow CC' = AC$.

Fie $AB = x$, atunci $OC = x$ și $CC' = x\sqrt{3}$ pentru că $AC = x\sqrt{3}$ ($AOCB$ romb).

În $\triangle C'CO$: $m(\widehat{C}) = 90^\circ \Rightarrow C'O^2 = C'C^2 + CO^2$, de unde $108 = 3x^2 + x^2$, deci $4x^2 = 108$; $x = 3\sqrt{3}$ cm.

c) $A_{lat} = P_b \cdot h = 6 \cdot 3\sqrt{3} \cdot 9 = 162\sqrt{3}$ cm², deoarece $CC' = x\sqrt{3} = 9$; $A_{tot} = A_{lat} + 2 \cdot A_{hexagon} = 162\sqrt{3} + 2 \cdot 6 \cdot \frac{(3\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 243\sqrt{3}$ cm².

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } AOCB \text{ romb} \Rightarrow BO \perp AC \\ CC' \perp (ABC) \text{ și } BO \subset (ABC) \Rightarrow BO \perp CC' \end{array} \right\} \Rightarrow BO \perp (ACC').$$

$$BO \cap AC = \{P\} \Rightarrow d(B; (ACC')) = BP = \frac{1}{2}OB = \frac{3}{2}\sqrt{3} \text{ cm.}$$

Varianța 47

I.

1. 55. 2. $3\sqrt{2}$. 3. 40. 4. 9,8. 5. 4. 6. 3. 7. 36. 8. 600.

II.

$$9. \left(-\frac{x^2}{y^4}\right) \cdot \left(-\frac{y^2}{x^4}\right) = \frac{1}{x^2 \cdot y^2}. \text{ Răspuns B.}$$

10. Din $3(x-1) = (x-1)(x+1)$ rezultă $x=1$ sau $x=2$, deci $S = \{1; 2\}$. Răspuns D.

11. Din teorema lui Pitagora rezultă că: $ip = 6^2 + 8^2$, deci $ip = 10$ cm și atunci

$$h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8 \text{ cm. Răspuns B.}$$

$$12. \sin^2 B + \cos^2 B = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2} \stackrel{\text{TP}}{=} \frac{BC^2}{BC^2} = 1. \text{ Răspuns C.}$$

III.

13. a) De la 9 la 14,30 sunt 5h30'.

2 muncitori..... 5h30'

4 muncitori..... x h

$$\frac{2}{4} = \frac{x}{5h30'} \Rightarrow x = 2h \text{ și } 45 \text{ minute, deci de la ora 8 până la ora 10,45.}$$

b) 2 muncitori execută lucrarea în 5 ore și 30 minute, rezultă că 1 muncitor o execută în 11 ore.

$$14. \text{ a) } f(x) = g(x); 0,5x - 2 = -2x + 3; x\left(\frac{1}{2} + 2\right) = 5;$$

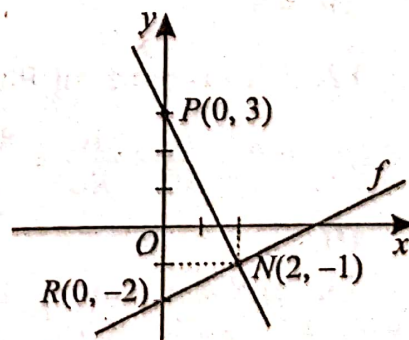
$$x \cdot \frac{5}{2} = 5 \Rightarrow x = 2.$$

$$\text{b) } f(0) = -2 \Rightarrow M(0; -2); f(2) = -1 \Rightarrow N(2; -1)$$

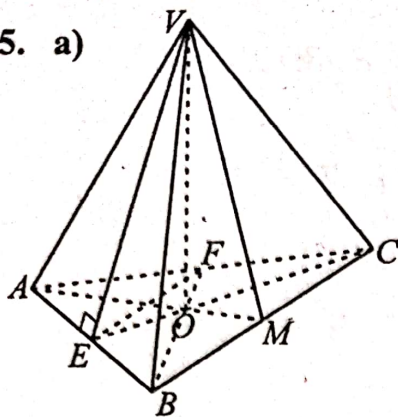
$$g(0) = 3 \Rightarrow P(0; 3); g(2) = -1 \Rightarrow N(2; -1).$$

$$\text{c) } RN = \sqrt{1^2 + 4} = \sqrt{5}; PR = 5; PN = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5}.$$

Observăm că $PN^2 + RN^2 = PR^2 \stackrel{\text{RTP}}{\Rightarrow} PN \perp RN$, deci $d(P; G_f) = PN = 2\sqrt{5}u$.



15. a)



$$b) OA = 4\sqrt{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{AB\sqrt{3}}{3} \Rightarrow AB = 12 \text{ cm.}$$

$$c) \text{ Fie } EF \parallel BC \Rightarrow VE = VF = 8 \text{ cm;}$$

$\angle(VF; BC) \equiv \angle VEF$. În $\triangle VAE$: $m(\widehat{E}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} VE = 8 \text{ cm} = VF$, iar $EF = 6 \text{ cm}$ pentru că e linie mijlocie în $\triangle ABC$.

$$\text{Fie } EF \cap AO = \{P\}; VP \perp EF \stackrel{TP}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow VP = \sqrt{VE^2 - EP^2}, \text{ deci } VP = \sqrt{55} \text{ cm.}$$

$$A_{VEF} = \frac{VP \cdot EF}{2} = \frac{VE \cdot EF \cdot \sin \widehat{VEF}}{2} \Rightarrow \sqrt{55} \cdot 6 = 8 \cdot 6 \sin \widehat{VEF} \Rightarrow \sin \widehat{VEF} = \frac{\sqrt{55}}{8}.$$

$$d) P_{MBC} = MB + MC + BC.$$

$\triangle MAB \equiv \triangle MAC$ (L.U.L.) $\Rightarrow MB = MC$, deci $P_{MBC} = 2MB + 12$ minim când MB minim, adică $BM \perp AV$.

$$A_{AVB} = \frac{MB \cdot AV}{2} = \frac{VE \cdot AB}{2} \Rightarrow MB \cdot 10 = 8 \cdot 12 \Rightarrow MB = 9,6 \text{ cm, deci } P_{\min} = 31,2 \text{ cm.}$$

Varianta 48

I.

$$1. 9. \quad 2. 1,62. \quad 3. \frac{3}{10}. \quad 4. \sqrt{2}. \quad 5. 4\sqrt{2}. \quad 6. 24. \quad 7. 90. \quad 8. 288.$$

II.

9. $a = -\frac{3}{4}; b = -\frac{5}{6}; c = -\frac{7}{8}$. Cum $[4; 6; 8] = 24$, rezultă $a = -\frac{18}{24}; b = -\frac{20}{24}; c = -\frac{21}{24}$, adică $a \geq b \geq c$. Răspuns D.

$$10. f(\sqrt{3}-1) = 2(\sqrt{3}-1) - 2(\sqrt{3}-1) = 0. \text{ Răspuns B.}$$

11. $5^2 + 12^2 = 13^2 \stackrel{RTP}{\Rightarrow}$ triunghiul este dreptunghic, deci $A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30 \text{ cm}^2$. Răspuns A.

12. Din teorema lui Pitagora rezultă $AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}$, deci

$$\sin B + \operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} + \frac{AC}{AB} = \frac{8}{10} + \frac{8}{6} = \frac{32}{5}. \text{ Răspuns A.}$$

III.

13. a) Notăm cu x, y, z cele trei depozite: $x + y + z = 600$; $x - 20 - 25 = y + 20 = z + 25$; $y = z + 5$. Cu 5 tone.

b) $x = z + 70$; $z + 70 + z + 5 + z = 600$; $3z + 75 = 600$; $3z = 525$; obținem $z = 175t$, $x = 245t$, $y = 180t$.



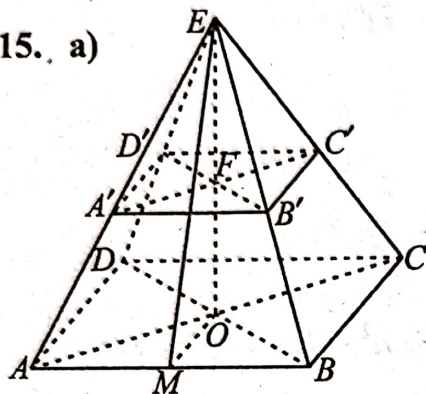
$$14. a) E(x) = \left(\frac{2}{x-2} + \frac{x}{x+2} \right) \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{x^2+4} = \frac{2x+4+x^2-2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+1)(x-2)}{x^2+4} = \frac{x+1}{x+2}.$$

$$b) \frac{a+1}{a+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{a+2-1}{a+2} = 1 - \frac{1}{a+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{1}{a+2} \in \mathbb{Z}. \text{ Obținem } a+2 \in \{\pm 1\},$$

adică $a \in \{-1; -3\}$; dar $a \neq -1$, deci $a = -3$.

$$c) 2 \cdot \frac{x+1}{x+2} + \frac{1}{2} = 3 \Rightarrow \frac{2x+2}{x+2} = \frac{5}{2} \Rightarrow 4x+4 = 5x+10 \Rightarrow x = -6.$$

15. a)



b) $\triangle AEC$ isoscel și $EO \perp AC$ rezultă $m(\widehat{EAO}) = 30^\circ$, deci $EO = \frac{AE}{2} = 2$ cm.

c) Fie M mijlocul laturii AB .

În $\triangle AEO$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} AO^2 = AE^2 - EO^2$,
 rezultă $AO = 2\sqrt{3}$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm, $AB = 2\sqrt{6}$ cm,
 $MO = \sqrt{6}$ cm.

În $\triangle EOM$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} ME^2 = EO^2 + OM^2$, de unde $ME = \sqrt{10}$ cm.

$$A_{tot} = A_{lat} + A_b = \frac{P_b \cdot a_p}{2} + A_b = \frac{8\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}}{2} + 24 \Rightarrow A_{tot} = 8(\sqrt{15} + 3) \text{ cm}^2.$$

d) Planul taie muchiile laterale în A', B', C', D' . Dacă $\frac{EF}{EO} = \frac{A'B'}{AB} = k$, rezultă $EF = 2k$ și $A'B' = 2k\sqrt{6}$.

$$Vol_{\text{piramidă mică}} = \frac{A'B'^2 \cdot EF}{3} \Rightarrow 2 = \frac{4k^2 \cdot 6 \cdot 2k}{3} \Rightarrow k^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow k = \frac{1}{2}, \text{ deci } EF = 1 \text{ cm}.$$

Varianța 49

I.

$$1. 63. \quad 2. 24. \quad 3. \frac{5}{6}. \quad 4. 16. \quad 5. 6. \quad 6. 16. \quad 7. 36. \quad 8. 150.$$

II.

$$9. \quad 2(x-1) = 12 \Rightarrow x-1 = 6 \Rightarrow x = 7. \text{ Răspuns D.}$$

$$10. \quad f(m) = m + 11 \Rightarrow 3m - 1 = m + 11 \Rightarrow 2m = 12 \Rightarrow m = 6. \text{ Răspuns C.}$$

$$11. \quad BC = 10 + 40 = 50 \text{ cm. Prin teorema înălțimii, } AD = \sqrt{10 \cdot 40} = 20 \text{ cm.}$$

$$A_\Delta = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{50 \cdot 20}{2} = 500 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns A.}$$

$$12. \quad A_{\text{paralelogram}} = AB \cdot DE, \text{ unde } DE \text{ este distanța de la } D \text{ la } AB; \text{ rezultă } 56 = 7 \cdot DE, \text{ deci } DE = 8 \text{ cm. Răspuns B.}$$

III.

13. a) A are 2008 termeni impari. Dar suma a două numere impare este număr par, rezultă că sunt 1004 termeni pari, deci A par.

b) $A = (3^0 + 3^1 + 3^2 + 3^3) + \dots + (3^{2004} + 3^{2005} + 3^{2006} + 3^{2007})$.

$A = 40(1 + 3^4 + \dots + 3^{2004}) : 10$. Pentru că A are 2008 termeni, $2008 : 4 = 501$, deci termenii sumei A se pot grupa în grupe de câte 4 termeni.

$$14. a) E(x) = \left(\frac{5}{x-2} + \frac{2}{x+2} - \frac{6}{(x-2)(x+2)} \right) : \frac{x^2 + 4 + x^2 - 4}{(x-2)(x+2)} =$$

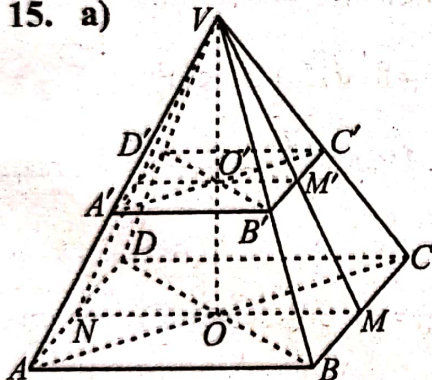
$$= \frac{5(x+2) + 2(x-2) - 6}{2x^2} = \frac{7x}{2x^2} = \frac{7}{2x}.$$

$$b) x = \frac{\sqrt{5} + 1 - \sqrt{5} + 1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow E\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2} : \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \cdot 2 = 7.$$

$$c) \frac{7}{2a} = \frac{a}{2} + 3 \Rightarrow 7 = a^2 + 6a \Rightarrow a^2 + 6a - 7 = 0 \Rightarrow a^2 + 7a - a - 7 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (a+7)(a-1) = 0 \Rightarrow a \in \{1; -7\}.$$

15. a)



b) $MM' = 9$, unde M este mijlocul lui $[BC]$ și M' este mijlocul lui $[B'C']$.

V vârful piramidei din care provine trunchiul și $VO \perp (ABC)$ și $VO' \perp (A'B'C')$, rezultă $OO' = h_r$.

În trapezul $O'M'MO$ ducem $M'E \perp OM$ și atunci

$$EM = OM - O'M', \text{ adică } EM = \frac{16}{2} - \frac{4}{2} = 6 \text{ cm.}$$

$$\text{În } \triangle M'EM: m(\widehat{E}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} M'M^2 = EM^2 + M'E^2,$$

$$\text{deci } M'E = 3\sqrt{5} \text{ cm și } OO' = 3\sqrt{5} \text{ cm.}$$

$$c) \frac{VO'}{VO} = \frac{A'B'}{AB} \Rightarrow \frac{VO - 3\sqrt{5}}{VO} = \frac{1}{4} \Rightarrow VO = 4\sqrt{5} \text{ cm.}$$

$$Vol_{pir} = \frac{A_b \cdot h_{pir}}{3} = \frac{16^2 \cdot 4\sqrt{5}}{3} = \frac{1024\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3.$$

$$d) \{V\} \in (VAD) \cap (VBC) \Rightarrow (VAD) \cap (VBC) = d; \text{ dar } BC \parallel AD \Rightarrow d \parallel BC.$$

Fie N mijlocul laturii AD . Atunci M, O, N coliniare și $VN \perp AD$, deci $VM \perp d$ și $VN \perp d$, rezultă $\sphericalangle((VAD), (VBC)) \equiv \sphericalangle MVN$.

$$\frac{VM'}{VM} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{VM - 9}{VM} = \frac{1}{4} \Rightarrow VM = 12 \text{ cm.}$$

$$A_{VMN} = \frac{VO \cdot MN}{2} = \frac{VM^2 \sin \widehat{MVN}}{2} \Rightarrow 4\sqrt{5} \cdot 16 = 144 \cdot \sin \widehat{MVN} \Rightarrow \sin \widehat{MVN} = \frac{4\sqrt{5}}{9}.$$

Varianta 50

I.

1. 18. 2. 18. 3. 200. 4. 16. 5. 28. 6. 2. 7. 294. 8. 27.

II.

9. $A = \{11; 12; 13; \dots; 30\}$, deci A are $30 - 10 = 20$ elemente. *Răspuns D.*

10. $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{3 \pm 7}{2} \Rightarrow x \in \{-2; 5\}$. *Răspuns D.*

11. $AB + AM + MB \Rightarrow AB = 3MB + MB = 4MB \Rightarrow 12 = 4MB$, deci $MB = 3$ cm și atunci $AM = 12 - 3 = 9$ cm. *Răspuns A.*

12. $\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$. *Răspuns C.*

III.

13. a) În prima zi: x pagini; în a II-a zi: $x + 5$ pagini; ...; în a V-a zi: $x + 20$ pagini. Atunci $x + (x + 5) + (x + 10) + (x + 15) + (x + 20) = 375$, deci $x = 65$ pagini.

b) În prima zi: x pagini; în a II-a zi: $2x$ pagini; în a III-a zi: $4x$ pagini; în a IV-a zi: $8x$ pagini. Obținem $x + 2x + 4x + 8x = 375$, deci $x = 25$ pagini. Atunci:

I zi: 25 pagini; a II-a zi: 50 pagini; a III-a zi: 100 pagini; a IV-a zi: 200 pagini.

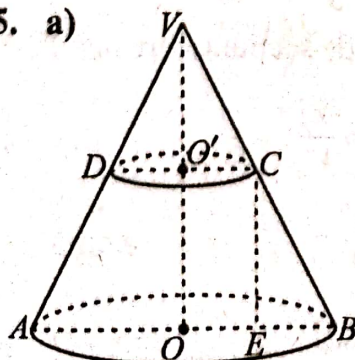
14. a) $(x + 3)(x - 2) = x^2 + 3x - 2x - 6 = x^2 + x - 6 = x(x + 1) - 6$.

$$\begin{aligned} \text{b) } E(x) &= \left(\frac{1}{x+2} + \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x-2} \right) \cdot \frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+3)} = \\ &= \frac{x-2+x+1-x-2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{x-3} = \frac{x-3}{x+2} \cdot \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x+2}. \end{aligned}$$

$$\text{c) } |E(2\sqrt{5})| = \frac{1}{2\sqrt{5}+2} \text{ și } |E(-2\sqrt{5})| = \frac{1}{2\sqrt{5}-2};$$

$$m_g = \sqrt{\frac{1}{(2\sqrt{5}+2)(2\sqrt{5}-2)}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 5 - 2^2}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}.$$

15. a)



$$\text{b) } A_{lat} = \pi g(R + r).$$

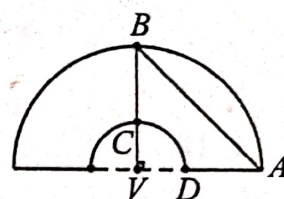
Fie $CE \perp AB$; atunci $EB = R - r = 4$ cm.

Dar $m(\widehat{CBE}) = 60^\circ \Rightarrow m(\widehat{BCE}) = 30^\circ$, de unde $BC = 8$ cm și deci $A_{lat} = 96\pi \text{ cm}^2$.

$$\text{c) În } \triangle CEB: m(\widehat{E}) = 90^\circ \Rightarrow CE = 4\sqrt{3} = OO'.$$

$$Vol = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = \frac{448\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3.$$

d) $\triangle VAB$ este echilateral (V este vârful conului din care provine trunchiul) deci unghiul sectorului după care se desfășoară: $\frac{u^\circ \pi G}{180^\circ} = 2\pi R \Rightarrow \frac{u^\circ \pi \cdot 16}{180^\circ} = 16\pi \Rightarrow u^\circ = 180^\circ$, unde $G = 6$ este generatoarea conului.



Desfășurat, trunchiul de con reprezintă două semicercuri concentrice. $\triangle AVB$ este dreptunghic isoscel de catetă 16, deci $AB = 16\sqrt{2}$ cm.

Varianta 51

I.

1. 5. 2. 756. 3. 10. 4. 0. 5. 5. 6. $5\sqrt{3}$. 7. 60. 8. 5.

II.

9. $E(\sqrt{2}+1) + E(1-\sqrt{2}) = \frac{3-\sqrt{2}-1+3-1+\sqrt{2}}{2} = \frac{4}{2} = 2$. Răspuns C.

10. $7(x+1) = 7 \Rightarrow x+1 = 1 \Rightarrow x = 0$. Răspuns B.

11. $\triangle ADB$ isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle DAB) = m(\sphericalangle DBA) = 45^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle ADB) = 90^\circ$. Răspuns C.

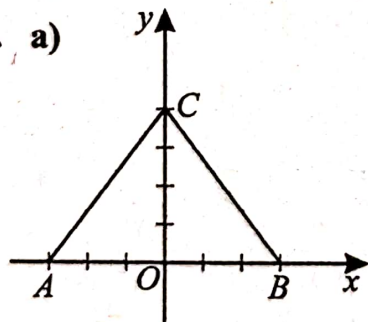
12. $2\pi R = 36\pi \Rightarrow R = 18$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) $1 \cdot 3 + 5(c-1)$ este numărul total de mere, unde c este numărul copiilor. De asemenea, și $4 \cdot c + 11$ este numărul total de mere. Din $3 + 5c - 5 = 4c + 11$ rezultă $c = 13$ copii.

b) numărul de mere este: $3 + 5 \cdot 12 = 63$ mere.

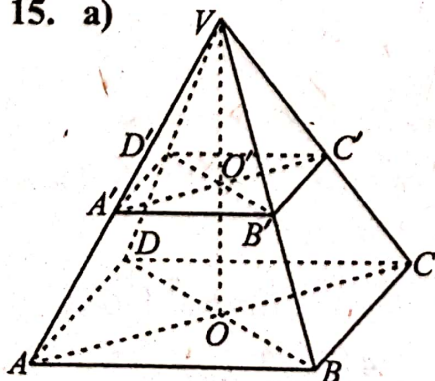
14. a)



b) Prin teorema lui Pitagora obținem $AC = BC = 5$. Cum $AB = 6$, rezultă $P_{ABC} = 16$.

c) $f(-3) = 0 \Rightarrow -3a + b = 0$; $f(0) = 4 \Rightarrow b = 4$;
 $a = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}x + 4$.

15. a)



b) $Vol_{pir} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{100 \cdot 12}{3} = 400$ cm³.

c) Fie $A'B'C'D'$ planul de secțiune care taie VO în O' .

$$\frac{V_m}{V_r} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{V_m}{V_M - V_m} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{V_m}{V_M} = \frac{1}{8};$$

$$\frac{A'B'^2 \cdot VO'}{AB^2 \cdot VO} = \frac{1}{8}, \text{ dar } \frac{VO'}{VO} = \frac{A'B'}{AB} = k, \text{ rezultă}$$

$$k^3 = \frac{1}{8}, \text{ adică } k = \frac{1}{2}. \text{ Așadar } \frac{VO'}{12} = \frac{1}{2}, \text{ deci } VO' = 6 \text{ cm.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } BO \perp AC \\ BO \perp VO \end{array} \right\} \Rightarrow BO \perp (VAC) \quad \left. \begin{array}{l} OP \perp VA \\ OP, VA \subset (VAC) \end{array} \right\} \stackrel{\text{T3P}}{\Rightarrow} BP \perp VA$$

$$VA = (VAB) \cap (VAC) \Rightarrow \sphericalangle((VAB); (VAC)) \equiv \sphericalangle OPB.$$

$$\operatorname{tg} \widehat{OPB} = \frac{OB}{OP} = \frac{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{97}}{60} = \frac{\sqrt{194}}{12}.$$

$$VA^2 = OA^2 + VO^2 \Rightarrow VA = \sqrt{194} \text{ cm}; \quad OA = OB = 5\sqrt{2} \text{ cm};$$

$$\text{În } \triangle VOA \text{ cu } m(\widehat{O}) = 90^\circ: OP = \frac{OV \cdot OA}{AV} = \frac{12 \cdot 5\sqrt{2}}{\sqrt{194}} = \frac{60}{\sqrt{97}}$$

Varianta 52

I.

1. 1. 2. 0,6. 3. 7. 4. 6. 5. {5}. 6. 9. 7. 12. 8. 972.

II.

9. Numere iraționale sunt $\sqrt{3}$ și $4\sqrt{2}$ și mulțimea A are 6 elemente; $P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

Răspuns C.

10. $3x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x \in \{\pm\sqrt{2}\}$. Răspuns D.

11. $\sphericalangle EDB \equiv \sphericalangle DBC$ (alterne interne), dar $\sphericalangle DBC \equiv \sphericalangle EBD$, rezultă $\sphericalangle EBD \equiv \sphericalangle EDB$; deci $\triangle BED$ isoscel și atunci $BE = 8$ cm. Răspuns B.

12. $P_{\text{pătrat}} = 4l = 64 \text{ cm} \Rightarrow l = 16 \text{ cm}$, rezultă că diagonala este egală cu $l\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$ cm.

Răspuns C.

III.

13. a) $x + y = 48$; $x = 3y + 4$ cu $4 < y$, rezultă $3y + 4 + y = 48$, de unde $y = 11$ și $x = 37$.

b) Din $(x, y) = 6$ rezultă $x = 6a$ și $y = 6b$, cu a și b prime între ele.

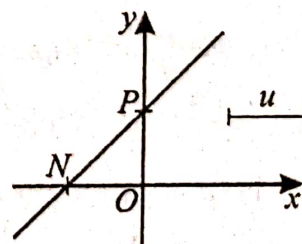
$$6a + 6b = 48 \Rightarrow a + b = 8.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 1 \text{ și } b = 7 \Rightarrow x = 6 \text{ și } y = 42 \\ a = 3 \text{ și } b = 5 \Rightarrow x = 18 \text{ și } y = 30 \end{array} \right\} \text{ deci numerele pot fi } (6 \text{ și } 42) \text{ sau } (18 \text{ și } 30).$$

14. a) $f(0) = 1 \Rightarrow P(0; 1)$ și $f(-1) = 0 \Rightarrow N(-1, 0)$,

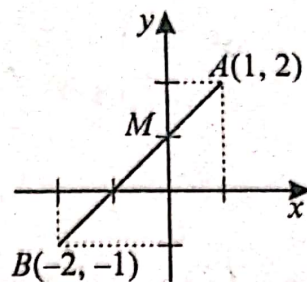
deci $G_f = PN$

b) $N = 2007 + 2[(0 + 1) + (1 + 1) + (2 + 1) + \dots + (2005 + 1)] = 2007 + 2 \cdot [1 + 2 + \dots + 2005 + 2006] =$
 $= 2007 + 2006 \cdot 2007 = 2007(1 + 2006) = 2007^2$, pătrat perfect.

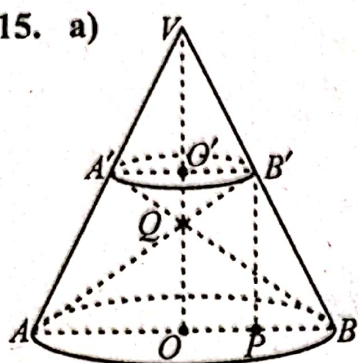


c) Observăm că $f(1) = 2$ și $f(-2) = -1$, deci $A \in G_f$ și $B \in G_f$.

$MA + MB$ minimă atunci când $M \in AB$, adică $M \in G_f$ și $M(0; f(0))$, adică $M(0; 1)$.



15. a)



b) Fie $A'B \cap AB' = \{Q\}$.

Din $\triangle AQB$ dreptunghic

isoscel și QO mediană rezultă $QO = \frac{AB}{2} = 9$ cm.

Din $\triangle A'QB'$ dreptunghic isoscel și QO' mediană rezultă

$$QO' = \frac{A'B'}{2} = 3 \text{ cm, deci } OO' = 12 \text{ cm.}$$

Fie $B'P \perp AB$, deci $B'P = 12$ cm și $PB = 9 - 3 = 6$ cm.

În $\triangle BPP'$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow B'B = \sqrt{B'P^2 + PB^2}$, de unde $B'B = 6\sqrt{5}$ cm.

$$c) A_{B'QB} = A_{AB'B} - A_{AQB} = \frac{B'P \cdot AB}{2} - \frac{QO \cdot AB}{2} = \frac{12 \cdot 18}{2} - \frac{9 \cdot 18}{2} \Rightarrow A_{B'QB} = 27 \text{ cm}^2.$$

$$d) A_{VAB} = \frac{VO \cdot AB}{2} = \frac{VA^2 \cdot \sin \widehat{AVB}}{2}$$

$$\frac{VA'}{VA} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{VO'}{VO} \Rightarrow \frac{VA - 6\sqrt{5}}{VA} = \frac{1}{3} = \frac{VO - 12}{VO} \Rightarrow 3VA - 18\sqrt{5} = VA \Rightarrow VA = 9\sqrt{5} \text{ cm;}$$

din $VO = 3VO - 36$ rezultă $VO = 18$. Deci $\sin \widehat{AVB} = \frac{4}{5}$.

Varianta 53

I.

1. 10. 2. 14. 3. $\frac{7}{2}$. 4. 10. 5. 2000. 6. 100. 7. 3. 8. 75.

II.

$$9. \begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 6x + 3y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 33 \\ 2x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow S = \{(3; 2)\}. \text{ Răspuns D.}$$

10. $\emptyset$; A ; $\{2\}$; $\{3\}$; $\{4\}$; $\{2; 3\}$; $\{2; 4\}$; $\{3; 4\}$, deci 8 submulțimi. Răspuns C.

11. Mediana împarte un triunghi în două suprafețe care au arii egale, deci

$$A_{AMB} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns B.}$$

12. $P^2 = 81 \Rightarrow l = 9$ cm, rezultă $P_{\text{pătrat}} = 4l = 4 \cdot 9 = 36$ cm. Răspuns B.

III.

13. a) $x = 60\%y \Rightarrow x = \frac{3}{5}y \Rightarrow 5x = 3y$, deci $\{x; y\}$ invers proporționale cu $\{5; 3\}$.

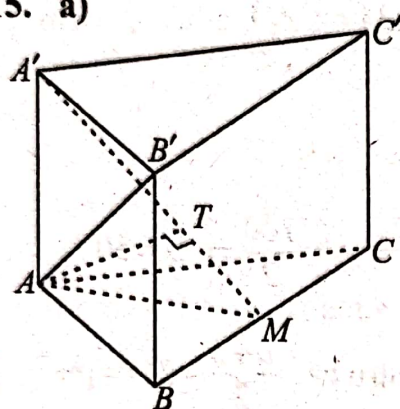
b) $2x + 5y = 310 \Rightarrow \frac{6}{5}y + 5y = 310$, de unde $y = 50$ și $x = 30$.

14. a) $E(1) = 1 - 2 + 2 - 2 + 1 = 0$.

b) $N = x^4 - 2x^3 + x^2 = x^2(x^2 - 2x + 1) = x^2(x - 1)^2$; din $x^2 \geq 0$ și $(x - 1)^2 \geq 0$ obținem $N \geq 0$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{n^4 - 2n^3 + 2n^2 - 2n + 1}{n^3 + n - n^2 - 1} &= \frac{(n^4 - 2n^3 + n^2) + (n^2 - 2n + 1)}{n(n^2 + 1) - 1(n^2 + 1)} = \\ &= \frac{n^2(n^2 - 2n + 1) + (n^2 - 2n + 1)}{(n^2 + 1)(n - 1)} = \frac{(n - 1)^2(n^2 + 1)}{(n^2 + 1)(n - 1)} = n - 1 \in \mathbb{N}, \text{ pentru orice } n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1. \end{aligned}$$

15. a)



$$\text{b) } A_{\text{tot}} = A_{\text{lat}} + 2A_b = P_b \cdot h + 2A_b =$$

$$= 3 \cdot 24 \cdot 12 + 2 \cdot \frac{24^2 \sqrt{3}}{4} = 288(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2.$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ AM \perp BC \\ AM, BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{T3P}} A'M \perp BC,$$

deci $BC \perp (A'AM)$

Ducem $AT \perp A'M$ cu $T \in A'M$, adică $AT \subset (A'AM)$ } $\Rightarrow$

$\Rightarrow BC \perp AT$; dar $AT \perp A'M$, rezultă $AT \perp (A'BC)$ și atunci $d(A; (A'BC)) = AT$.

$$\text{În } \triangle A'AM: m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{TP}} A'M^2 = A'A^2 + AM^2, \text{ deci } A'M^2 = 144 + \left(\frac{24\sqrt{3}}{2}\right)^2,$$

$$A'M = 24 \text{ cm}; AT = \frac{A'A \cdot AM}{A'M} = \frac{12 \cdot 12\sqrt{3}}{24} \text{ cm, rezultă } d(A; (A'BC)) = 6\sqrt{3} \text{ cm.}$$

d) Prelungim AC cu $FA = AC$ și $A'C'$ cu $EA' = A'C'$; obținem $EA \parallel A'C$, deci $\sphericalangle(A'C; AB') \equiv \sphericalangle EAB'$.

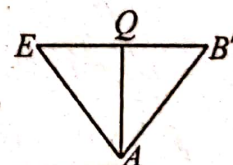
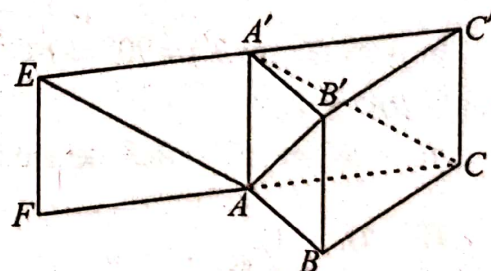
$$\text{În } \triangle AB'A': m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{TP}} AB'^2 = A'A^2 + A'B'^2, \\ \text{de unde } AB' = 12\sqrt{5} \text{ cm} = EA.$$

Deoarece $A'E = A'C' = A'B'$ rezultă $\triangle EB'C'$ dreptunghic în B' , deci $EB' = 24\sqrt{3} \text{ cm}$.

$$A_{EAB'} = \frac{AQ \cdot EB'}{2} = \frac{EA^2 \cdot \sin \widehat{EAB'}}{2}.$$

$$\text{În } \triangle EAQ: m(\hat{Q}) = 90^\circ \xrightarrow{\text{TP}} AQ^2 = EA^2 - EQ^2, \text{ deci } AQ = 12\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$12\sqrt{2} \cdot 24\sqrt{3} = 144 \cdot 5 \sin \widehat{EAB'} \Rightarrow \sin \widehat{EAB'} = \frac{2\sqrt{6}}{5}.$$



Varianta 54

I.

1. 18. 2. 4. 3. -7. 4. 10000. 5. 21. 6. 5. 7. 125. 8. 24.

II.

9. $x = 3y, z = 6y \Rightarrow \frac{x}{z} = \frac{3y}{6y} = \frac{1}{2} = 0,5$. Răspuns A.

10. $x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + 4 - 1 = (x - 2)^2 - 1 = (x - 2 - 1)(x - 2 + 1) = (x - 3)(x - 1)$; obținem $a = -3$; $b = -1$, deci $a + b = -4$. Răspuns D.

11. $\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 1 + 3 = 4$. Răspuns D.

12. $AB \parallel CD$, deci distanța de la M la AB esre egală cu AD , adică $\sqrt{3}$ cm.

$$A_{\triangle AMB} = \frac{AB \cdot AD}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns B.}$$

III.

13. a) $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} \Rightarrow a = 2b$; $p\% \cdot a = b \Rightarrow p\% \cdot 2b = b \Rightarrow p = \frac{100}{2} \Rightarrow p = 50$.

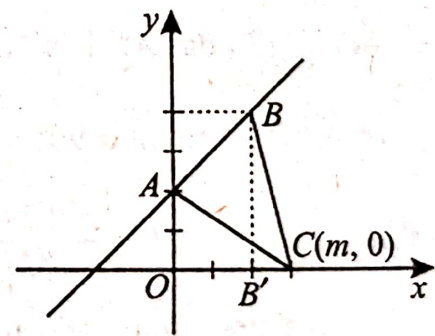
Deci b reprezintă 50% din a .

b) $\frac{a}{4} = \frac{b}{2} = \frac{a+b}{6} = \frac{48}{6} = 8 \Rightarrow a = 32$ și $b = 16$ (pentru că $\frac{a+b}{2} = 24 \Rightarrow a+b=48$).

14. a) $f(-3) \cdot f(-7) = -1 \cdot (-5) = 5$.

b) $f(0) = 2 \Rightarrow A(0; 2)$; $f(2) = 4 \Rightarrow B(2; 4)$.

c) $C(m; 0)$.

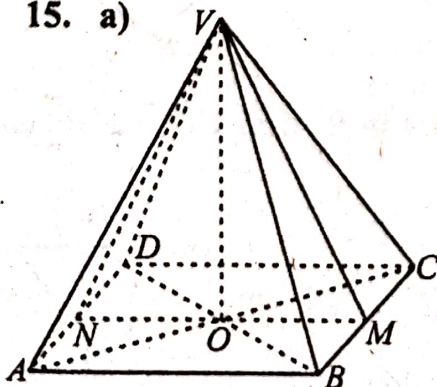


În $\triangle AOC$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} AC^2 = AO^2 + OC^2$, deci $AC^2 = 4 + m^2$.

În $\triangle BB'C$: $m(\hat{B'}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} BC^2 = 16 + (m-2)^2$, unde $BB' \perp Ox$.

$AC = BC \Rightarrow AC^2 = BC^2$, de unde $4 + m^2 = 16 + m^2 - 4m + 4$; obținem $m = 4$, deci $C(4; 0)$.

15. a)



b) $\triangle ABM \equiv \triangle VOM$ (CC)

Din $AB = VO$ (ip), $OM = BM = \frac{AB}{2}$ rezultă $VM = AM$, deci $\triangle VMA$ isoscel.

c) În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} VM^2 = VO^2 + OM^2 \Rightarrow VM^2 = AB^2 + \frac{AB^2}{4}$. Obținem $AB^2 = 64$, de unde $AB = VO = 8$ cm. $Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{64 \cdot 8}{3} = \frac{512}{3} \text{ cm}^3$.

d) Din $AD \parallel BC$ și $BC \subset (VBC)$ rezultă $AD \parallel (VBC)$, deci $d(A; (VBC)) = d(N; (VBC))$, unde N este mijlocul laturii AD .

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp MN \text{ și } BC \perp VM \Rightarrow BC \perp (VMN) \\ \text{Ducem } NT \perp VM \text{ cu } T \in VM \Rightarrow NT \subset (VMN) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp NT;$$

Din $NT \perp BC$ și $NT \perp VM$ rezultă $NT \perp (VBC)$, deci $d(N; (VBC)) = NT$;

$$\text{Din } A_{VMN} = \frac{VO \cdot MN}{2} = \frac{NT \cdot VM}{2} \text{ rezultă } 8 \cdot 8 = NT \cdot 4\sqrt{5}, \text{ adică } NT = \frac{16\sqrt{5}}{5} \text{ cm.}$$

Varianta 55

I.

1. 29. 2. $\frac{5}{8}$. 3. 0,75. 4. 160. 5. 53. 6. 5. 7. 30. 8. $16\sqrt{3}$.

II.

9. $10x - 3 = 2x \Rightarrow 8x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{8}$. Răspuns B.

10. Dacă $m - 2 = 3$, atunci $m = 5$, deci $A = \{3; 6\} = B$. Dacă $m + 1 = 6$, atunci $m = 5$. Răspuns D.

11. Raza cercului circumscris unui hexagon regulat este egală cu latura lui, adică 8 cm; $P_{\text{hexag. reg.}} = 6l = 6 \cdot 8 = 48$ cm. Răspuns D.

12. Aria noului pătrat este: $(2l)^2 = 4l^2 = 4 \cdot 15 = 60$ m². Răspuns C.

III.

13. a) $\text{media} = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 9 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 5 \cdot 6 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 4}{2 + 3 + 6 + 6 + 5 + 1 + 2} = 7,20$.

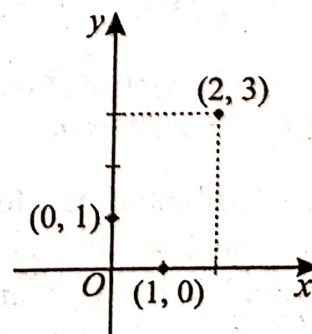
b) $\frac{172 + x + y}{25} > 7,6$ unde x și y sunt notele celor doi elevi care au luat nota 4, rezultă $x + y > 18$, cu soluțiile $(x = 9, y = 10)$ sau $(x = 10, y = 10)$.

14. a) $f(23) + f(24) = -1 + 23 + 1 + 24 = 47$.

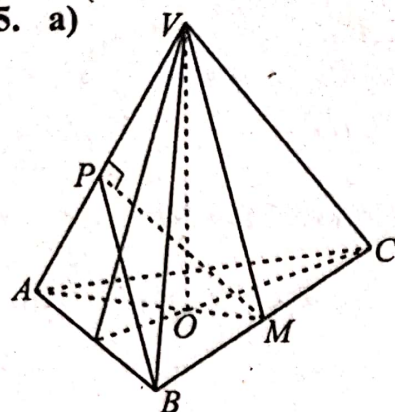
b) $s = (-1 + 13) + (1 + 14) + (-1 + 15) + (1 + 16) + \dots + (-1 + 47) + (1 + 48)$; avem $48 - 12 = 36$ termeni și, cum $(-1 + 1) \cdot 18 = 0$, rezultă

$$s = 13 + 14 + 15 + \dots + 48 = \frac{48 \cdot 49}{2} - \frac{12 \cdot 13}{2} = 1098.$$

c) $f(0) = 1$; $f(1) = 0$; $f(2) = 3$.



15. a)



b) Fie $VO \perp (ABC)$; atunci $AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{24\sqrt{3}}{2}$, deci

$$AO = 8\sqrt{3} \text{ cm.}$$

În $\triangle AVO$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} VO^2 = AV^2 - AO^2$, deci
 $VO = 4\sqrt{33} \text{ cm.}$

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{24^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4\sqrt{33}}{3} = 576\sqrt{11} \text{ cm}^3.$$

c) $A_{VAM} = \frac{VO \cdot AM}{2} = \frac{MP \cdot AV}{2}$, unde $MP \perp AV$,

$$P \in AV; \text{ din } \frac{4\sqrt{33} \cdot 24\sqrt{3}}{2} = MP \cdot 12\sqrt{5} \text{ rezultă } MP = \frac{12\sqrt{55}}{5} \text{ cm.}$$

d) $\left. \begin{array}{l} VO \perp (ABC) \\ BC \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow VO \perp BC, \text{ dar } BC \perp AM \Rightarrow BM \perp (VAM)$
 $\left. \begin{array}{l} MP \perp AV \\ MP, AV \subset (AVM) \end{array} \right\} \xRightarrow{TP} \Rightarrow BP \perp AV$

$$\left. \begin{array}{l} (AVM) \cap (AVB) = AV \\ BP \perp AV \\ MP \perp AV \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((AVM); (AVB)) \equiv \sphericalangle BPM;$$

$$\text{tg} \sphericalangle BPM = \frac{BM}{PM} = \frac{12 \cdot 5}{12\sqrt{55}} = \frac{\sqrt{55}}{11}.$$

Varianta 56

I.

1. 6. 2. 18. 3. $\frac{5}{2}$. 4. 2000. 5. 120. 6. 180. 7. 48. 8. 3.

II.

9. $E(x) = |-1 - 1| + |3 + 1| - 2 = 2 + 4 - 2 = 4$. Răspuns C.

10. Dacă p este prim, atunci p^2 are numai trei divizori naturali: $1; p; p^2 \Rightarrow 1 + p + p^2 = 31$;
 $p(p + 1) = 30 \Rightarrow p = 5$, deci $n = p^2 = 25$. Răspuns B.

11. Rombul este format din două triunghiuri isoscele, fiecare având un unghi de 60° , deci rombul este format din două triunghiuri echilaterale și atunci latura rombului este de 2 cm; $P_{\text{romb}} = 4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}$. Răspuns D.

12. MN linie mijlocie în triunghiul ABC , rezultă $AB = 6 \text{ cm}$, deci $A_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Răspuns A.

III.

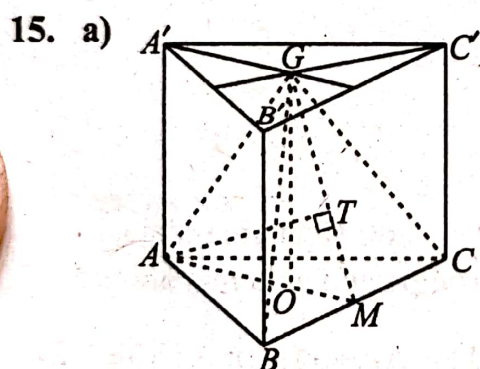
13. a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{5} \Rightarrow a = \frac{2b}{5}$; $p\% \cdot b = a \Rightarrow p\% \cdot b = \frac{2b}{5} \Rightarrow p = \frac{200}{5} \Rightarrow p = 40$, deci a reprezintă 40% din b .

b) Din $3a + b = 44$ și $a = \frac{2b}{5}$ rezultă $\frac{6b}{5} + b = 44$, deci $b = 20$ și atunci $a = 8$.

14. a) $2a^2 - 20 = 20 - 20 = 0$.

b) $x^2 = 3 - \sqrt{5} + 2\sqrt{(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})} + 3 + \sqrt{5} \Rightarrow x^2 = 6 + 2\sqrt{4} = 10$.

c) $x^2 = 10 \Rightarrow x = \sqrt{10}$ sau $x = -\sqrt{10}$; dar $x > 0$, rezultă $x = \sqrt{10}$ și atunci $(\sqrt{10} - x - 1)^{2007} = (-1)^{2007} = -1$.



b) $A_{tot} = A_{lat} + 2A_b$; $48 + 8\sqrt{3} = 48 + 2A_b$;
 $8\sqrt{3} = 2A_b \Rightarrow A_b = 4\sqrt{3}$;

$A_b = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$, rezultă $AB = 4$ cm.

c) $A_{lat} = 48 \Rightarrow 3AB \cdot AA' = 48$, deci $AA' = 4$ cm;
 $Vol = A_b \cdot h = 16\sqrt{3}$ cm³.

d) $\triangle GA'A \equiv \triangle GB'B \equiv \triangle GC'C$ (C.C.) $\Rightarrow GA = GB = GC$; cum $\triangle ABC$ este echilateral rezultă $GABC$ piramidă regulată.

Fie M mijlocul laturii BC ; atunci $BC \perp AM$, $BC \perp GM$, deci $BC \perp (AMG)$. Fie $AT \perp GM$ cu $T \in GM$, rezultă $AT \subset (AGM)$. Atunci $BC \perp AT$ și, cum $AT \perp GM$, rezultă $AT \perp (GCB)$, deci $d(A; (GBC)) = AT$.

Fie $GO \perp (ABC)$; $GO = AA' = 4$ cm.

$$A_{AGM} = \frac{OG \cdot AM}{2} = \frac{AT \cdot GM}{2} \Rightarrow \frac{4 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = \frac{AT \cdot 2\sqrt{39}}{2}$$

$$\text{În } \triangle GOM: m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} GM^2 = GO^2 + OM^2; OM = \frac{1}{3}AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm};$$

$$GM^2 = 16 + \frac{4 \cdot 3}{9} \Rightarrow GM = \frac{2}{3}\sqrt{39} \text{ cm. Deci } AT = \frac{12\sqrt{13}}{13} \text{ cm.}$$

Varianta 57

I.

1. 10. 2. $\frac{2}{3}$. 3. $\sqrt{2}$. 4. $(-\infty; 5)$. 5. 6. 6. 48. 7. 25. 8. 100.

II.

9. $\sqrt{10} \approx 3,1$. Răspuns A.

10. $m = \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 8 \cdot 7 + 1 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 10}{2 + 3 + 1 + 8 + 1 + 3 + 2} = \frac{140}{20} = 7$. Răspuns A.

11. $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} \Rightarrow \frac{8}{24} = \frac{6}{EF} \Rightarrow EF = 18$ cm. Răspuns B.

12. $\frac{u^\circ \pi R^2}{360^\circ} = \frac{30^\circ \pi 6^2}{360^\circ} = 3\pi$ cm². Răspuns D.

III.

13. a) Fie x numărul elevilor școlii.

$70\% + 45\% - 100\% = 15\%$; $15\% x = 42$, rezultă $x = 280$ elevi are școala.

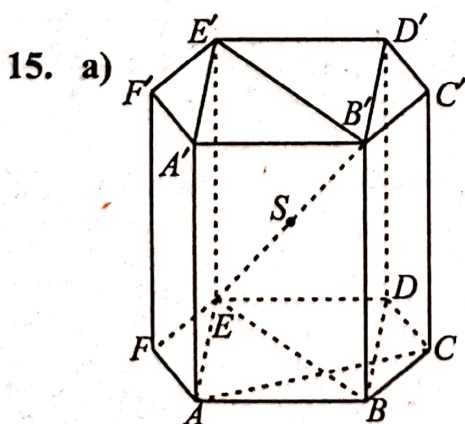
b) $70\% \cdot 280 = 196$; $196 - 42 = 154$ elevi participă numai la matematică.

14. a) $5n^2 - 3n - 2 = 5n^2 - 5n + 2n - 2 = 5n(n-1) + 2(n-1) = (n-1)(5n+2)$.

b) $\frac{(2-5n)(2+5n)}{(n-1)(2+5n)} \cdot \frac{n-1}{2(2-5n)} + \frac{11n+4}{10n+4} = \frac{1}{2} + \frac{11n+4}{2(5n+2)} = \frac{5n+2+11n+4}{2(5n+2)} = \frac{16n+6}{2(5n+2)} = \frac{8n+3}{5n+2}$.

c) Fie $d = (8n+3; 5n+2) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} d \mid 8n+3 \Rightarrow d \mid 40n+15 \\ d \mid 5n+2 \Rightarrow d \mid 40n+16 \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow d \mid 40n+16 - 40n-15 \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$.



b) $A_{lat} = P_b \cdot h = 6 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{3} = 54\sqrt{3}$ cm².

c) Din $AB \parallel E'D'$ și $AB = E'D'$ rezultă $ABD'E'$ paralelogram, deci $AE' \parallel BD'$; dar $BD' \subset (DBB')$, rezultă $AE' \parallel (DBB')$.

d) $E'B'BE$ paralelogram și $E'B \cap EB' = \{S\}$.

$\left. \begin{array}{l} AB \perp AE \text{ (EB diametru)} \\ AB \perp AA' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AB \perp (AEE'A') \\ AE' \subset AEE'A' \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\left. \begin{array}{l} AB \perp AE' \\ \text{Ducem } ST \perp AE' \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} ST \parallel AB \\ S \text{ mijlocul lui } E'B \end{array} \right\} \Rightarrow ST \text{ linie mijlocie în } \triangle E'BA \Rightarrow ST = \frac{AB}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm.}$

Varianta 58

I.

1. 1. 2. 1,(2). 3. 582. 4. $\frac{7}{2}$. 5. 20. 6. 16. 7. 48. 8. 576.

II.

9. $3x + 9y + 4 = 3(x + 3y) + 4 = 3 \cdot 5 + 4 = 19$. Răspuns A.

10. $1 \text{ ar} = 100 \text{ m}^2 \Rightarrow 1200 \text{ m}^2 = 12 \text{ ari}$. Răspuns D.

11. Măsura arcului mic AC este de $360^\circ - 120^\circ - 80^\circ = 160^\circ$. Răspuns B.

12. $\triangle ABC \sim \triangle MNP \Rightarrow \sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle PMN$, dar $m(\sphericalangle BAC) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, rezultă $m(\sphericalangle PMN) = 60^\circ$. Răspuns B.

III.

13. a) $8 \cdot 13 + 7 = 111$ (pentru că $7 \cdot 13 + 7 = 98$).

b) $\overline{abc} = 13k + 7 \Rightarrow \overline{abc} - 7 = 13k$; $(999 - 7) : 13 = 76 \text{ rest } 1$.

deci numerele sunt $13 \cdot 8 + 7 = 111$

$$13 \cdot 9 + 7 = 124$$

$\vdots$

$$13 \cdot 76 + 7 = 995$$

$\Rightarrow 76 - 7 = 69$ numere.

14. a) $F(x) = \frac{x^2(x+1) - 9(x+1)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{(x-3)(x+3)(x+1)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{x+1}{x}$.

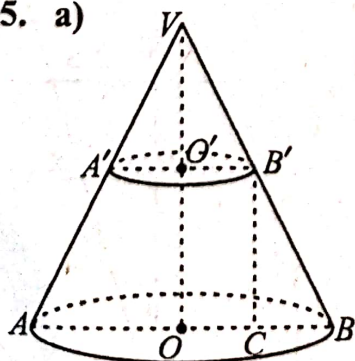
b) $\frac{x+1}{x} = x+1 \Rightarrow (x+1)(1-x) = 0 \Rightarrow x \in \{1; -1\}$.

c) $F(x) = 1 + \frac{1}{x}$;

$$S = 6 + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8};$$

$$S = 6 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} = 6 + \frac{1}{2} - \frac{1}{8}; \quad S = 6 + \frac{3}{8} = \frac{51}{8}.$$

15. a)



b) $r + R = 10$.

Ducem $B'C \perp AB$ și atunci în $\triangle B'BC$ cu $m(\widehat{C}) = 90^\circ$ avem $B'B^2 = B'C^2 + CB^2$ (Teorema lui Pitagora). Obținem $BC = 4 \text{ cm}$ și, cum $BC = R - r$ și $R + r = 10$, rezultă $R = 7 \text{ cm}$.

c) $Vol = \frac{\pi h}{3}(R^2 + r^2 + Rr)$; cum $r = 3 \text{ cm}$, rezultă $Vol = \pi(49 + 9 + 21)$, adică $Vol = 79\pi \text{ cm}^3$.

d) Fie u° unghiul desfășurării. Atunci $\frac{u^\circ \pi G}{180^\circ} = 2\pi R$, unde G este generatoarea conului din care provine trunchiul.

$$\frac{VB'}{VB} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{VB-5}{VB} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7VB-35=3VB \Rightarrow VB = \frac{35}{4}, \text{ deci } \frac{u^\circ \pi \cdot 35}{4 \cdot 180} = 2\pi \cdot 7 \text{ și atunci } u^\circ = 288^\circ.$$

Varianta 59

I.

1. 120. 2. 9. 3. 4. 4. 15. 5. 96. 6. 24. 7. 64. 8. $36\sqrt{3}$.

II.

9. $f(x) = g(x) \Rightarrow -2x + 5 = x + 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$; $f(1) = -2 + 5 = 3$ și atunci $G_f \cap G_g = (1; 3)$. *Răspuns D.*

10. $E(x) = 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 + 4x - 1 = 16x + 8 = 8(2x + 1)$. *Răspuns B.*

11. Prin teorema lui Pitagora obținem $BC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ cm. Mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din aceasta, deci mediana este de 5 cm. *Răspuns C.*

12. Fie O centrul hexagonului regulat, hexagonul regulat este format din 6 triunghiuri echilaterale congruente cu $\triangle OAF$, deci $AE = 2 \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = l\sqrt{3}$ cm. *Răspuns D.*

III.

13. a) Dacă eliminăm pe rând câte un element din mulțimea A rămân de fiecare dată 9 elemente, deci sunt 10 submulțimi.

b) Cu 0 elemente: 1 submulțime $\rightarrow \emptyset$.

Cu 1 element: 10 submulțimi $\rightarrow \{1\}; \{2\}; \dots; \{10\}$.

Cu 2 elemente: $9 + 8 + 7 + \dots + 3 + 2 + 1 = \frac{9 \cdot 10}{2} = 45$ submulțimi $\rightarrow \{1; 2\}; \dots; \{1; 10\}; \{2; 3\}; \dots; \{2; 10\}; \dots; \{9; 10\}$.

În total sunt $1 + 10 + 45 = 56$ submulțimi.

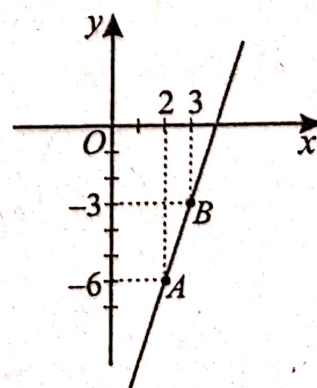
14. a) $1 - 3(-5) = 1 + 15 = 16$, da, este soluție.

b) $A(2; -6)$ pentru că $3 \cdot 2 - y = 12$, deci $y = -6$.

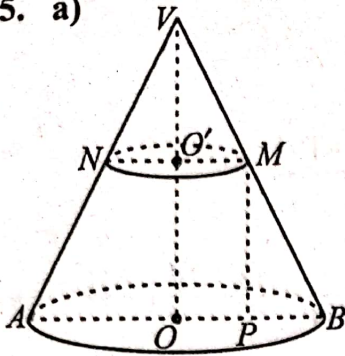
$B(3; -3)$ pentru că $3 \cdot 3 - y = 12$, deci $y = -3$.

$$c) \begin{cases} x - 3y = 16 \\ -9x + 3y = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x = -20 \\ x - 3y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} - 16 = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{9}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ \left(\frac{5}{2}; -\frac{9}{2} \right) \right\}.$$



15. a)



$$b) Vol = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 8\sqrt{3}}{3} = \frac{512\pi\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3, \text{ unde}$$

$$h = VO = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ cm.}$$

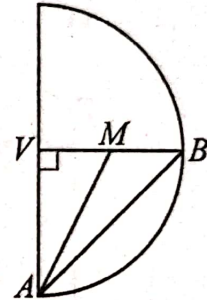
$$c) A_{lat} = \pi g(R + r).$$

M mijlocul laturii VB și $MN \parallel AB$, rezultă MN linie mijlocie. Atunci $MN = 8$ cm, rezultă $r = 4$ cm, iar $g = 8$ cm.
 $A_{lat} = \pi \cdot 8(8 + 4) = 96\pi \text{ cm}^2.$

d) Desfășurăm conul;

Măsura unghiului sectorului care reprezintă desfășurarea conului este: $\frac{u^\circ \pi G}{180^\circ} = 2\pi R \Rightarrow \frac{u^\circ \pi \cdot 16}{180^\circ} = 2\pi \cdot 8 \Rightarrow u^\circ = 180^\circ.$

În $\triangle VAM$: $m(\hat{V}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} AM = \sqrt{16^2 + 8^2}$, deci $AM = 8\sqrt{5}$ cm.



Varianța 60

I.

1. 30. 2. 12. 3. 140. 4. $\frac{1}{3}$. 5. 90. 6. 36. 7. 140. 8. 4.

II.

9. Numerele naturale din intervalul $[-2; 1]$ sunt 0 și 1, deci $\{0; 1\}$. Răspuns B.

10. $a = 16 - b \Rightarrow 3(16 - b) = 5b \Rightarrow 48 - 3b = 5b \Rightarrow 8b = 48 \Rightarrow b = 6$ și $a = 10$.
 Răspuns C.

11. $180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$. Răspuns A.

12. $\left(2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot 4 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 4 = 6\sqrt{2}$. Răspuns C.

III.

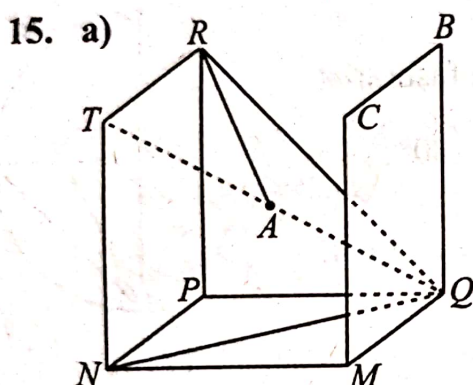
13. a) $\frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{c}{7} \Rightarrow a = \frac{4b}{5}$; $p\%b = a \Rightarrow p\%b = \frac{4b}{5} \Rightarrow p = \frac{400}{5} = 80$, deci a reprezintă 80% din b .

$$b) \left. \begin{array}{l} 3a + c = 285 \\ a = \frac{4c}{7} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{12c}{7} + c = 285; \text{ obținem } c = 105; a = 60; b = 75.$$

14. a) $\frac{x}{x(x-1)} = \frac{1}{x-1}$.

b) $2(1-x^2) + x(1-x^2) = (2+x)(1-x)(1+x)$.

c) $E(x) = \left(\frac{1}{x-1} + \frac{x+2}{(x+2)(1-x)(1+x)} + \frac{x}{1+x} \right) \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x} =$
 $= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x}{x+1} \right) \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x+1-1+x^2-x}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x} = \frac{x^2}{x} = x.$



b) $\left. \begin{array}{l} (MNP) \perp (NRP) \\ RP \perp NP \\ NP = (MNP) \cap (NRP) \end{array} \right\} \Rightarrow RP \perp (NQP) \left. \begin{array}{l} PQ \subset (NQP) \end{array} \right\} \Rightarrow$
 $\Rightarrow RP \perp PQ \stackrel{TP}{\Rightarrow} RQ = 10\sqrt{2} \text{ cm.}$

NQ este diagonală în pătrat și este egală cu $10\sqrt{2} \text{ cm.}$

Din $NR = 10\sqrt{2} \text{ cm}$ rezultă $\triangle NRQ$ echilateral și, cum $PR = PN = PQ$, rezultă $PNRQ$ piramidă regulată cu vârful P și baza NQR .

c) $\left. \begin{array}{l} QP \perp (NPR) \\ PR \perp TR \\ TR, PR \subset (NPR) \end{array} \right\} \stackrel{TP}{\Rightarrow} QP \perp TR.$

$\left. \begin{array}{l} TN \perp (PNM) \\ NQ \subset (PNM) \end{array} \right\} \Rightarrow TN \perp NQ \stackrel{TP}{\Rightarrow} TQ^2 = TN^2 + NQ^2$; obținem $TQ = \sqrt{100 + 200} = 10\sqrt{3} \text{ cm.}$

Fie A mijlocul segmentului TQ ; atunci $RA = \frac{TQ}{2} = 5\sqrt{3} \text{ cm.}$

d) Fie $MQBC$ un pătrat de aceeași parte cu pătratul $NPRT$, astfel încât planele (MQB) și (MNQ) să fie perpendiculare, Obținem $CQ \parallel TP$, deci $\sphericalangle(NQ, TP) \equiv \sphericalangle CQN$ și $CQ = CN = 10\sqrt{2} \text{ cm}$, rezultă $\triangle CQN$ echilateral și $m(\sphericalangle CQN) = 60^\circ$.

c) $A_{tot} = A_B + A_b + A_{lat} = 64 + 16 + 48\sqrt{7} \Rightarrow A_{tot} = 16(5 + 3\sqrt{7}) \text{ cm}^2$, deoarece $A_{lat} = \frac{(P_B + P_b)a_p}{2}$. Fie M mijlocul lui $[BC]$ și M' mijlocul lui $[B'C']$; $MM' = a_p$ (apotezma trunchiului) $= \frac{VM}{2} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$. În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} VM^2 = VO^2 + OM^2$, deci $VM^2 = (4\sqrt{6})^2 + 4^2 = 4\sqrt{7}$; $A_{lat} = \frac{(32 + 16) \cdot 2\sqrt{7}}{2} = 48\sqrt{7}$.

d) Din $AB \parallel DC$ și $DC \subset (VDC)$ rezultă $AB \parallel (VDC)$, deci $d(A; (DCC')) = d(P; (VDC))$, unde P este mijlocul lui $[AB]$. Fie $PT \perp VQ$, unde Q este mijlocul lui $[DC]$. Atunci $d(A; (DCC')) = PT$.

$$A_{\triangle VPQ} = \frac{VO \cdot PQ}{2} = \frac{PT \cdot VQ}{2}, \text{ și atunci } 4\sqrt{6} \cdot 8 = PT \cdot 4\sqrt{7}, \text{ de unde } PT = \frac{8\sqrt{42}}{7} \text{ cm.}$$

Varianta 62

I.

1. 36. 2. 29. 3. 1,5. 4. 21. 5. 1000. 6. 15. 7. 44. 8. 20.

II.

9. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} - (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$. Răspuns C.

10. $2a = 3b \Rightarrow \frac{2a + b}{6 \cdot 2a - 5b} = \frac{3b + b}{6 \cdot 3b - 5b} = \frac{4b}{13b} = \frac{4}{13}$. Răspuns B.

11. Suma dintre măsura unghiului ascuțit și măsura unghiului obtuz este 180° , rezultă că măsura unghiului ascuțit este de $180^\circ : 6 = 30^\circ$. Răspuns A.

12. Hexagonul regulat este format din 6 triunghiuri echilaterale congruente cu AOB , iar distanța de la O la AB este egală cu înălțimea triunghiului echilateral:

$$\frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}. \text{ Răspuns B.}$$

III.

13. a) $40\% \cdot 120 = 48$ CD-uri

b) $25 + 48 + 32 = 105$; $120 - 105 = 15$ CD-uri neînregistrate;

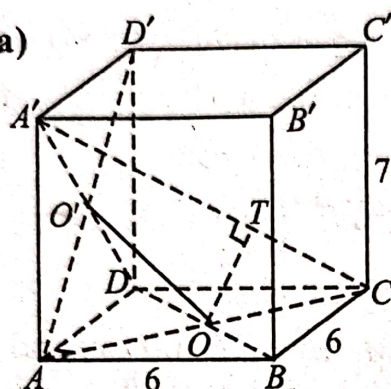
$$P(E) = \frac{15}{120} = \frac{1}{8}.$$

14. a) $\frac{6}{2 \cdot 1 + 1} = 2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 \in A$; $(2 + \sqrt{3})(2 - 1 \cdot \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 1 \in B$

b) $\frac{6}{2x+1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x+1 \mid 6 \Rightarrow 2x+1 \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 6\}$; dar $2x+1$ impar și atunci $2x+1 \in \{\pm 1; \pm 3\}$, adică $2x \in \{0; -2; 2; -4\}$, rezultă $A = \{0; -1; -2; 1\}$. Suma elementelor este -2 .

c) $(2x + \sqrt{3})(2 - x\sqrt{3}) = 1$; $2x^2\sqrt{3} - x - 2\sqrt{3} + 1 = 0$; $2\sqrt{3}(x^2 - 1) - (x - 1) = 0$;
 $(x - 1)(2\sqrt{3}(x + 1) - 1) = 0$; obținem $x = 1$ sau $x = \frac{\sqrt{3} - 6}{6}$; dar $x \in \mathbb{Z}$, deci $B = \{1\}$.

15. a)



b) $Vol = A_b \cdot h = 36 \cdot 7 = 252 \text{ cm}^3$

c) Fie $OT \perp A'C$; $\triangle OTC \sim \triangle A'AC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{OT}{AA'} = \frac{OC}{A'C}$, deci $OT = \frac{7 \cdot 3\sqrt{2}}{11} = \frac{21\sqrt{2}}{11} \text{ cm}$;
 $A'C = \sqrt{AB^2 + BC^2 + AA'^2} = \sqrt{121} = 11 \text{ cm}$.

d) OO' linie mijlocie în $\triangle D'AC$, rezultă $OO' \parallel D'C$ și deci $\sphericalangle(OO'; BC) \equiv \sphericalangle D'CB$
 Din $BC \perp (DCC')$ și $D'C \equiv (DCC')$ rezultă $BC \perp D'C$, deci $m(\widehat{OO'; BC}) = 90^\circ$

Varianta 63

I.

1. 20. 2. 2,12. 3. 1002. 4. $\frac{3}{10}$. 5. 5. 6. 160. 7. $\frac{256}{3}$. 8. 6.

II.

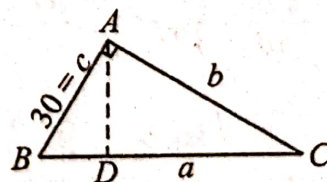
9. $\frac{a}{3} = \frac{b}{7} = \frac{a+b}{3+7} = \frac{200}{10} = 20$, rezultă $a = 60$ și $b = 140$, deci $ab = 8400$. Răspuns A.

10. $4x^2 + 4x + 1 - 2 = 4x^2 + 6x - 5 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$. Răspuns B.

11. Un cub are suma celor 12 muchii de 24 cm, deci o muchie este egală cu $24 : 12 = 2 \text{ cm}$. Răspuns C.

12. Din teorema catetei $30^2 = 18 \cdot a$, deci $a = 50 \text{ cm}$ și din teorema lui Pitagora rezultă $b = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ cm}$.

$$A_a = \frac{c \cdot b}{2} = \frac{30 \cdot 40}{2} = 600 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns D.}$$



III.

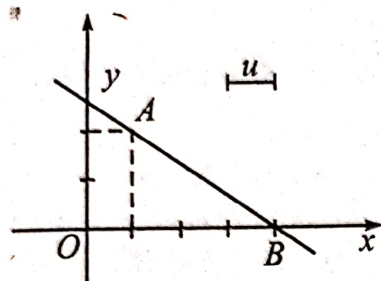
13. a) Deoarece mulțimea B îl conține pe zero, rezultă că produsul este egal cu 0

b) $A = \{1; 3; 5; \dots; 23\}; B = \{0; 2; 4; \dots; 20\}$

Card $A = 12$; Card $B = 11$; Card $(A \cup B) = 12 + 11 = 23$ pentru că $A \cap B = \emptyset$.

14. a) $2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8 (A)$

b) $x = 1 \Rightarrow y = 2$, deci $A(1; 2)$; $x = 4 \Rightarrow y = 0$, deci $B(4; 0)$



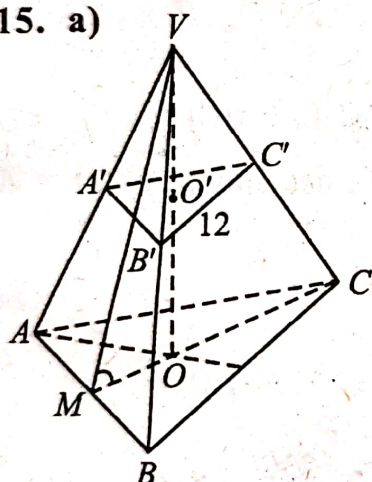
c) $2x + 3y = a; x + y = b$

$$\begin{cases} 2a + 3b = 8 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ a - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 1 - 3b = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \cdot (-2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ -2x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3 \\ x - 3 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow S = \{(5; -3)\}$$

15. a)



b) Din $AB \perp VM$, $AB \perp MC$ (M mijlocul lui $[AB]$) rezultă $VM \perp AB$, $MC \perp AB$ și, cum $AB = (VAB) \cap (ABC)$, rezultă $\angle((VAB); (ABC)) \equiv \angle(VMO)$;

$m(\widehat{VMO}) = 60^\circ \Rightarrow m(\widehat{MVO}) = 30^\circ$ și atunci $VM = 2MO$.

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow MV^2 = MO^2 + VO^2$, de unde $4MO^2 = MO^2 + 144$ și obținem $MO = 4\sqrt{3}$;

dar $MO = \frac{1}{3}MC$, rezultă $MC = 12\sqrt{3}$ cm și, cum

$MC = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, rezultă $AB = 24$ cm.

c) $A_{tot} = A_{lat} + A_b \Rightarrow A_{tot} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} + A_b$; $VM = 2MO = 8\sqrt{3}$ cm;

$$A_{tot} = \frac{24 \cdot 3 \cdot 8\sqrt{3}}{2} + \frac{24^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{tot} = 432\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

d) Fie $(A'B'C') \parallel (ABC)$ care taie înălțimea în O' .

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{VO'}{VO} \Rightarrow \frac{A'B'}{24} = \frac{VO'}{12} \Rightarrow A'B' = 2VO';$$

$$Vol_{\text{pir.mică}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{A'B'^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{VO'}{3} = \frac{VO'^3 \sqrt{3}}{3} \text{ și, cum } Vol_{\text{pir.mică}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}, \text{ rezultă}$$

$VO'^3 = 8$, adică $VO' = 2$ cm; dar $VO = 12$ cm, rezultă $OO' = 10$ cm.

Varianta 64

I.

1. 261. 2. 11. 3. 78. 4. 37. 5. $9\sqrt{2}$. 6. 42. 7. 9. 8. 260.

II.

9. Numerele sunt 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, deci de 13 ori.

Răspuns D.

10. $2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3\}$, deci 4 soluții. Răspuns C.

11. $L = 4l$ și $2(L + l) = 20$, rezultă $2(4l + l) = 20$, deci $l = 2$ cm și $L = 8$ cm;
 $A = L \cdot l = 16$ cm². Răspuns A.

12. Generatoarea conului este egală cu latura triunghiului echilateral, deci înălțimea triunghiului echilateral este egală cu $\frac{l\sqrt{3}}{2}$; atunci $6 = \frac{l\sqrt{3}}{2}$, rezultă $l = 4\sqrt{3}$ cm.

Răspuns B.

III.

13. a) Cazuri favorabile sunt 2; cazuri posibile sunt 20; $P(E) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b) Dacă 14 nu sunt negre, înseamnă că 6 sunt negre. Dacă 15 nu sunt galbene, înseamnă că 5 sunt galbene. Cum $20 = 6 + 5 + 2 + r$, înseamnă că roșii (r) sunt 7.

14. a) $x^2 - x - 6 = 0$, $x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$.

Rezultă $x = 3$ sau $x = -2$, deci $S = \{3; -2\}$;

$$\text{b) } E(x) = \frac{3(x^2 - 6x + 9)}{x(x+1)(x-3)(x+2)} = \frac{3(x-3)^2}{x(x+1)(x+2)(x-3)}.$$

Vom demonstra că dacă $p = x(x+1)(x+2)$ este produsul a trei numere naturale consecutive, atunci p este divizibil cu 3:

$$x = 3k \Rightarrow p = 3k(3k+1)(3k+2) : 3$$

$$x = 3k+1 \Rightarrow p = (3k+1)(3k+2)(3k+3) : 3$$

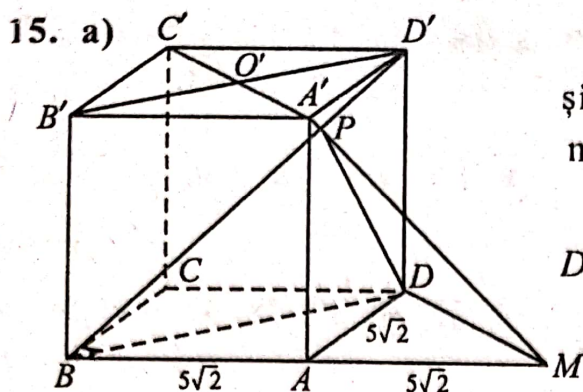
$$x = 3k+2 \Rightarrow p = (3k+2)(3k+3)(3k+4) : 3$$

Deci $x(x+1)(x+2)$ este de forma $3m$ și atunci $E(x)$ se simplifică prin $3(x-3)$.

$$\text{c) } E(n) = \frac{3(n-3)}{n(n+1)(n+2)}.$$

Dacă n par, atunci: $n = 2q \Rightarrow E(n) = \frac{3(2q-3)}{2q(2q+1)(2q+2)}$ nu se simplifică prin 2.

Dacă n impar și diferit de 3, atunci: $n = 2q+1 \Rightarrow E(n) = \frac{3(2q-2)}{(2q+1)(2q+2)(2q+3)} =$
 $= \frac{6(q-1)}{2(2q+1)(q+1)(2q+3)}$ se simplifică prin 2.



b) Din $AD = AB = AM$ rezultă $\triangle DAB$ isoscel și $\triangle DAM$ isoscel și, cum $m(\widehat{ADB}) = 45^\circ$ și $m(\widehat{ADM}) = 45^\circ$, avem $MD \perp BD$.

Din $DD' \perp (ABC)$, $MD \subset (ABC)$ rezultă $D'D \perp MD$ și atunci $MD \perp (BDD')$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } MD \perp (BDD') \\ \text{ducem } DP \perp BD' \\ DP, BD' \subset (BDD') \end{array} \right\} \stackrel{T3P}{\Rightarrow} MP \perp BD'$$

$$DP = \frac{DD' \cdot BD}{BD'} = \frac{5\sqrt{2} \cdot 10}{5\sqrt{6}} = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm}; DM = 10 \text{ cm}.$$

$$\text{În } \triangle MPD: m(\hat{D}) = 90^\circ \Rightarrow MP^2 = PD^2 + DM^2, \text{ deci } MP^2 = \frac{300}{9} + 100 \Rightarrow MP = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

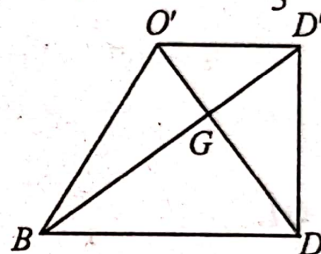
d) $O'D' \parallel DB \Rightarrow O'D \cap BD' = \{G\}$

$$\frac{O'D'}{BD} = \frac{O'G}{GD} = \frac{D'G}{GB} = \frac{1}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BD' \text{ și } DG = \frac{2}{3}O'D.$$

$$O'D^2 = O'D'^2 + D'D^2 \Rightarrow O'D = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$D'B^2 = D'D^2 + BD^2 \Rightarrow D'B = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 + 10^2} = 5\sqrt{6} \text{ cm, deci } BG = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ cm și } GD = \frac{10\sqrt{3}}{3} \text{ cm.}$$

Din $BG^2 = \frac{600}{9}$, $GD^2 = \frac{300}{9}$ și $BD^2 = 100$ rezultă că $BG^2 + GD^2 = BD^2 \stackrel{RTP}{\Rightarrow} BG \perp GD$,
adică $D'B \perp DO'$.



Varianta 65

I.

1. 3. 2. 3,(1). 3. $\frac{1}{2}$. 4. 3. 5. 144. 6. 5. 7. 60. 8. 16.

II.

9. $|2x| < 4 \Rightarrow -4 < 2x < 4 \Rightarrow -2 < x < 2$, deci $S = (-2; 2)$. Răspuns D.

10. $a = \left(\frac{1}{2}\right)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{4} \cdot (-8) = -2$. Răspuns A.

11. $\triangle ABC$ isoscel cu $AB = AC$, rezultă $m(\sphericalangle ACB) = 70^\circ$, deci $m(\sphericalangle BAC) = 180^\circ - 2 \cdot 70^\circ = 40^\circ$. AD înălțime, rezultă AD bisectoarea unghiului BAC , deci $m(\sphericalangle CAD) = 20^\circ$.
Răspuns C.

12. Fie $DM \perp AB$ cu $M \in AB$, deci $DM = \frac{AD}{2} = 4$ cm; $A_{\text{paralelogram}} = b \cdot h = 4 \cdot 4 = 16$ cm².
Răspuns D.

III.

$$13. \text{ a) } \begin{cases} 4b+3r=17 \\ 3b+2r=12 \end{cases} \cdot (-2) \Leftrightarrow \begin{cases} -8b-6r=-34 \\ 9b+6r=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ 3 \cdot 2+2r=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ r=3 \end{cases}, \text{ deci se}$$

folosesc 2m pentru o bluză.

b) Pentru o rochie se folosesc 3m de material. Dacă 1m costă a lei, atunci 3m costă $3a$ lei, iar 2m pentru o bluză costă $2a$ lei.

$$p\%2a = 3a \Rightarrow p = \frac{300}{2} = 150, \text{ deci } 150\% \text{ din cost.}$$

$$14. \text{ a) } F(2) = \frac{4-2-2}{4-2} = \frac{0}{2} = 0.$$

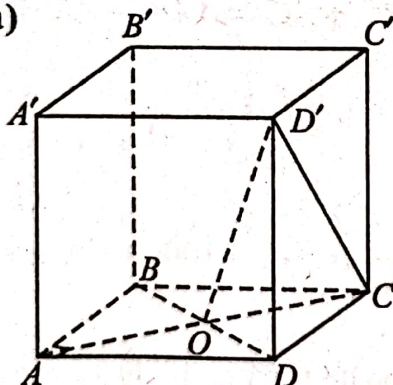
$$\text{b) } 7 \cdot \frac{x^2-x-2}{x^2-2} = 9 \Rightarrow 7(x^2-x-2) = 9(x^2-2) \Rightarrow 7x^2-7x-14 = 9x^2-18 \Rightarrow$$

$$2x^2+7x-4=0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49+32}}{4} = \frac{-7 \pm 9}{4} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{1}{2}; -4 \right\} \subset \mathbb{Q}.$$

c) Dacă $x \in \mathbb{Q}$, atunci $F(x) \in \mathbb{Q}$; dar $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$, rezultă $\sqrt{2} \cdot F(x)$ rațional dacă și numai dacă $F(x) = 0$, rezultă $\frac{x^2-x-2}{x^2-2} = 0$ și deci $x^2-x-2=0$ (pentru că în $\mathbb{Q}$ numitorul x^2-2 nu poate fi zero; $x^2-2=0 \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$);

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm 3}{2}, \text{ deci } x \in \{-1; 2\} \subset \mathbb{Q}.$$

15. a)



$$\text{b) } Vol = A_b \cdot h; B'D^2 = AD^2 + DC^2 + A'A^2 \Rightarrow \Rightarrow 369 = 2AB^2 + 81, \text{ rezultă } AB^2 = 144 \text{ și deci } Vol = 144 \cdot 9 = 1296 \text{ cm}^3.$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} D'D \perp (ABC) \\ DO \perp AC \\ DO, AC \subset (ABC) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{r3P} \\ \Rightarrow D'O \perp AC, \text{ unde} \end{array}$$

$$\{O\} = AC \cap BD, \text{ rezultă } A_{ACD'} = \frac{AC \cdot D'O}{2}.$$

$$\text{În } \triangle D'OD: m(\hat{D}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} D'O = \sqrt{D'D^2 + OD^2}, \text{ deci } D'O = \sqrt{81+72} = 3\sqrt{17} \text{ cm;}$$

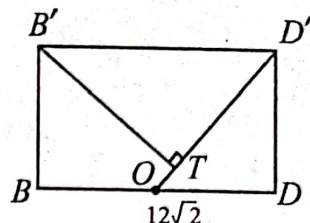
$$A_{ACD'} = \frac{12\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{17}}{2} = 18\sqrt{34} \text{ cm}^2.$$

$$\text{d) } \left. \begin{array}{l} AC \perp BO \text{ și } AC \perp BB' \Rightarrow AC \perp (BOB') \\ \text{Ducem } B'T \perp D'O \text{ cu } T \in D'O \Rightarrow B'T \subset (BOB') \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AC \perp B'T \\ \text{dar } B'T \perp D'O \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B'T \perp (ACD'). \text{ Atunci } d(B'; (ACD')) = B'T.$$

$$A_{OB'D'} = \frac{B'T \cdot OD'}{2} = \frac{B'D' \cdot DD'}{2}.$$

$$B'T \cdot 3\sqrt{17} = 12\sqrt{2} \cdot 9; B'T = \frac{36\sqrt{34}}{17} \text{ cm}.$$



Varianța 66

I.

1. 16. 2. $-\frac{3}{2}$. 3. $2^3 \cdot 3^2$. 4. 28. 5. 110. 6. 12. 7. 15. 8. 108.

II.

9. Numărul de zerouri este egal cu numărul factorilor de 5, pentru că $2 \cdot 5 = 10$. De la 1 la 35 sunt factorii 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 și obținem $5^8 \cdot 2^8 = 10^8$, adică 8 zerouri. *Răspuns D.*

10. $a = \frac{5b}{3} \Rightarrow \frac{5b}{3} - b = 20 \Rightarrow \frac{2b}{3} = 20 \Rightarrow b = 30$; atunci $a = 50$, deci (50;30).

Răspuns C.

11. Mediana împarte un triunghi în două suprafețe de arii egale, deci $A_{\text{paralelogram}} = 4 \cdot A_{\triangle AOB}$; obținem $24 = 4 \cdot A_{\triangle AOB}$, de unde $A_{\triangle AOB} = 6 \text{ cm}^2$. *Răspuns B.*

12. $AB = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 2AB \xrightarrow{TP} AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 4AB^2 - AB^2 = 3AB^2$;

$\frac{AC}{BC} = \frac{AB\sqrt{3}}{2AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. *Răspuns A.*

III.

13. a) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 100x + 10y + z + 100y + 10z + x + 100z + 10x + y = 111x + 111y + 111z = 111(x + y + z); 111$.

b) $111(x + y + z) = 3 \cdot 37 \cdot (x + y + z)$ nu poate fi pătrat perfect pentru că x, y, z sunt cifre mai mici sau egale cu 9 și 37 este prim.

14. a) $3x^2 - 4x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6} = \frac{4 \pm 2}{6} \Rightarrow x \in \left\{1; \frac{1}{3}\right\}$.

b) $|x^2 + x - 1 - x^2| + |x^2 + x - 1 - x| = 0$; $|x - 1| + |(x - 1)(x + 1)| = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow |x - 1|(1 + |x + 1|) = 0$; dar $1 + |x + 1| > 0, \forall x \in \mathbb{R}$, rezultă $|x - 1| = 0$, deci $x = 1$.

c) $E(x) = 4x^2 + 4x + 5 = 4x^2 + 4x + 1 + 4 = (2x + 1)^2 + 4$.

Dar $(2x + 1)^2 \geq 0$, deci $E(x) \geq 4$, rezultă că valoarea minimă a expresiei este 4.

12. Fie $AM \perp BC$ cu $M \in BC$. Atunci în $\triangle AMB$, $m(\angle MBA) = m(\angle MAB) = 45^\circ$, rezultă $\triangle AMB$ dreptunghic isoscel $\xRightarrow{TP} AM = \frac{5\sqrt{2}\sqrt{2}}{2} = 5 \text{ cm}$; $A_{\triangle ABC} = \frac{BC \cdot MA}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15 \text{ cm}^2$.
Răspuns B.

III.

$$13. \text{ a) } \left. \begin{array}{l} 12 = 2^2 \cdot 3 \\ 15 = 5 \cdot 3 \\ 18 = 3^2 \cdot 2 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{c.m.m.m.c} = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5 = 180$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} x = 12a + 6 \\ x = 15b + 9 \\ x = 18c + 12 \end{array} \right\} + 6 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 6 = 12(a + 1) \\ x + 6 = 15(b + 1) \\ x + 6 = 18(c + 1) \end{array} \right\} \text{ rezultă că } x + 6 \text{ este divizibil cu } 12,$$

15, 18, deci cel mai mic $x + 6$ este c.m.m.m.c. al numerelor 12, 15, 18; obținem $x + 6 = 180$, de unde $x = 174$.

$$14. \text{ a) } m = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}; x \in \left\{ -1; -\frac{1}{2} \right\}.$$

$$\text{b) } x = 3 \Rightarrow 9m + 3(2m - 1) + m - 1 = 0 \Rightarrow 9m + 6m - 3 + m - 1 = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{4}.$$

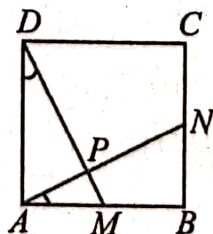
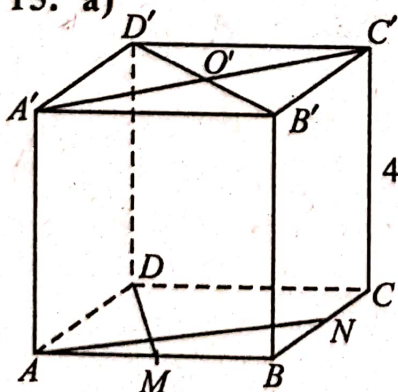
$$\text{c) } mx^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$$

$$\Delta = (2m - 1)^2 - 4m(m - 1) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m = 1.$$

$$\text{Din } x_{1,2} = \frac{-(2m-1) \pm 1}{2m} \text{ rezultă } x = \frac{-2m+1+1}{2m} \text{ sau } x = \frac{-2m+1-1}{2m}, \text{ adică } x = \frac{1-m}{m}$$

sau $x = -1 \in \mathbb{Z}$, pentru $\forall m \in \mathbb{R}^*$.

15. a)



$$\text{b) } \triangle ADM \equiv \triangle BAN \text{ (C.C.)} \Rightarrow$$

$$\angle NAB \equiv \angle MDA$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{dar } m(\widehat{MDA}) + m(\widehat{AMD}) = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m(\widehat{NAB}) + m(\widehat{AMD}) = 90^\circ, \text{ deci } AN \perp DM.$$

$$\text{c) În } \triangle AMD: m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} DM^2 = AD^2 + AM^2, \text{ de unde } 20 = AD^2 + \frac{AD^2}{4} \text{ și deci } AD = 4 \text{ cm; } A_{\text{tot}} = 6A_{ABCD} = 96 \text{ cm}^2.$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{d) } AA' \perp (ABC) \\ AP \perp DM \\ AP, DM \subset (ABC) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{r3P} \\ \Rightarrow A'P \perp DM, \text{ unde } AN \cap DM = \{P\} \end{array}$$

$$A_{ADM} = \frac{DM \cdot A'P}{2} = \frac{2\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{30}}{10} = 4\sqrt{6} \text{ cm}^2$$

$$\text{În } \triangle ADM: m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow AP = \frac{AM \cdot AD}{DM} = \frac{2 \cdot 4}{2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ cm.}$$

$$\text{În } \triangle A'AP: m(\hat{A}) = 90^\circ \Rightarrow A'P^2 = AP^2 + A'A^2, \text{ rezultă } A'P^2 = \frac{16 \cdot 5}{25} + 16, \text{ de unde}$$

$$A'P = \frac{4\sqrt{30}}{5} \text{ cm.}$$

$$4\sqrt{6} \in (9; 10) \Leftrightarrow 9 < 4\sqrt{6} < 10 \Leftrightarrow 9^2 < (4\sqrt{6})^2 < 10^2 \Leftrightarrow 81 < 96 < 100 \cdot (A).$$

Varianta 68

I.

$$1. 1. \quad 2. 40. \quad 3. 4. \quad 4. \frac{3}{5}. \quad 5. 6. \quad 6. 20. \quad 7. 96. \quad 8. 10\sqrt{3}.$$

II.

$$9. m_a = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{3} = \frac{(a+b)^2}{3} = \frac{36}{3} = 12. \text{ Răspuns } A.$$

$$10. \sqrt{(-12)^2 : (-2)^2} = 12 : 2 = 6. \text{ Răspuns } D.$$

11. Fie $AM \perp DC$ și $BN \perp DC$; atunci $MN = 4$ cm și $DM = NC = \frac{BC}{2} = 2$ cm pentru
că $m(\sphericalangle CBN) = 30^\circ$, deci $P = 20$ cm. Răspuns B.

12. Fie $ME \perp AC \Rightarrow \triangle AEM \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{ME}{BC} = \frac{AM}{AC}$; obținem $\frac{ME}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$, deci
 $ME = 1$ cm. Răspuns C.

III.

13. a) Fie x bănci și y elevi. Din $2(x - 3) + 1 = 3(x - 6)$ rezultă $2x - 6 + 1 = 3x - 18$, de unde $x = 13$ bănci;

$$\text{b) } 3(13 - 6) = 3 \cdot 7 = 21 \text{ elevi.}$$

$$14. \text{ a) } (x^2 + 4x + 3)(x - 1) = x^3 + 4x^2 + 3x - x^2 - 4x - 3 = x^3 + 3x^2 - x - 3. (1)$$

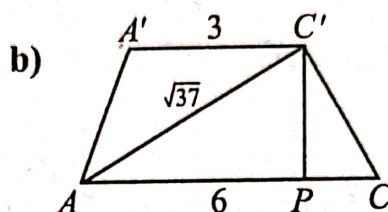
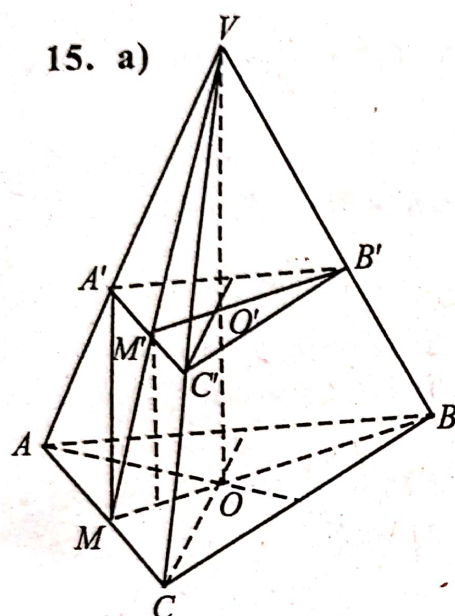
$$(x^2 + 2x - 3)(x + 1) = x^3 + 2x^2 - 3x + x^2 + 2x - 3 = x^3 + 3x^2 - x - 3. (2)$$

Din (1) și (2) rezultă că egalitatea este adevărată.

$$\text{b)} \left(\frac{(x+1)(x+3)}{(x-1)(x+3)} - \frac{2}{x+1} - \frac{7}{(x-1)(x+1)} \right) \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{1} =$$

$$= \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{7}{(x-1)(x+1)} \right) (x-1)(x+1) = x^2 + 2x + 1 - 2x + 2 - 7 = x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$$

c) Din $(a-2)(a+2) = a-2$ rezultă $(a-2)(a+2-1) = 0$, deci $a = 2$ sau $a = -1$; dar $a \in \mathbb{R} \setminus \{-3; -1; 1\}$ și obținem $a = 2$.



Fie $C'P \perp AC \Rightarrow PC = \frac{6-3}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm} \Rightarrow AP = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \text{ cm}$

În $\triangle AC'P$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow PC' = \sqrt{AC'^2 - AP^2} =$
 $= \sqrt{37 - \frac{81}{4}} = \frac{\sqrt{67}}{2} \text{ cm.}$

În trapezul $OO'M'M$ avem: $OM = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \text{ cm};$
 $O'M' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$ și $MM' = \frac{\sqrt{67}}{2} \text{ cm.}$

Ducem $M'Q \perp OM$ și avem $MQ = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm.}$

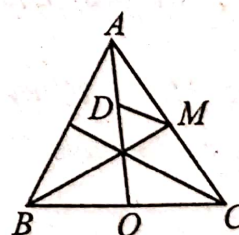
În $\triangle M'QM$: $m(\hat{Q}) = 90^\circ \Rightarrow M'Q^2 = M'M^2 - MQ^2$, deci $M'Q = \sqrt{\frac{67}{4} - \frac{3}{4}} = 4$ și
 atunci $h = 4 \text{ cm.}$

c) $Vol_{\text{pir.}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{36\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{8}{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3.$

$\frac{VO'}{VO} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \frac{VO'}{VO'+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow VO' = 4 \text{ cm} \Rightarrow VO = 8 \text{ cm.}$

d) Din $A'D \perp (ABC)$ și $O'O \perp (ABC)$ rezultă $A'D \parallel O'O$, deci $D \in AO$;

$AD = AO - A'O' = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ cm} = \frac{AO}{2}.$



În $\triangle AOC$, MD linie mijlocie rezultă $MD \parallel CO$; dar $CO \perp AB \Rightarrow$
 $\Rightarrow MD \perp AB$
 $\left. \begin{array}{l} A'D \perp (ABC), AB \subset (ABC) \Rightarrow A'D \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp (A'DM).$

Varianta 69

I.

1. 10. 2. 2. 3. 9. 4. 40. 5. 23. 6. 10. 7. 36. 8. $9\sqrt{3}$.

II.

9. $5x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{10} \Rightarrow x \in \left\{-1; \frac{2}{5}\right\}$, deci $\frac{2}{5}$ este soluția pozitivă.

Răspuns C.

10. $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litru}$; $250 \text{ ml} = 0,25 \text{ l}$, deci $Vol = 0,25 \text{ dm}^3 = 250 \text{ cm}^3$. Răspuns A.

11. Raza cercului circumscris este egală cu jumătate din diagonala pătratului, 4 cm, deci diagonala are 8 cm; latura este egală cu $4\sqrt{2} \text{ cm}$, deci $P = 16\sqrt{2} \text{ cm}$. Răspuns B.

12. Latura noului triunghi este egală cu $3 \cdot l$; $A_{\Delta} = \frac{(3l)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9l^2 \sqrt{3}}{4} = 9 \cdot 27 = 243 \text{ m}^2$.

Răspuns B.

III.

13. a) $\frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + 2 \cdot 13 + 1 \cdot 14}{12} = 11,75$, deci media este 11 ani și 9 luni.

b) $12 = \frac{2 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + x \cdot 13 + 1 \cdot 14}{10 + x}$.

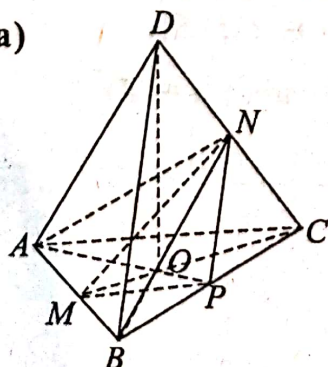
Din $120 + 12x = 115 + 13x$ rezultă $x = 5$, deci trebuie aduși încă 3 elevi de 13 ani.

14. a) $f(-1) = (1 - \sqrt{3})(-1) - \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = -1$.

b) $f(x) + 1 \geq 0 \Rightarrow (1 - \sqrt{3})x - \sqrt{3} + 1 \geq 0 \Rightarrow (1 - \sqrt{3})x \geq \sqrt{3} - 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -(\sqrt{3} - 1)x \geq \sqrt{3} - 1 \Rightarrow -x \geq 1 \Rightarrow x \leq -1 \Rightarrow x \in (-\infty; -1]$.

c) $f(a+1) = b\sqrt{3} \Rightarrow (1 - \sqrt{3})(a+1) - \sqrt{3} = b\sqrt{3} \Rightarrow a - a\sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = b\sqrt{3} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \sqrt{3}(b + a + 2) - a - 1 = 0$; dar $b + a + 2$ și $-a - 1$ sunt raționale, iar $\sqrt{3}$ este irațional, rezultă că egalitatea are loc dacă $b + a + 2 = 0$ și $-a - 1 = 0$, deci $a = -1$ și $b = -1$.

15. a)



b) Fie $DO \perp (ABC) \Rightarrow OC = \frac{2}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$.

În $\triangle DOC$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} DO^2 = DC^2 - OC^2$, deci
 $DO = 2\sqrt{6} \text{ cm}$.

$Vol_{\text{pir.}} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3}$; $Vol = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

c) $\triangle ADC$ echilateral și N mijlocul laturii $[DC]$, rezultă $AN \perp DC$.

Din $\triangle DBC$ echilateral și N mijlocul laturii $[DC]$ rezultă $BN \perp DC$, deci $DC \perp (NAB)$ și atunci $d(C; (NAB)) = CN = 3$ cm.

d) Fie P mijlocul laturii BC ; MP linie mijlocie în $\triangle ABC$, rezultă $MP \parallel AC$ și deci $\sphericalangle(MN; AC) = \sphericalangle NMP$; $MP = PN = 3$ cm (NP linie mijlocie în $\triangle BCD$).

În $\triangle MNC$: $m(\hat{N}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} MN^2 = MC^2 - NC^2$; obținem $MN^2 = \left(\frac{6\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3^2$, deci $MN = 3\sqrt{2}$ cm și $m(\widehat{NMP}) = 45^\circ$.

Varianta 70

I.

1. 43. 2. 4. 3. 74. 4. 50. 5. 7. 6. 16. 7. 5. 8. 64.

II.

9. $165 = 11 \cdot 3 \cdot 5$, deci suma divizorilor de forma $\overline{ab}$ este $11 + 15 + 55 + 33 = 114$.
Răspuns C.

10. $|x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \Rightarrow x \in \{\pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$, deci 7 elemente. Răspuns B.

11. Prin teorema lui Pitagora obținem că cealaltă catetă este egală cu $\sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ cm.

$A_\Delta = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30$ cm². Răspuns D.

12. Unghiul ABC este alungit, deci are 180° . Răspuns B.

III.

13. a) $3,(759) = 3,759759759 \dots$. Zecimala a 8-a este 5.

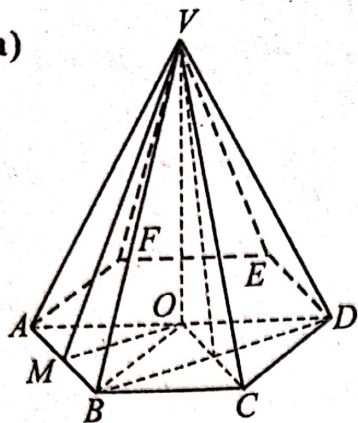
b) Numărul zecimalelor din perioadă este 3, deci $2007 : 3 = 669$ rest 0 și atunci zecimala a 2007-a este 9 (pe locul 3).

14. a) $x(x+4) = 12 \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 - 16 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 - 4^2 = 0 \Rightarrow (x+2-4)(x+2+4) = 0 \Rightarrow x \in \{2; -6\}$.

b) $E(a) = a^3 - 9a \in \mathbb{Z}$ pentru orice $a \in \mathbb{Z}$ (deoarece $a \in \mathbb{Z}$).

c) $F(x) = \frac{x^3 - 9x}{x^3 + 6x^2 + 9x} = \frac{x(x^2 - 9)}{x(x^2 + 6x + 9)} = \frac{x(x-3)(x+3)}{x(x+3)^2} = \frac{x-3}{x+3}$.

15. a)



$$b) A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{6AB \cdot VM}{2} = 3AB \cdot VM;$$

obținem $A_{lat} = 48\sqrt{3} \text{ cm}^2$, atunci $AB \cdot VM = 16\sqrt{3}$;

dar $VM = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, rezultă $AB = \frac{16\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 4 \text{ cm}$.

$$c) Vol_{pir.} = \frac{A_b \cdot h}{3}. \text{ Fie } VO \perp (ABC).$$

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} VO^2 = VM^2 - OM^2$, deci $VO^2 = (4\sqrt{3})^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2$ și
atunci $VO = 6 \text{ cm}$.

$$Vol_{pir} = 6 \cdot \frac{4^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{6}{3} = 48\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

d) $BODC$ romb $\Rightarrow OC \perp BD$. Fie $BD \cap OC = \{P\}$.

$$\left. \begin{array}{l} VO \perp (ABC) \\ OP \perp BD \text{ (1)} \\ OP, BD \subset (ABC) \end{array} \right\} \xRightarrow{T3P} VP \perp BD \text{ (2)}$$

$$(VBD) \cap (ABC) = BD \text{ (3)}$$

Din 1), 2), 3) rezultă $\sphericalangle((VBD); (ABC)) \equiv \sphericalangle(VPO)$.

$$\text{În } \triangle VOP \text{ cu } m(\hat{O}) = 90^\circ: \sin \widehat{VPO} = \frac{VO}{VP} = \frac{6}{2\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \text{ și}$$

$$VP^2 = VO^2 + OP^2 \Rightarrow VP^2 = 6^2 + 2^2 \Rightarrow VP = 2\sqrt{10} \text{ cm}.$$

Testul 71

I.

1. 24. 2. $2 \cdot 5$. 3. 3. 4. $\frac{4}{3}$. 5. 80. 6. 12. 7. 120. 8. 25.

II.

9. $x = 2\sqrt{5} = 20$; $y = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$; $z = 4\sqrt{2} = \sqrt{32}$, deci $x < y < z$. Răspuns A.

10. Din $a + b = 8$ și $a - b = -8$, rezultă $2a = 0$, deci $a = 0$ și $b = 8$; produsul lor este 0.
Răspuns C.

11. două axe de simetrie. Răspuns A.

$$12. \operatorname{tg} \hat{C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{4}{1} \Rightarrow AB^2 = 4AC^2 \stackrel{TP}{\Rightarrow} BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow BC^2 = 5AC^2 \Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{5}; \text{ dar } \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{\sqrt{5}}{5}. \text{ Răspuns D.}$$

III.

13. a) $123 = xa + 3$; $87 = xb + 7$; $62 = xc + 2$, cu $3 < x$, $7 < x$ și $2 < x$, deci $x > 7$.
Rezultă $120 = xa$; $80 = xb$; $60 = xc$, deci x divide numerele 120, 80 și 60; atunci cel mai mare x care divide numerele 120, 80 și 60 este 20, adică c.m.m.d.c. (120; 80; 60).

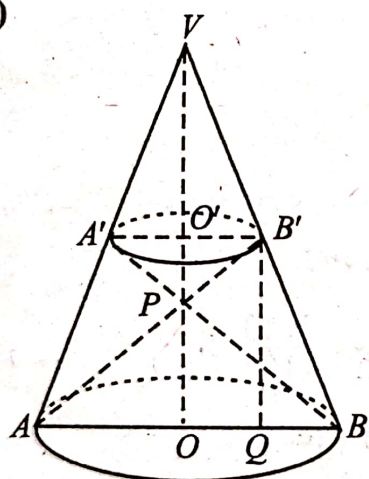
b) $20 = 2^2 \cdot 5$ are ca divizori 1, 2, 4, 5, 10, 20; dar $x > 7$, deci cel mai mic număr este 10.

$$14. \text{ a) } E(\sqrt{2} - 3) = (\sqrt{2} - 3)^2 + (\sqrt{2} - 3) + 5\sqrt{2} = 11 - 6\sqrt{2} + \sqrt{2} - 3 + 5\sqrt{2} = 8.$$

b) Pentru $x = 1$ și $y = 1$ obținem $4 - 1 - 3 = 0$ (A), deci (1; 1) este soluție.

$$\text{c) } y = 4x - 3, x \in [0; 1] \Rightarrow 0 \leq x \leq 1 \mid \cdot 4 \Rightarrow 0 \leq 4x \leq 4 \mid -3 \Rightarrow \\ \Rightarrow -3 \leq 4x - 3 \leq 1 \Rightarrow y \in [-3; 1].$$

15. a)



b) Fie $AB' \cap A'B = \{P\}$ și O, O' centrele bazelor. $\triangle APB$ isoscel dreptunghic, PO mediană, deci $PO = \frac{AB}{2} = 6$.

$\triangle A'PB'$ dreptunghic isoscel, PO' mediană, deci $PO' = \frac{A'B'}{2} = 2$ cm; obținem $OO' = 8$ cm.

Ducem $B'Q \perp AB$ și obținem $QB = OB - O'B'$; avem $QB = 6 - 2 = 4$ cm. În $\triangle QBB'$:

$$m(\hat{Q}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} B'B^2 = B'Q^2 + BQ^2, \text{ deci}$$

$$B'B = 4\sqrt{5} \text{ cm.}$$

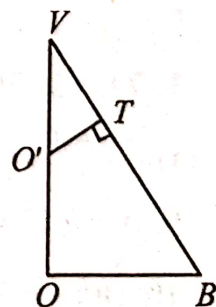
$$\text{c) } \frac{VO'}{VO} = \frac{O'B'}{OB} = \frac{VB'}{VB} \Rightarrow \frac{VO - 8}{VO} = \frac{1}{3} = \frac{VB - 4\sqrt{5}}{VB}. \text{ Obținem } 3VO - 24 = VO \text{ și}$$

$$VB = 3VB - 12\sqrt{5}, \text{ deci } VO = 12 \text{ cm și } VB = 6\sqrt{5} \text{ cm.}$$

$$Vol_{con} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 12}{3} = 144\pi \text{ cm}^3.$$

d) $d(O'; BB') = d(O'; VB)$. Fie $O'T \perp VB$.

$$\triangle VO'T \sim \triangle VBO \Rightarrow \frac{O'T}{OB} = \frac{VO'}{VB} \text{ și atunci } \frac{O'T}{6} = \frac{4}{6\sqrt{5}}, \text{ de unde } O'T = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ cm.}$$



Varianta 72

I.

1. 198. 2. 4. 3. 3. 4. 48. 5. 40. 6. $25\sqrt{3}$. 7. 12. 8. 288.

II.

9. $x^2y^2 - 44 = (xy)^2 - 44 = 12^2 - 44 = 100$. Răspuns D.

10. $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{4 \cdot 6} = 2\sqrt{6}$. Răspuns C.

11. Prin teorema lui Pitagora obținem că $ip = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$, deci $h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip} = \frac{30 \cdot 40}{50} = 24$ cm. Răspuns A.

12. $AB \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{DC}$; atunci $\frac{AM}{AM+6} = \frac{2}{3}$, adică $3AM = 2AM + 12$.

Obținem $AM = MB = 12$ cm, deci $MD = MC = 18$ cm; $P_{\Delta MDC} = 2 \cdot 18 + 15 = 51$ cm. Răspuns A.

III.

13. a) $a^2 + b^2 = 1183$; din $(a, b) = 13$ rezultă că există x și y prime între ele astfel încât $a = 13x$ și $b = 13y$.

$13^2(x^2 + y^2) = 1183 \Rightarrow (x - y)(x + y) = 7$ și obținem $x - y = 1$ și $x + y = 7$, adică $x = 4$ și $y = 3$, deci $a = 52$ și $b = 39$.

b) $p\% \cdot 52 = 39 \Rightarrow p = \frac{3900}{52} \Rightarrow 75\%$

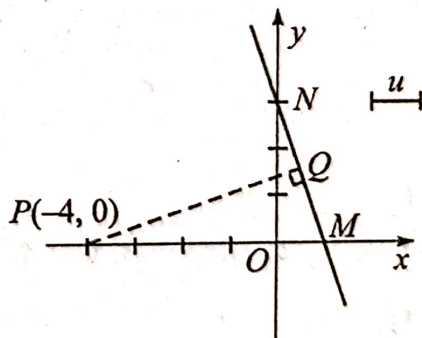
14. a) $\left. \begin{array}{l} f(1) = 0 \Rightarrow a - 1 + b = 0 \\ f(0) = 3 \Rightarrow b = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -2$.

b) $f(x) = -3x + 3$; $G_f = MN$.

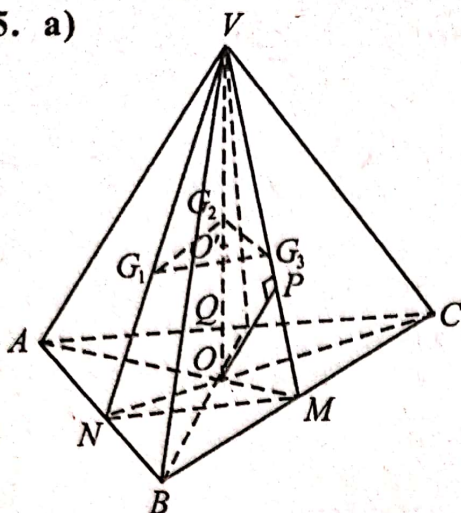
c) Calculăm aria ΔNPM de două ori:

$$A_{PNM} = \frac{NO \cdot PM}{2} = \frac{PQ \cdot NM}{2}, \text{ unde } PQ \perp MN.$$

În ΔMON : $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow MN = \sqrt{10}$; $3 \cdot 5 = PQ \cdot \sqrt{10} \Rightarrow PQ = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ cm.



15. a)



b) Fie M mijlocul laturii BC ; $BC \perp VM$, $BC \perp AM$ rezultă $BC \perp (VAM)$ (1). Ducem $OP \perp VM$ cu $P \in VM$ și atunci $OP \subset (VAM) \Rightarrow BC \perp OP$. Dar $OP \perp VM \Rightarrow OP \perp (VBC)$, deci $d(O; (VBC)) = OP = 7,2$ cm.

În $\triangle VOP$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \Rightarrow VP^2 = VO^2 - OP^2$, deci $VP = 9,6$ cm.

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VO^2 = VP \cdot VM$, deci $144 = 9,6 \cdot VM \Rightarrow VM = 15$ cm.

Din $VM^2 = VO^2 + OM^2$ rezultă $OM = 9$ cm și deci $AM = 27$ cm; din $27 = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$ rezultă $AB = 18\sqrt{3}$ cm.

c) $A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{3 \cdot 18\sqrt{3} \cdot 15}{2} = 405\sqrt{3}$ cm².

d) Fie G_1, G_2, G_3 centre de greutate; fie N și Q mijloacele laturilor AB , respectiv AC . Atunci, din $\frac{VG_3}{VM} = \frac{2}{3}$, $\frac{VG_1}{VN} = \frac{2}{3}$ și $\frac{VG_2}{VQ} = \frac{2}{3}$ rezultă $\frac{VG_1}{VN} = \frac{VG_2}{VQ} = \frac{VG_3}{VM}$. Din reciproca teoremei lui Thales obținem $G_1G_2 \parallel NQ$, $G_1G_3 \parallel MN$, $G_2G_3 \parallel QM$ și $G_1G_2 = G_1G_3 = G_2G_3 = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB}{2} = 6\sqrt{3}$ cm.

Fie $VO \cap (G_1G_2G_3) = \{O'\}$; atunci $\frac{VO'}{VO} = \frac{2}{3}$, deci $VO' = 8$ cm.

$$Vol_{VG_1G_2G_3} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{(6\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{8}{3} = 72\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

Varianta 73

I.

1. 43. 2. 1275. 3. 0. 4. 40. 5. 6. 6. 32. 7. 36. 8. 108.

II.

9. Din $|x-3|=8$, obținem $x-3=8$ sau $x-3=-8$, deci $x=11$ sau $x=-5$,

$S = \{-5; 11\}$. Răspuns B.

10. $f(x) = x \Rightarrow 2-x = x \Rightarrow x = 1$, deci $(1; 1)$. Răspuns C.

11. Prin Teorema catetei obținem $AB^2 = BD \cdot BC$, de unde $BC = 225 : 9 = 25$; atunci $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$ cm, Răspuns D.

Varianta 74

I.

1. 4. 2. $\frac{10}{13}$. 3. 3. 4. 260. 5. 75. 6. 6. 7. 8000. 8. 256.

II.

9. $|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$, deci $A = [-1; 1]$. *Răspuns B.*

10. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 2^2 \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 4 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$. *Răspuns C.*

11. M este mijlocul laturii AB , deci $AM = 4$ cm. În triunghiul AMC obținem prin teorema lui Pitagora că $MC = \sqrt{AM^2 + AC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ cm. *Răspuns C.*

12. $2\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\right) = -1$. *Răspuns B.*

III.

13. a) Fie x rafturi și y cărți

$50x + 10 = 60(x - 4) \Rightarrow 50x + 10 = 60x - 240 \Rightarrow x = 25$ rafturi;

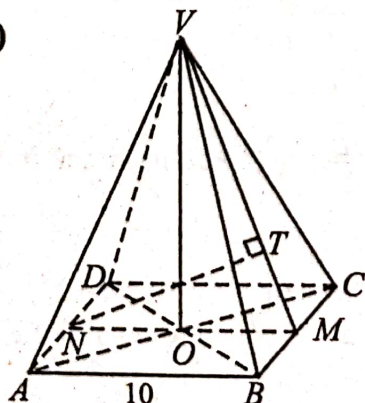
b) $50x + 10 = 50 \cdot 25 + 10 = 1260$ cărți.

14. a) $E(x) = \left(\frac{x^2 + 2}{(x+2)^2} - \frac{x}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2-3}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2 + 2 - x^2 - 2x}{(x+2)^2} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{x-1} =$
 $= \frac{-2(x-1)}{x+2} \cdot \frac{x-2}{x-1} = \frac{2(2-x)}{x+2}$.

b) $E(\sqrt{2}) \cdot E(-\sqrt{2}) = \frac{2(2-\sqrt{2})}{\sqrt{2}+2} \cdot \frac{2(2+\sqrt{2})}{-\sqrt{2}+2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2} = 4$.

c) $\frac{2(2-x)}{x+2} = x+2 \Rightarrow 4-2x = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+6) = 0$; obținem $x = 0$ sau $x = -6$, deci $S = \{0; -6\}$.

15. a)



b) Fie M mijlocul laturii BC ; $OM = 5$ cm.

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VM^2 = VO^2 + OM^2$,
 deci $VM^2 = 100 + 25$, de unde $VM = 5\sqrt{5}$ cm.

$A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{10 \cdot 4 \cdot 5\sqrt{5}}{2} = 100\sqrt{5}$ cm².

c) $AD \parallel BC, BC \subset (VBC) \Rightarrow AD \parallel (VBC)$, rezultă $d(A; (VBC)) = d(N; (VBC))$, unde N este mijlocul laturii AD (M, O, N coliniare)

$BC \perp VM, BC \perp MN \Rightarrow BC \perp (VMN)$
 Ducem $NT \perp VM$ cu $T \in MV \Rightarrow NT \subset (VMN)$ } $\Rightarrow BC \perp NT$. Cum $NT \perp VM$, rezultă $NT \perp (VBC)$, deci $d(N; (VBC)) = NT$.

$$A_{VMN} = \frac{VO \cdot MN}{2} = \frac{NT \cdot VM}{2}, \text{ obținem } 10 \cdot 10 = NT \cdot 5\sqrt{5}, \text{ deci } NT = 4\sqrt{5} \text{ cm} = d(A; (VBC)).$$

d) Fie $AQ \perp (VBC)$ cu $Q \in (VBC)$; cum $V \in (VBC)$, rezultă că proiecția muchiei VA pe planul (VBC) este VQ , deci $\angle(VA; (VBC)) \equiv \angle AVQ$. Distanța de la A la $(VBC) = AQ = 4\sqrt{5}$ cm.

$$\sin \widehat{AVQ} = \frac{AQ}{VA} = \frac{4\sqrt{5}}{5\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{30}}{30} = \frac{2\sqrt{30}}{15}.$$

În $\triangle VBM$: $m(\hat{M}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} \Rightarrow VB^2 = VM^2 + BM^2$; atunci $V B^2 = 125 + 25$, deci $VB = 5\sqrt{6}$ cm.

Varianta 75

I.

1. 2. 2. $\frac{1}{10}$. 3. 3. 4. 2. 5. 40. 6. 26. 7. 6. 8. 258.

II.

9. $f(-2)=5; f(-1)=4; f(0)=3; f(1)=2; f(2)=1$, rezultă $V_f = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Răspuns C.

10. 25 km/h 4 ore

20 km/h x ore.

Deci $\frac{25}{20} = \frac{x}{4}$, rezultă $x = 5$ ore. Răspuns A.

11. Raza cercului circumscris hexagonului regulat este egală cu latura hexagonului, deci $R = 6$ cm. Răspuns D.

12. $EF \parallel NP \xrightarrow{\text{Thales}} \frac{ME}{MN} = \frac{MF}{MP}$, deci $MP = 12$ cm. Răspuns B.

III.

13. a) $\left. \begin{array}{l} A + B = 46 \\ B - 5 = A + 5 - 6 \Rightarrow B = A + 4 \end{array} \right\} \Rightarrow A + A + 4 = 46 \Rightarrow A = 21 \text{ elevi.}$

b) $B = 46 - 21 \Rightarrow B = 25$ elevi.

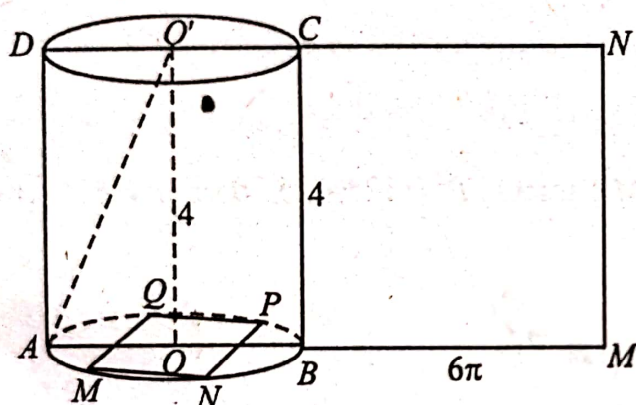
$$14. \text{ a) } E(x) = \left(\frac{x}{x-4} + \frac{x-4}{x} - 1 \right) : \frac{x^2 - 4x + 16}{2x} =$$

$$= \frac{x^2 + x^2 - 8x + 16 - x^2 + 4x}{x(x-4)} \cdot \frac{2x}{x^2 - 4x + 16} = \frac{x^2 - 4x + 16}{x(x-4)} \cdot \frac{2x}{x^2 - 4x + 16} = \frac{2}{x-4}.$$

$$\text{b) } \frac{2}{x-4} > 0 \text{ dacă } x-4 > 0, \text{ deoarece } 2 > 0; \text{ obținem } x > 4, \text{ deci } x \in (4; \infty);$$

$$\text{c) } E(a) \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2}{a-4} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a-4 \in \{\pm 1; \pm 2\} \Rightarrow a \in \{5; 3; 6; 2\}$$

15. a)



$$\text{b) } BM = 2\pi R = 6\pi \Rightarrow R = 3 \text{ cm.}$$

$$A_t = A_{\text{lat}} + 2A_b$$

$$A_{\text{lat}} = 2\pi R h$$

$$A_{\text{lat}} = 2\pi \cdot 3 \cdot 4 = 24\pi \text{ și}$$

$$A_{\text{bazei}} = \pi R^2 = 9\pi$$

$$A_{\text{totală}} = 42\pi \text{ cm}^2.$$

$$\text{c) Calculăm } A_{AO'B} \text{ în două moduri: } \frac{AB \cdot OO'}{2} = \frac{AO' \cdot O'B \cdot \sin \widehat{AO'B}}{2}, \text{ deci}$$

$$6 \cdot 4 = 25 \sin \widehat{AO'B}.$$

$$\text{În } \triangle OO'A: m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} AO'^2 = AO^2 + O'O^2, \text{ deci } AO' = 5 \text{ cm și } \sin \widehat{AO'B} = \frac{24}{25}.$$

$$\text{d) } Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{18 \cdot 4}{3} = 24 \text{ cm}^3.$$

$$\text{Diagonala pătratului este } AB = 6 \text{ cm, rezultă } A_{\text{bazei}} = \frac{6^2}{2} = 18 \text{ cm}^2.$$

Varianta 76

I.

1. 4. 2. 3,6. 3. 144. 4. 9. 5. 6. 6. 22. 7. 4. 8. 144.

II.

$$9. 7 + 2\sqrt{10} - 7 + 2\sqrt{10} = 4\sqrt{10}. \text{ Răspuns B.}$$

$$10. E(x) = \frac{2-5+x}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} = 1. \text{ Răspuns D.}$$

11. Fie $ABCD$ trapezul cu $AB = 12$ cm, $DC = 8$ cm, $m(\angle ABC) = 45^\circ$. Ducem $CE \perp AB$ și rezultă $\triangle CEB$ dreptunghic isoscel, deci $EB = CE = 12 - 8 = 4$ cm. Aria trapezului $\frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(12+8) \cdot 4}{2} = 40$ cm². Răspuns C.

12. Raza cercului înscris triunghiului echilateral: $\frac{1}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) Fie x , respectiv y numărul de bomboane care revin fiecărui copil, în cele două situații: $\left. \begin{array}{l} 4x + 3 = 71 \Rightarrow x = 17 \\ 6y + 5 = 71 \Rightarrow y = 11 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{DA, ar putea fi 71 de bomboane}$

b) Dacă s-ar împărți câte o bomboană celor 6 copii, atunci $6 \cdot 1 + 5 = 11$, deci ar fi 11 bomboane. Din $4 \cdot x + 3 = 11$ rezultă că $x = 2$ bomboane ar reveni fiecărui copil din cei 4. Deci minim 11 bomboane.

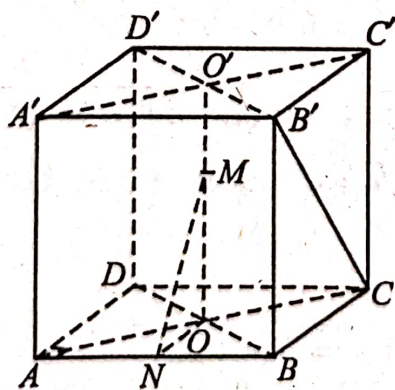
14. a) $m = 1 \Rightarrow f(x) = 2x - 1$; $f(0) = -1 \Rightarrow A(0; -1)$; $f(1) = 1 \Rightarrow B(1; 1)$;

b) $m = 2 \Rightarrow f_1(x) = 4x$; $m = -2 \Rightarrow f_2(x) = -4x - 4$

$f_1(x) = f_2(x) \Rightarrow 4x = -4x - 4 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$; $f_1\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow P\left(-\frac{1}{2}; -2\right)$;

c) $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2m \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + m - 2 = -m + m - 2 = -2$, deci pentru orice $m \in \mathbb{R}$, punctul $P \in G_f$.

15. a)



b) $A'C' \parallel AC$, dar $AC \perp BD$, rezultă $m(\widehat{A'C'; BD}) = 90^\circ$.

c) $MABCD$ piramidă patrulateră regulată; atunci piciorul înălțimii din M pe $(ABCD)$ coincide cu centru bazei, O . Cum $\left. \begin{array}{l} MO \perp (ABCD) \\ OO' \perp (ABCD) \end{array} \right\} \Rightarrow M, O, O' \text{ coliniare.}$

d) Fie N mijlocul muchiei AB ; atunci MN este apotema piramidei $MABCD$. În $\triangle MON$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow MO^2 = MN^2 - ON^2$, de unde $MO = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$ cm.

Varianța 77

I.

1. 47. 2. 100. 3. 50. 4. 20. 5. 70. 6. 12. 7. 288. 8. 96.

II.

9. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = \sqrt{3}$. Răspuns A.

10. Din $f(1) = 1$ rezultă $m - 1 + m = 1$, deci $m = 1$. Răspuns B.

11. Perimetrul rombului este $4l = 16$, $l = 4$ cm. Rombul care are un unghi de 60° este format din două triunghiuri echilaterale, deci $A_{\text{romb}} = 2 \cdot \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Răspuns C.

12. $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Răspuns D.

III.

13. a) $n = 100a + 10b + c + 100b + 10c + a + 100c + 10a + b$;
 $n = 111a + 111b + 111c$; $n = 111(a + b + c)$

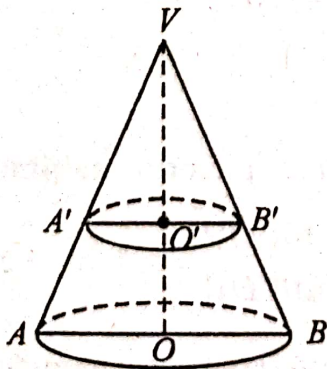
b) $b = a + 1$; $c = a + 2$ rezultă $n = 111(a + a + 1 + a + 2)$, deci $n = 333(a + 1)$; cel mai mare n de trei cifre este 999 și atunci $a + 1 = 3$; obținem $a = 2$, $b = 3$, $c = 4$.

14. a) $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$;

b) $p = y^2 + 4y + 5 = y^2 + 4y + 4 + 1 = (y + 2)^2 + 1$; dar $(y + 2)^2 \geq 0$ și $1 > 0$, rezultă $p > 0$, $\forall y \in \mathbb{R}$.

c) $A = \sqrt{x^2 - 10x + 25 + 4} + \sqrt{y^2 + 4y + 4 + 1}$; $A = \sqrt{(x - 5)^2 + 4} + \sqrt{(y + 2)^2 + 1}$;
 dar $(x - 5)^2 \geq 0$ și $(y + 2)^2 \geq 0$, rezultă $A \geq \sqrt{4} + \sqrt{1}$, deci $A \geq 3$ (cea mai mică valoare a numărului A este 3).

15. a)



b) $AB = 8 \Rightarrow R = 4$ cm.

$$P_{VAB} = 18 \Rightarrow 2VA + 8 = 18 \Rightarrow VA = 5 \text{ cm.}$$

$$A_{\text{tot}} = A_{\text{lat}} + A_b = \pi R G + \pi R^2 = 20\pi + 16\pi = 36\pi \text{ cm}^2.$$

c) Fie x raza cercului circumscris triunghiului VAB și P centrul acestui cerc. Atunci $AP = VP = x$, cu P situat pe dreapta VO .

În $\triangle AOP$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow x^2 = (x - VO)^2 + 16$; dar $VO^2 = VA^2 - AO^2 \Rightarrow VO = 3$ cm și obținem $x^2 = (x - 3)^2 + 16 \Rightarrow x^2 = 9 - 6x + x^2 + 16$, de unde $x = \frac{25}{6}$ cm.

$$d) VO' = \frac{2}{3}VO = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2 \text{ cm} \Rightarrow OO' = 1 \text{ cm}; \frac{O'B'}{OB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{O'B'}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow O'B' = \frac{8}{3} \text{ cm}.$$

$$Vol = \frac{\pi h}{3}(OB^2 + O'B'^2 + OB \cdot O'B'); Vol = \frac{\pi}{3}\left(16 + \frac{64}{9} + \frac{32}{3}\right) \Rightarrow Vol = \frac{304\pi}{27} \text{ cm}^3.$$

Testul 78

I.

1. 99. 2. 104. 3. 20. 4. 8. 5. 18. 6. 30. 7. 60. 8. 175.

II.

9. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, deci numărul este 17. *Răspuns D.*

10. $3a + 2b - 3c = 3(a - c) + 2b = 3 \cdot 3 + 2 \cdot (-5) = 9 - 10 = -1$. *Răspuns B.*

11. Fie centrul cercului O ; atunci $m(\angle AOB) = m(\widehat{AB}) = 60^\circ$; dar $\triangle AOB$ isoscel, rezultă că $\triangle AOB$ este echilateral, deci $OA = 5$ cm. Lungimea cercului este $2\pi R = 10\pi$ cm. *Răspuns D.*

12. Muchia cubului este de 3 cm, deci lungimea desfășurării sale este egală cu $4 \cdot 3 = 12$ cm. Aria dreptunghiului este de $12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}^2$. *Răspuns A.*

III.

13. a) $A = D + 6$ și $A = T - 8$

$$T - D = (A + 8) - (A - 6) \Rightarrow T - D = 14 \text{ exerciții};$$

b) $D = \frac{5}{8}A \Rightarrow A - 6 = \frac{5}{8}A \Rightarrow 8A - 48 = 5A \Rightarrow 3A = 48$, deci Ana a rezolvat 16 exerciții.

$$14. a) xy = \sqrt{(4 - \sqrt{7})(4 + \sqrt{7})} = \sqrt{16 - 7} = \sqrt{9} = 3$$

$$b) (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 4 - \sqrt{7} + 4 + \sqrt{7} - 2 \cdot 3 = 2;$$

$$c) \frac{x - y}{\sqrt{2}} = -1 \in \mathbb{Z} \text{ și } -1 < 0.$$

$$\sqrt{4 - \sqrt{7}} < \sqrt{4 + \sqrt{7}} \Rightarrow x < y \Rightarrow x - y = \pm\sqrt{2}; \text{ dar } x < y \Rightarrow x - y < 0 \Rightarrow x - y = -\sqrt{2}.$$



III.

$$13. \quad \left. \begin{array}{l} a) \quad g = 2b \\ g - 20 = b + 18 \end{array} \right\} \Rightarrow 2b - 20 = b + 18 \Rightarrow b = 38 \text{ biologi}$$

$$b) \quad g = 2 \cdot 38 = 76 \text{ geologi.}$$

A doua săptămână: $76 - 20 + 38 + 18 = 112$ specialiști

$$14. \quad a) \quad A(a; 0) \in G_f \Rightarrow f(a) = 0 \Rightarrow (2a + 3)a + 1 = 0 \Rightarrow 2a^2 + 3a + 1 = 0.$$

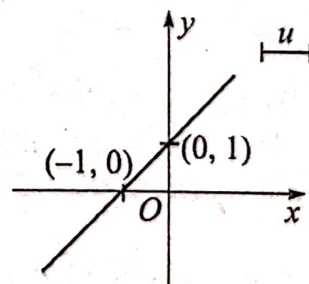
$$\text{Obținem } a_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3 \pm 1}{4}, \text{ adică } a = -1 \text{ sau } a = -\frac{1}{2}.$$

$$b) \quad f(x) = x + 1 \Rightarrow f(0) = 1, f(-1) = 0;$$

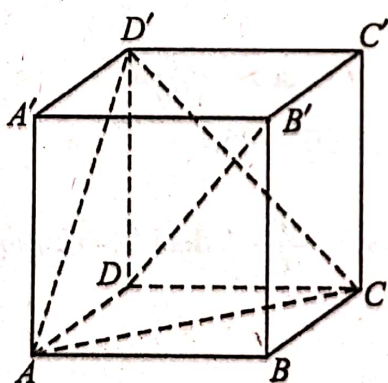
$$c) \quad f(x) = x + 1.$$

$$N = f(n) \cdot f(n+2) + 1 = (n+1)(n+2+1) + 1 = (n+1)(n+1+2) + 1.$$

$$\text{Notăm } n+1 = x \text{ și obținem } N = x(x+2) + 1 = x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = (n+2)^2 \text{ pătrat perfect.}$$



15. a)

b) $\triangle ACD'$ echilateral, deci

$$P_{ACD'} = 3AC = 3 \cdot 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2} \text{ cm.}$$

c) Toate muchiiile piramidei $ACB'D'$ sunt diagonale în pătrate congruente;

$$A_{\text{tot}} = 4 \cdot A_{ACD'} = 4 \cdot \frac{(6\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

d) $\triangle D'AC$ echilateral și $DA = DC = DD'$, rezultă că piramida cu vârful D și bază $D'AC$ este regulată, deci înălțimea din D a piramidei cade în centrul bazei $D'AC$. $\triangle D'AC$ echilateral și $B'D' = B'C = B'A$, rezultă că piramida cu vârful în B' și bază $D'AC$ este regulată, deci înălțimea din B' a piramidei cade în centrul bazei $D'AC$. Dar un triunghi echilateral are un singur centru de greutate, G , deci D, G, B' coliniare și $DB' \perp (D'AC)$.

Varianta 80

I.

1. 11. 2. -12. 3. $-\frac{5}{3}$. 4. $\frac{2}{5}$. 5. 26. 6. 16. 7. 4. 8. 3.

II.

9. Sunt 100 de termeni, iar $1 - 2 = -1$; $3 - 4 = -1$; ...; $99 - 100 = -1$, deci suma este $-1 \cdot 50 = -50$. *Răspuns D.*

10. Din $x = 3$; $y = 1$ rezultă $3 + 3 \cdot 1 = 6$, deci $(3; 1)$. *Răspuns C.*

11. $P_{\triangle ABD} = AB + AD + BD$; orice punct de pe mediatoarea unui segment se află la distanță egală de capetele segmentului, rezultă că $BD = DC$, deci $P_{\triangle ABD} = AB + AD + DC = AB + AC = 20$ cm. *Răspuns B.*

12. $DB = DC + CB = \frac{AC}{2} + CB = 8 + 16 = 24$ cm. *Răspuns D.*

III.

13. a) În prima zi: $\frac{30}{100}S$; a doua zi: $\frac{40}{100}S$; a treia zi: $\frac{25}{100}S$.

Cheltuiește mai mult a doua zi pentru că $40 > 30 > 25$.

b) $\left(\frac{30}{100} + \frac{40}{100} + \frac{25}{100}\right)S + 600 = S \Rightarrow 600 = S - \frac{95}{100}S$, deci $S = 12000$ lei.

În prima zi a cheltuit $\frac{30}{100} \cdot 12000 = 3600$ lei.

14. a) $f(1) = \frac{1-1}{2} = 0 \neq 1 \Rightarrow D \notin G_f$; $f(-1) = \frac{-1-1}{2} = -1 \Rightarrow P \in G_f$;

$Q \notin G_f$ pentru că $-3 \notin [-2; 3]$.

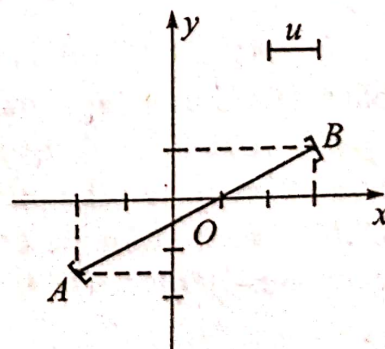
b) $f(-2) = -\frac{3}{2} \Rightarrow A\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$; $f(3) = 1 \Rightarrow B(3; 1)$.

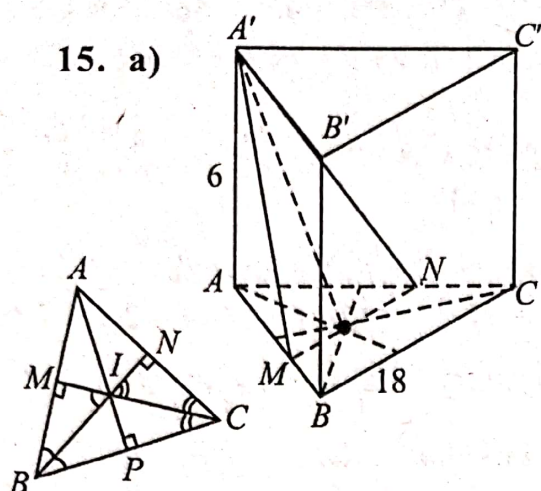
$G_f = [AB]$;

c) $4 \cdot \frac{x-1}{2} - x\sqrt{2} < 4$; $2x - 2 - x\sqrt{2} < 4$;

$x(2 - \sqrt{2}) < 6$; $x < \frac{6(2 + \sqrt{2})}{2} \Rightarrow x < 3(2 + \sqrt{2})$;

dar $\sqrt{2} \approx 1,41$, deci $3(2 + \sqrt{2}) \approx 10,23$ și, cum $x \in \mathbb{N}$ și $x \in [-2; 3]$, rezultă $x \in \{0; 1; 2; 3\}$.





b) Din $MN \parallel BC$ rezultă $\angle MIB \equiv \angle IBC$; dar $\angle IBC \equiv \angle IBM \Rightarrow \triangle MIB$ isoscel $\Rightarrow MI = MB$.
Din $MN \parallel BC$ rezultă $\angle NIC \equiv \angle ICB$; dar $\angle ICB \equiv \angle ICN$, rezultă $\triangle NIC$ isoscel și atunci $NI = NC$.

$$BM + NC = MI + IN = MN.$$

c) $A_t = A_{lat} + 2A_b = P_b \cdot h + 2A_b =$
 $= 3 \cdot 18 \cdot 6 + 2 \cdot \frac{18^2 \sqrt{3}}{4} = 162(2 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2.$

d) Într-un triunghi echilateral bisectoarele sunt și mediane și înălțimi, deci $AI \perp BC$ și $\frac{AI}{AP} = \frac{2}{3}$, unde P este mijlocul lui $[BC]$. Din $AI \perp BC$ și $MN \parallel BC$ rezultă

$AI \perp MN$; dar $AA' \perp (ABC)$ și $AI, MN \subset (ABC) \Rightarrow A'I \perp MN$, deci $(\angle(ABC), (A'MN)) \equiv \angle A'IA$.

$$AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{18\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}; \quad \text{tg } \angle A'IA = \frac{AA'}{AI} = \frac{6}{6\sqrt{3}} \Rightarrow m(\widehat{A'IA}) = 30^\circ.$$

Varianța 81

I.

1. 32. 2. 505. 3. 3,(71). 4. 2. 5. 60. 6. 60. 7. 24. 8. 56.

II.

9. 10 muncitori 6 zile
 15 muncitori x zile

Deci $\frac{10}{15} = \frac{x}{6}$ și obținem 4 zile. Răspuns C.

10. $2x + 6 + 1 < 13 \Rightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3$, deci $S = \{0; 1; 2\}$. Răspuns D.

11. $\frac{l^2 \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Rightarrow l^2 = 36 \Rightarrow l = 6$, rezultă $P_\Delta = 3 \cdot l = 18 \text{ cm}$. Răspuns B.

12. $2x + 4x + 6x + 8x = 360^\circ \Rightarrow 20x = 360^\circ \Rightarrow x = 18^\circ$. Răspuns D.

III.

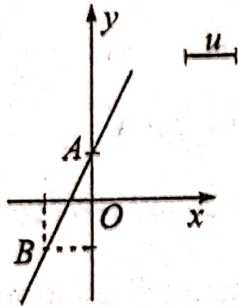
13. a) $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = k \Rightarrow a = 2k, b = 3k, c = 5k$

$$p\% 5k = 2k \Rightarrow p = \frac{200}{5} = 40 \Rightarrow 40\%$$

b) $(2k - 3k)^2 + (3k - 5k)^2 + (5k - 2k)^2 = 56; k^2 + 4k^2 + 9k^2 = 56; k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2$. Cum numerele sunt naturale, rezultă $k = 2$. Deci $a = 4; b = 6; c = 10$.

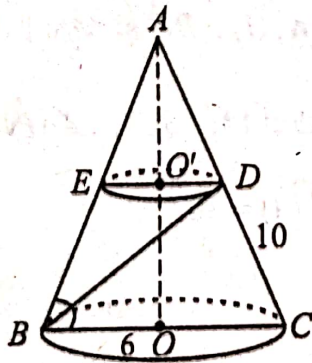
14. a) $f(\sqrt{2}) \cdot f(\sqrt{2} - 1) = (2\sqrt{2} + 1)(2(\sqrt{2} - 1) + 1) = (2\sqrt{2} + 1)(2\sqrt{2} - 1) = 4 \cdot 2 - 1 = 7$.

b) $f(0) = 1 \Rightarrow A(0; 1)$ și $f(-1) = -1 \Rightarrow B(-1; -1)$.



c) $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) - 2n = (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + (2 \cdot 3 + 1) + \dots + (2n + 1) - 2n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n) + 1 \cdot n - 2n = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n = n^2 + n - n = n^2$,
 $n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow \sqrt{n^2} = n \in \mathbb{N}$.

15. a)



b) $2AB + BC = 32$

Din $AO \perp (\mathcal{C}(0))$ și $B \in (\mathcal{C}(0))$ rezultă că proiecția generatoarei AB pe $(\mathcal{C}(0))$ este BO , deci

$\sphericalangle(AB; \mathcal{C}(0)) \equiv \sphericalangle ABO; \cos \widehat{ABO} = \frac{BO}{AB} = 0,6 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{BO}{AB} = \frac{3}{5}$; dar $BO = \frac{1}{2} BC \Rightarrow AB = \frac{5}{6} BC$ și atunci

$2 \cdot \frac{5}{6} BC + BC = 32 \Rightarrow 8BC = 3 \cdot 32 \Rightarrow BC = 12 \text{ cm}$,

deci raza este de 6 cm și $AB = 10 \text{ cm}$.

c) $Vol_{con} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 36 \cdot 8}{3} = 96 \pi \text{ cm}^3$.

În $\triangle ABO$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} AO^2 = AB^2 - BO^2$, rezultă $AO = 8 \text{ cm}$.

d) Cum $[BD]$ este bisectoarea unghiului ABC , rezultă $\widehat{EBD} \equiv \widehat{DBC}$, dar $\widehat{EDB} \equiv \widehat{DBC}$ (alterne interne), rezultă $\triangle EBD$ isoscel și atunci $ED = BE$, unde $DE \parallel BC$ și $E \in AB$; deci generatoarea trunchiului este $2r$:

$\frac{EO'}{BO} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow \frac{r}{6} = \frac{10 - 2r}{10} \Rightarrow 5r = 30 - 6r \Rightarrow r = \frac{30}{11}$ și, cum $g = \frac{60}{11}$, rezultă

$A_{lat.tr.} = \pi g(R + r) = \frac{60\pi}{11} \left(6 + \frac{30}{11} \right) = \frac{5760\pi}{121} \text{ cm}^2$.

Varianta 82

I.

1. 148. 2. 51,45. 3. 0. 4. 1; 2; 3; 4. 5. 1 sau 17. 6. 720. 7. 60. 8. 288.

II.

9. Din $x^2 = 4$ și $y^2 = 16$, rezultă $x = \pm 2$ și $y = \pm 4$; $x - y = (-2) - (+4) = -6$. Răspuns D.

10. $25\% a = 10 \Rightarrow a = 1000 : 25 = 40$. Răspuns C.

11. $m(\sphericalangle ABC) = 90^\circ$, rezultă că AC este diametrul cercului, deci $m(\sphericalangle ADC) = 90^\circ$.
Răspuns B.

12. $A_{\Delta COD} = \frac{1}{4} A_{ABCD} = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = 16 \text{ cm}^2$. Răspuns C.

III.

13. a) $\frac{\overline{ab}}{5} = \frac{\overline{bc}}{3} \Rightarrow (10a + b) \cdot 3 = (10b + c) \cdot 5 \Rightarrow 30a + 3b = 50b + 5c \Rightarrow 30a = 47b + 5c$.

Deoarece $30a$ este divizibil cu 5 și $5c$ divizibil cu 5, rezultă $47b : 5$; cum $b \neq 0$ și $b \leq 9$, obținem $b = 5$.

b) $30a = 47 \cdot 5 + 5c \Rightarrow 6a = 47 + c$; cum 47 impar și $6a$ par, rezultă c impar, deci $c \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$.

$$c = 1 \Rightarrow 6a = 48 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow 85 \text{ și } 51$$

$$c = 3 \Rightarrow 6a = 50 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

$$c = 5 \Rightarrow 6a = 52 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

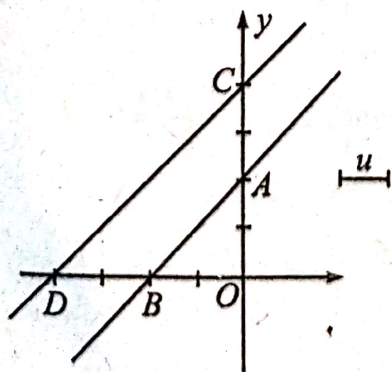
$$c = 7 \Rightarrow 6a = 54 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow 95 \text{ și } 57$$

$$c = 9 \Rightarrow 6a = 56 \Rightarrow a \notin \mathbb{N}$$

14. a) $(x + 2)(x + 4) = x^2 + 6x + 8$

b) $f(0) = 2 \Rightarrow A(0; 2)$; $f(-2) = 0 \Rightarrow B(-2; 0) \Rightarrow G_f = AB$

$g(0) = 4 \Rightarrow C(0; 4)$; $g(-4) = 0 \Rightarrow D(-4; 0) \Rightarrow G_g = CD$.



c) $G_f \parallel G_g \xrightarrow{\text{RTTh}} d(M; G_f) = \text{înălțimea trapezului } ACDB$. Dar cum A și B sunt mijloacele laturilor OC și OD , rezultă AB linie mijlocie, deci $h_{\text{trapez}} = \frac{1}{2} OP$, unde $OP \perp DC$.

$$\Delta ODC \text{ dreptunghic isoscel, rezultă } OP = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}, \text{ deci } d(M; G_f) = \sqrt{2} u.$$

b) Din $\overline{ba} = (a+b) \cdot 4 + 12$, cu $12 < a+b$, rezultă $a \in \{2; 4; 6; 8\}$ și $10b + a = 4a + 4b + 12 \Leftrightarrow 6b - 3a = 12 \Leftrightarrow 2b = a + 4$.

Pentru $a = 2$ obținem $b = 3$, dar $a + b < 12$, nu convine.

Pentru $a = 4$ obținem $b = 4$, dar $a + b < 12$, nu convine.

Pentru $a = 6$ obținem $b = 5$, dar $a + b < 12$, nu convine.

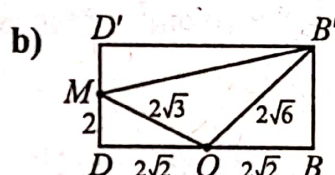
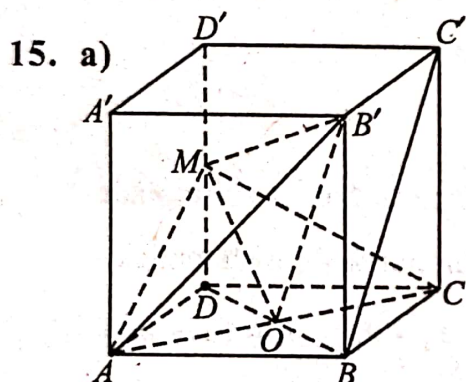
Pentru $a = 8$ obținem $b = 6$, convine. Deci $\overline{ab} = 86$.

14. a) $m_g = \sqrt{xy} = \sqrt{(5\sqrt{2}-7)(5\sqrt{2}+7)} = \sqrt{50-49} = 1$

b) $5\sqrt{2}-7 < \frac{1}{14} | (5\sqrt{2}+7) \Leftrightarrow 1 < \frac{5\sqrt{2}+7}{14} \Leftrightarrow 14 < 5\sqrt{2}+7 \Leftrightarrow 7 < 5\sqrt{2} \Leftrightarrow 49 < 50$ (A)

c) $\frac{x^4+y^4}{x^4y^4} = \frac{x^4+2x^2y^2+y^4-2x^2y^2}{(xy)^4} = \frac{(x^2+y^2)^2-2}{1} = (99-70\sqrt{2}+99+70\sqrt{2})^2 -$

$-2 = 198^2 - 2 \in \mathbb{N}$.



$DB = 4\sqrt{2} \Rightarrow OD = OB = 2\sqrt{2}$

$A_{MOB'} = A_{DBB'D'} - A_{DMO} - A_{OBB'} - A_{MD'B'} =$
 $= 16\sqrt{2} - \frac{4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} + 8\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}^2$

c) Planul $(AMO) = (AMC)$ și planul $(B'MO) = (BDD'B')$; $AC \perp DB$ și $AC \perp BB'$ rezultă $AC \perp (B'MO)$; dar $AC \subset (AMO) \Rightarrow (AMO) \perp (B'MO)$.

d) M mijlocul muchiei DD' și O mijlocul diagonalei DB , rezultă MO linie mijlocie în $\triangle D'DB$, deci $MO \parallel D'B$; dar $D'B$ este diagonală în cub și $D'A'BC$ dreptunghi, deci $\sphericalangle(A'C, MO) \equiv \sphericalangle BPC$, unde $A'C \cap D'B = \{P\}$.

În $\triangle A'CB$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} A'C^2 = A'B^2 + BC^2$, deci $A'C = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.

$A_{D'A'BC} = A'B \cdot BC = \frac{A'C^2 \cdot \sin \widehat{BPC}}{2}$; $A_{D'A'BC} = 4\sqrt{2} \cdot 4 = \frac{(4\sqrt{3})^2 \sin \widehat{BPC}}{2}$; obținem

$\sin \widehat{BPC} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Varianta 84

I.

1. 14. 2. 4. 3. 5. 4. c. 5. 300. 6. 7. 7. 45. 8. 4.

II.

9. $E = (1 - a + 1 + a - 1)^{2007} = 1^{2007} = 1$. Răspuns B.

10. $f(x) = g(x) \Rightarrow 2 - 3x = 2x - 3 \Rightarrow x = 1$; cum $f(1) = 2 - 3 = -1$, obținem $M(1; -1)$. Răspuns C.

11. $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{a+b+c}{6} = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ \Rightarrow c = 90^\circ$, deci triunghiul este dreptunghic. Răspuns B.

12. Fie $ABCD$ rombul care are $BD = 4$ cm și $AC = 2 BD = 8$ cm.

$$A_{\text{romb}} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{4 \cdot 8}{2} = 16 \text{ cm}^2. \text{ Răspuns D.}$$

III.

13. a) $18 + 15 - 27 = 33 - 27 = 6$ elevi participă la ambele olimpiade.

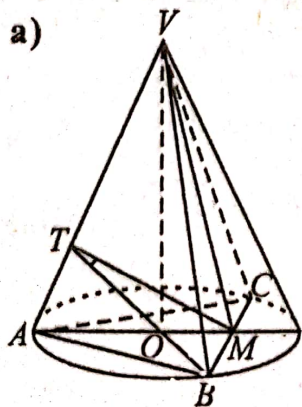
b) $18 - 6 = 12$ elevi participă numai la olimpiada de matematică

14. a) $\Delta = 0 \Rightarrow (2(m+1))^2 - 4(m^2 + m - 1) = 0 \Rightarrow 4m + 8 = 0 \Rightarrow m = -2$.

b) Ecuația are soluții reale diferite dacă $\Delta > 0$, adică $4m + 8 > 0$; obținem $m > -2$, de unde $m \in (-2; +\infty)$.

c) $m = 2 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 20}}{2}$; obținem $x = -5$ sau $x = -1$, deci $S = \{-1; -5\}$.

15. a)



b) $\triangle AVB$ dreptunghic isoscel $\stackrel{TP}{\Rightarrow} AB^2 = 2AV^2$; obținem $AV = 9\sqrt{2}$ cm.

$$\triangle AVB \equiv \triangle AVC \equiv \triangle BVC \text{ (C.C.)} \Rightarrow AB = AC = BC.$$

Dacă $VO \perp (ABC)$, obținem $AO = \frac{2}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm.

În $\triangle VOB$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \stackrel{TP}{\Rightarrow} VO^2 = VB^2 - BO^2$; obținem $VO^2 = (9\sqrt{2})^2 - (6\sqrt{3})^2$, de unde $VO = 3\sqrt{6}$ cm.

$$c) V_{con} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{\pi AO^2 \cdot VO}{3} = \frac{\pi \cdot (6\sqrt{3})^2 \cdot 3\sqrt{6}}{3} = 108\pi\sqrt{6} \text{ cm}^3.$$

d) Din $BM \perp AM$ și $BM \perp VO$ rezultă $BM \perp (AVM)$; ducem $MT \perp VA$, iar $MT, VA \subset (AVM) \xrightarrow{r3p} BT \perp AV$.

$$\left. \begin{array}{l} (AVM) \cap (AVB) = AV \\ BT \perp AV \\ MT \perp AV \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((AVM); (AVB)) \equiv \sphericalangle BTM.$$

$$\text{În } \triangle BTM : m(\hat{M}) = 90^\circ : \operatorname{tg} \widehat{BTM} = \frac{BM}{TM} = \frac{9}{9} = 1 \Rightarrow m(\widehat{BTM}) = 45^\circ$$

$$A_{AVM} = \frac{VO \cdot AM}{2} = \frac{MT \cdot AV}{2} \Rightarrow 3\sqrt{6} \cdot 9\sqrt{3} = MT \cdot 9\sqrt{2} \Rightarrow MT = 9 \text{ cm}.$$

Varianta 85

I.

1. 405. 2. 8. 3. 12. 4. 2. 5. 40. 6. 4. 7. 25. 8. 36.

II.

$$9. 3x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{6} = \frac{1 \pm 7}{6} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{4}{3}; -1 \right\}. \text{ Răspuns A.}$$

$$10. 3\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} - 2\frac{1}{2} = \frac{11}{3} \cdot \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{11}{2} - \frac{5}{2} = 3. \text{ Răspuns A.}$$

$$11. \text{ Fie } AB = 6\sqrt{3} \text{ și } A'B' \text{ proiecția segmentului } AB \text{ pe planul } \alpha; \text{ atunci } A'B' = AB \cos(\sphericalangle(AB; \alpha)), \text{ rezultă } A'B' = 6\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ cm. Răspuns C.}$$

$$12. \text{ Diametrul este de 12 cm, deci } R = 6 \text{ cm. Aria sectorului este egală cu } \frac{u^\circ \pi R^2}{360^\circ} = \frac{30^\circ \pi \cdot 36}{360^\circ} = 3\pi \text{ cm}^2. \text{ Răspuns B.}$$

III.

$$13. a) \overline{xy} = 6c + 4 \Rightarrow c \in \{1; 2; \dots; 15\} \Rightarrow 15 \text{ numere}$$

$$10 : 6 = 1 \text{ rest } 4 \Rightarrow 6 \cdot 1 + 4 = 10$$

$$99 : 6 = 16 \text{ rest } 3 \Rightarrow 6 \cdot 15 + 4 = 94$$

$$b) D = \hat{I} \cdot C + R \text{ cu } R < \hat{I} \Rightarrow D = 4\hat{I} + 6 \text{ cu } 6 < \hat{I}.$$

$$D + C + \hat{I} = 260 \Rightarrow D + \hat{I} = 256$$

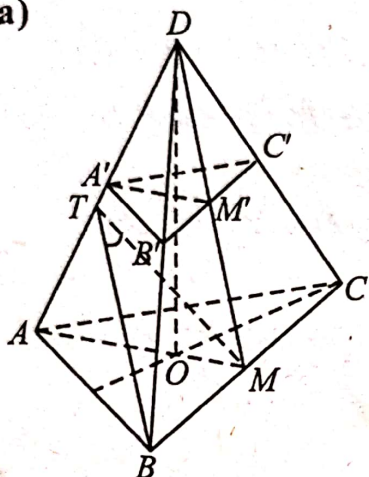
$$4\hat{I} + 6 + \hat{I} = 256 \Rightarrow 5\hat{I} = 250 \Rightarrow \hat{I} = 50 \text{ și } D = 206$$

14. a) $ab = \sqrt{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})} = \sqrt{4-2} = \sqrt{2}.$

b) $(a+b)^2 = 2 - \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 2(2+\sqrt{2})$

c) $\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(2+\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2}{2} = \sqrt{2}+1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{b}{a} - \sqrt{2} = \sqrt{2}+1-\sqrt{2} = 1 \in \mathbb{Q}.$

15. a)



b) Fie M mijlocul laturii BC

$$A_{ABC} = 27\sqrt{3} \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = 4 \cdot 27 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = 6\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$OM = \frac{1}{3} AM = \frac{1}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 3 \text{ cm}$$

În $\triangle DOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} \Rightarrow DM^2 = DO^2 + OM^2$; obținem $DM^2 = 16 + 9$, de unde $DM = 5 \text{ cm}.$

c) $Vol_{tr} = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}) = \frac{2}{3} \left(27\sqrt{3} + \frac{27\sqrt{3}}{4} + \frac{27\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{63\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^3;$

$$A'B' = \frac{AB}{2} = 3\sqrt{3} \text{ cm}.$$

d) $BM \perp AM, BM \perp DO \Rightarrow BM \perp (AMD)$; ducem $MT \perp AD$ și

$$MT, AD \subset (MAD) \xrightarrow{T3P} \Rightarrow BT \perp AD$$

$$\left. \begin{array}{l} (MAD) \cap (DAB) = AD \\ MT \perp AD \\ BT \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow \sphericalangle((MAD); (ABD)) \equiv \sphericalangle MTB.$$

În $\triangle TBM$: $m(\hat{M}) = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MTB} = \frac{BM}{MT}.$

$$A_{DAM} = \frac{AM \cdot DO}{2} = \frac{MT \cdot AD}{2} \Rightarrow MT = \frac{9 \cdot 4}{2\sqrt{13}} = \frac{18}{\sqrt{13}} \text{ cm}.$$

$$AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ cm} \Rightarrow AO = \frac{2}{3} AM = 6 \text{ cm}$$

În $\triangle AOD$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} \Rightarrow AD^2 = DO^2 + AO^2$; obținem $AD^2 = 4^2 + 6^2$, de unde

$$AD = 2\sqrt{13} \text{ cm}; \widehat{MTB} = \frac{3\sqrt{3}}{\frac{18}{\sqrt{13}}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{13}}{18} = \frac{\sqrt{39}}{6}.$$

Varianta 86

I.

1. 91. 2. 5. 3. 4. 4. $\frac{1}{2}$. 5. 56. 6. 20. 7. $100\sqrt{3}$. 8. 200.

II.

9. $4 - 4\sqrt{3} + 3 + 4 - 5 = 6 - 4\sqrt{3}$. Răspuns C.

10. $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{(5\sqrt{6} - 5\sqrt{2})(5\sqrt{6} + 5\sqrt{2})} = \sqrt{25 \cdot 6 - 25 \cdot 2} = 10$. Răspuns A.

11. Măsura unghiului exterior este: $60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$. Răspuns B.

12. $P_1 = 12 \Rightarrow l_1 = 4$ cm și $P_2 = 15 \Rightarrow l_2 = 5$ cm.

$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_1^2 \sqrt{3}}{4} : \frac{l_2^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{16\sqrt{3}}{4} : \frac{25\sqrt{3}}{4} = \frac{16}{25}$. Răspuns D.

III.

13. a) În prima zi: cheltuiește $\frac{2}{3}x + 15$ lei; rămân $\frac{1}{3}x - 15$ lei.

A doua zi: cheltuiește $40\% \left(\frac{1}{3}x - 15\right) = \frac{2}{15}x - 6$; rămân $\frac{1}{3}x - 15 - \frac{2}{15}x + 6 = \frac{1}{5}x - 9$,

adică $\frac{1}{5}x - 9 = 27$, de unde $x = 180$ lei.

b) A doua zi: cheltuiește $\frac{2}{15} \cdot 180 - 6 = 18$ lei.

14. a) $E(x)$ este bine definită pentru $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

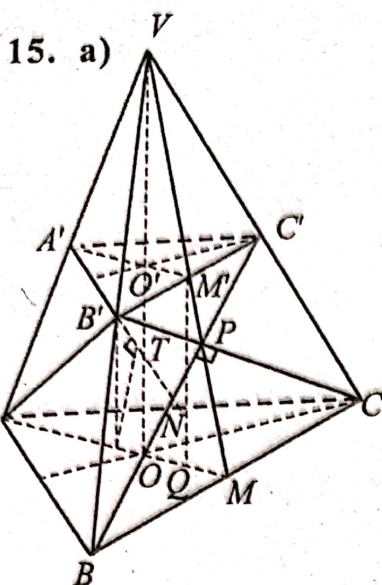
$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = -2$ sau $x = 2$.

b) $x^3 + 2x^2 - 3x - 6 = x^2(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(x^2 - 3)$.

$$E(x) = \frac{(x+2)(x^2-3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2-3}{x-2}.$$

c) $E(a) \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - 2 \mid a^2 - 3$; dar $a - 2 \mid a - 2 \Rightarrow a - 2 \mid (a^2 - 3) - (a^2 - 2a)$

$$\Rightarrow a - 2 \mid 2a - 3 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \text{dar } a - 2 \mid 2a - 4 \end{array} \right\} \Rightarrow a - 2 \mid 1 \Rightarrow a \in \{3; 1\}.$$



b) Fie M mijlocul laturii BC , M' mijlocul laturii $B'C'$ și $BC' \cap B'C = \{P\}$.

$BCC'B'$ trapez isoscel, rezultă $\triangle BPC$ triunghi dreptunghic isoscel, deci PM mediană și atunci $PM = \frac{AB}{2}$, adică $PM = 12$ cm.

$\triangle B'PC'$ dreptunghic isoscel, rezultă PM' mediană și atunci $PM' = \frac{B'C'}{2}$, de unde $PM' = 6$ cm.

Deci $MM' = 12 + 6 = 18$ cm.

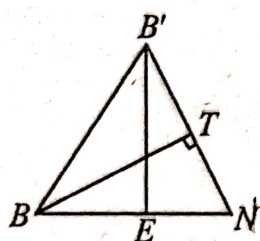
c) În trapezul dreptunghic $O'M'MO$ avem: $OM = \frac{24\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = 4\sqrt{3}$ cm;

$O'M' = \frac{12\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3} = 2\sqrt{3}$ cm și $MM' = 18$ cm. Fie $M'Q \perp AM \xrightarrow{TP} M'M^2 = M'Q^2 + QM^2$;

atunci $18^2 = M'Q^2 + (4\sqrt{3} - 2\sqrt{3})^2$, de unde $M'Q = 2\sqrt{78}$ cm.

$$Vol = \frac{h}{3}(A_B + A_b + \sqrt{A_B \cdot A_b}) \Rightarrow Vol = \frac{2\sqrt{78}}{3} \left(\frac{24^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} + \frac{24 \cdot 12 \sqrt{3}}{4} \right) = 504\sqrt{26} \text{ cm}^3.$$

d) Fie N mijlocul laturii AC . Atunci $BN \perp AC$ și $B'N \perp AC$, rezultă $AC \perp (BNB')$. Ducem $BT \perp B'N$ cu $T \in B'N$ și atunci $BT \subset (BNB')$, deci $AC \perp BT$.



$\left. \begin{array}{l} BT \perp AC \\ BT \perp B'N \end{array} \right\} \Rightarrow BT \perp (AB'C) \Rightarrow d(B; (AB'C)) = BT$, care este înălțime în $\triangle BB'N$.

$$A_{BB'N} = \frac{BN \cdot B'E}{2} = \frac{B'N \cdot BT}{2}, \text{ unde } B'E \perp BN$$

$$12\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{78} = 6\sqrt{14} \cdot BT \Rightarrow BT = \frac{12\sqrt{91}}{7} \text{ cm.}$$

$$BE = BO - B'O' = \frac{2}{3} \cdot \frac{24\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ cm și } EN = BN - BE = \frac{24\sqrt{3}}{2} - 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm;}$$

din teorema lui Pitagora obținem $B'N^2 = B'E^2 + EN^2 \Rightarrow B'N^2 = (2\sqrt{78})^2 + (8\sqrt{3})^2 \Rightarrow B'N = 6\sqrt{14}$ cm.

Varianta 87

I.

1. 105. 2. 18. 3. $(-\infty; 1]$. 4. 336. 5. 1,2. 6. 32. 7. 150. 8. $27\sqrt{3}$.

II.

9. $x^2 + 6x - 55 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 220}}{2} = \frac{-6 \pm 16}{2} \Rightarrow x \in \{5; -11\}$. Răspuns C.

10. $E(x) = \frac{x^2 - 2x + 1 - 4}{(x-3)^2} = \frac{(x-1)^2 - 4}{(x-3)^2} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-3)^2} = \frac{x+1}{x-3}$. Răspuns D.

11. $\triangle ABC$ isoscel, AD înălțime, AD bisectoare, rezultă $m(\angle CAD) = 60^\circ$, deci $m(\angle ACD) = 30^\circ$; atunci $AD = \frac{AC}{2} = 12$ cm. Răspuns D.

12. Dacă $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ este hexagonul regulat, atunci din A_1 ducem 3 diagonale, din A_2 ducem 3 diagonale, din A_3 ducem 2 diagonale, din A_4 ducem o diagonală; în total vor fi $3 + 3 + 2 + 1 = 9$ diagonale. Răspuns A.

III.

13. a) $103 - 43 = 60$ termeni;

b) Cel mai mic termen al sumei este $\frac{1}{103}$, deci toți termenii sunt mai mari decât $\frac{1}{103}$, rezultă $S > \frac{60}{103}$; dar $\frac{60}{103} > \frac{60}{120}$, rezultă $S > \frac{1}{2}$ (1)

Cel mai mare termen al sumei este $\frac{1}{44}$, deci toți termenii sumei sunt mai mici decât $\frac{1}{44}$, rezultă $S < \frac{60}{44}$; dar $\frac{60}{44} < \frac{60}{40}$, rezultă $S < \frac{3}{2}$ (2)

Din (1) și (2) obținem $\frac{1}{2} < S < \frac{3}{2}$.

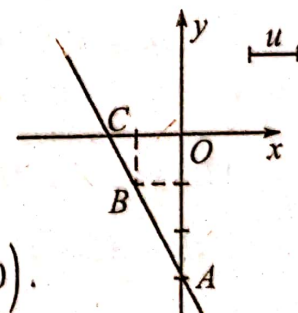
14. a) $\left. \begin{array}{l} f(0) = -3 \Rightarrow A(0; -3) \\ f(-1) = -1 \Rightarrow B(-1, -1) \end{array} \right\} \Rightarrow G_f = AB$

b) $G_f \cap Ox: f(x) = 0 \Rightarrow -2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \Rightarrow C\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$.

$A_{AOC} = \frac{CO \cdot OA}{2} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}}{2} = \frac{9}{4} u^2$.

c) $\frac{f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{(-2\sqrt{3} - 3) - (-2\sqrt{2} - 3)}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{-2\sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{2} + 3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{-2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} =$

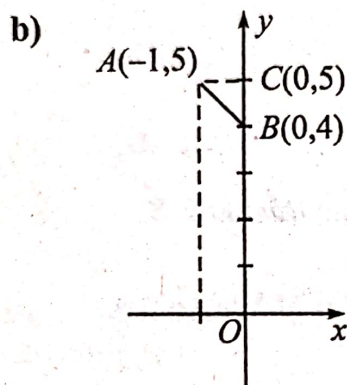
$= -2 \in \mathbb{Q}$.



$$+\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{6}}-\frac{1}{\sqrt{7}}+\frac{1}{\sqrt{7}}-\frac{1}{\sqrt{8}}+\frac{1}{\sqrt{8}}-\frac{1}{\sqrt{9}}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\in\mathbb{Q}, \quad c=0, (5)\cdot 1\frac{4}{5}=\frac{5}{9}\cdot\frac{9}{5}=1\in\mathbb{Q};$$

b) $\sqrt{0,4} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$; $e = \sqrt{18007} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ pentru că nici un pătrat perfect nu are ca ultimă cifră 7.

14. a) Din $f(-1) = 5$ și $f(0) = 4$ rezultă $-a + b = 5$ și $b = 4$, de unde $a = -1$ și $b = 4$.
Obținem $f(x) = -x + 4$.



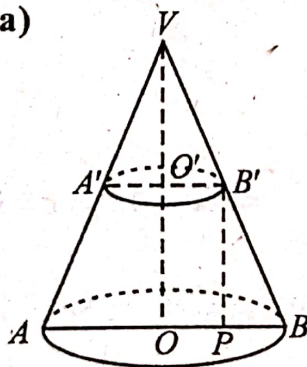
File $C(0, 5)$.

In $\triangle ABC$: $m(\hat{C}) = 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

c). $f(x) = -x + 4$

$$f(x) = x \Rightarrow -x + 4 = x \Rightarrow 2x = 4 \text{ obținem } M(2, 2).$$

15. a)



$$\text{b) } \frac{r}{3} = \frac{h}{4} = \frac{g}{5} \Rightarrow \frac{15}{3} = \frac{h}{4} = \frac{g}{5} \Rightarrow h = 20 \text{ cm.}$$

c) $g = 25 \text{ cm.}$

Fie $B'P \perp AB \Rightarrow B'B^2 = B'P^2 + PB^2$; obținem $PB^2 = 25^2 - 20^2$, de unde $PB = 15$ cm,
deci $R = 30$ cm; $A_{lat} = \pi g(R + r) = \pi \cdot 25 \cdot (15 + 30) = 1125\pi$ cm².

$$\text{d) } \frac{r}{R} = \frac{VO'}{VO} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{VO'}{VO' + 20} \Rightarrow VO' = 20 \text{ cm} \Rightarrow VO = 40 \text{ cm}.$$

$$Vol = \frac{\pi R^2 \cdot VO}{3} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 40}{3} = 12000\pi \text{ cm}^3.$$

Varianta 89

I.

1. 175. 2. 9753. 3. 245. 4. 5. 5. 125. 6. 360. 7. 2. 8. 400.

II.

9. $x^2 + 6x + 9 + 2x^2 + 4x + 2 = 11 \Rightarrow 3x^2 + 10x = 0 \Rightarrow x(3x + 10) = 0$; obținem $x = 0$ sau $3x + 10 = 0$, deci $x \in \left\{0; -\frac{10}{3}\right\}$. Răspuns D.

10. $\frac{2x+3}{x} = \frac{2x(2x+3)}{2x \cdot x} = \frac{4x^2+6x}{2x^2}$. Răspuns B.

11. Cum $2\pi R = 10\pi$, rezultă diametrul $2R = 10$ m. Răspuns B.

12. $\frac{DE}{AD} = \frac{1}{4}$. Fie $DM \parallel BC$ cu $M \in AB$ și $DM \cap EF = \{N\}$, atunci $NF = MB = 4$ cm.

În $\triangle DAM$, $EN \parallel AM \Rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{EN}{AM}$, deci $\frac{1}{4} = \frac{EN}{8-4}$ și atunci $EN = 1$ cm și $EF = 5$ cm.
Răspuns C.

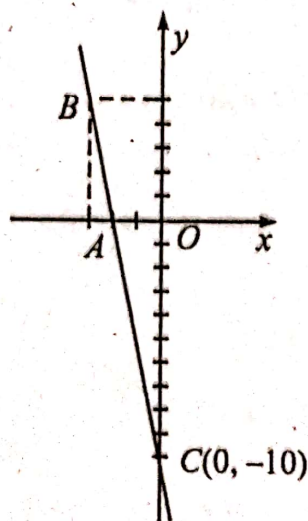
III.

13. a) $20c - 10g = 220$ și $c + g = 20 \Rightarrow \begin{cases} 2c - g = 22 \\ c + g = 20 \end{cases} \Rightarrow 3c = 42 \Rightarrow c = 14$.

b) $20c - 10g > 350 \Rightarrow 2c - g > 35$; dar $g = 20 - c \Rightarrow 2c - 20 + c > 35 \Rightarrow 3c > 55 \Rightarrow c > \frac{55}{3} \approx 18,3$, deci elevul ar fi trebuit să dea 19 răspunsuri corecte.

14. a) $f(-2) = 0 \Rightarrow -2m + m - 5 = 0 \Rightarrow m = -5$

b) $f(x) = -5x - 10$; $f(-2) = 0 \Rightarrow A(-2; 0)$; $f(-3) = 5 \Rightarrow B(-3; 5)$.



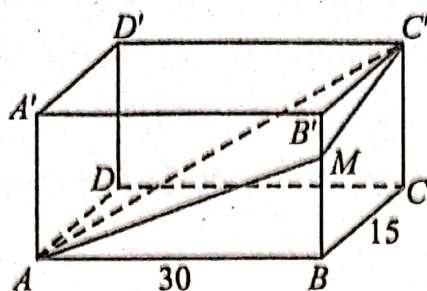
c) $G_f \cap Ox: f(x) = 0 \Rightarrow A(-2, 0)$;

$G_f \cap Oy: f(0) = -10 \Rightarrow C(0, -10)$;

$AO = 2$, $OC = 10$ și $AC = \sqrt{2^2 + 10^2} \Rightarrow AC = 2\sqrt{26}$, deci $P_{AOC} = 2(6 + \sqrt{26})$.



15. a)



$$b) A_l = 2(30 \cdot 15 + 30 \cdot 15 + 15 \cdot 15);$$

$$A_l = 2250 \text{ cm}^2.$$

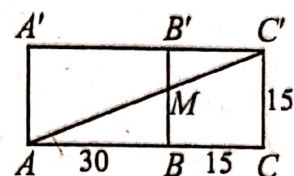
c) $AA' \perp (ABC)$, $C \in (ABC)$, rezultă că proiecția segmentului $A'C$ pe (ABC) este AC , deci $\angle(A'C; (ABC)) \equiv \angle A'CA$; $\tan \widehat{A'CA} = \frac{AA'}{AC} = \frac{15}{15\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

În $\triangle ABC$: $m(\hat{B}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} AC^2 = AB^2 + BC^2$, deci $AC = 15\sqrt{5}$.

d) $P_{AMC'} = AC' + AM + MC'$ minim când $AM + MC'$ minim, deoarece AC' are lungime constantă.

În desfășurare $AC' \cap BB' = \{M\}$ (A, M, C' coliniare), deci $AM + MC' = \text{minim}$.

În $\triangle ACC' \xRightarrow{TFA} \frac{MB}{CC'} = \frac{AB}{AC'}$; obținem $\frac{MB}{15} = \frac{30}{45} \Rightarrow MB = 10 \text{ cm}$.



Varianta 90

I.

1. 8. 2. 2,85. 3. 15. 4. 18. 5. 81. 6. 6. 7. 4. 8. 14.

II.

9. $|\sqrt{3}-1| - |1-\sqrt{3}| = (\sqrt{3}-1) + (1-\sqrt{3}) = 0$ pentru că $\sqrt{3} > 1$. Răspuns A.

10. 2 muncitori 6 zile

3 muncitori x zile

Deci $\frac{2}{3} = \frac{x}{6}$, deci $x = 4$ zile. Răspuns B.

$$11. \begin{cases} 3x + y = -2 \\ -5x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 3y = -6 \\ -5x - 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = -4 \\ 3x + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ -3 + y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow S = \{(-1; 1)\}$$

Răspuns D.

12. Dacă unghiul exterior ar fi alăturat bazei triunghiului ar rezulta că unghiul interior alăturat bazei ar fi de $180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$, imposibil; deci unghiul exterior nu este alăturat bazei triunghiului. Măsura unghiului alăturat bazei este de $85^\circ : 2 = 42^\circ 30'$. Răspuns D.

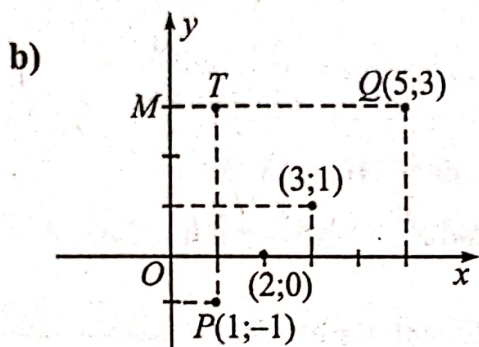
III.

13. a) $32 + 28 + 1 = 61$ elevi au obținut note mai mari sau egale cu 8.

b) Numărul total elevi: $2 + 7 + 18 + 32 + 32 + 28 + 1 = 120$, acesta reprezentând și numărul cazurilor posibile; sunt $2 + 7 = 9$ cazuri favorabile;

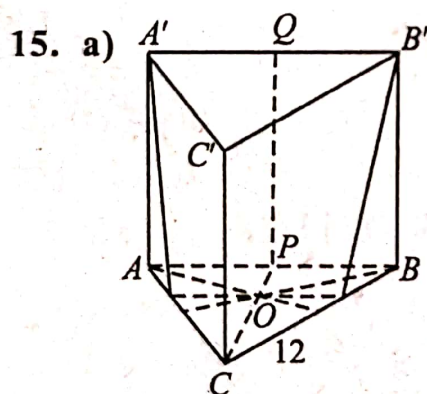
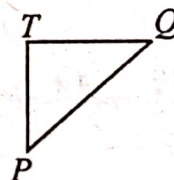
$$P(E) = \frac{9}{120} = \frac{3}{40}.$$

14. a) $f(1) = -1; f(2) = 0; f(3) = 1; f(5) = 3 \Rightarrow V_f = \{-1; 0; 1; 3\}.$



$$G_f = \{(1; -1); (2, 0); (3; 1); (5; 3)\}.$$

c) $f(1) = -1 \Rightarrow P(1; -1);$
 $f(5) = 3 \Rightarrow Q(5; 3);$
 $PQ^2 = TP^2 + TQ^2$ unde $PT \perp MQ$ și $M(0, 3);$
 obținem $TQ = 4; TP = 4$, deci $PQ = 4\sqrt{2}.$



b) $Vol = A_b \cdot h = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 5 = 180\sqrt{3} \text{ cm}^3$

c) Fie P mijlocul laturii AB și Q mijlocul laturii $A'B'.$

$$\left. \begin{array}{l} PQ \perp ABC \\ \text{dar } OP \perp AB \\ OP, AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{array} \xrightarrow{T3P} OQ \perp A'B' \Rightarrow d(O; A'B') = OQ,$$

$PQ \perp (ABC), CP \subset (ABC) \Rightarrow PQ \perp OP.$

$OP = \frac{1}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}.$ În $\triangle OPQ$: $m(\hat{P}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} QO^2 = OP^2 + PQ^2$, rezultă

$$QO^2 = 5^2 + (2\sqrt{3})^2, \text{ adică } QO = \sqrt{37} \text{ cm}.$$

$$d) \left\{ \begin{array}{l} \{O\} \in (ABC) \cap (A'B'O) \Rightarrow (ABC) \cap (A'B'O) = d \\ \text{dar } AB \parallel A'B' \end{array} \right\} \Rightarrow d \parallel AB, O \in d$$

Din $OQ \subset (A'B'O)$ și $OQ \perp A'B'$ rezultă $OQ \perp d$; din $OP \perp AB$ și $OP \subset (ABC)$ rezultă

$$OP \perp d. \text{ Deci } \sphericalangle((A'B'O); (ABC)) \equiv \sphericalangle QOP; \text{ tg } \sphericalangle QOP = \frac{PQ}{OP} = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}.$$

Varianta 91

I.

1. 2. 2. 4235. 3. -18. 4. 1. 5. 102. 6. 75. 7. 30. 8. $4\sqrt{3}$.

II.

9. $m_g = \sqrt{ab} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)} = \sqrt{(2-1)(5-1)} = \sqrt{4} = 2$. Răspuns D.

10. Din $x = 2a + 1$, $x = 4b + 1$, $x = 5c + 1$, adică $x - 1 = 2a$, $x - 1 = 2b$, $x - 1 = 5c$, obținem $x - 1$ divizibil cu 2, cu 4 și cu 5, deci cel mai mic $x - 1$ este c.m.m.m.c. al numerelor 2, 4, 5; atunci $x - 1 = 20 \Rightarrow x = 21$. Răspuns B.

11. $AD + AB + BC + CD = 11 \Rightarrow AD + 3AD + 3 = 11 \Rightarrow AD = 2$ cm, deci $AB = 6$ cm. Răspuns A.

12. $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$. Răspuns B.

III.

13. a)

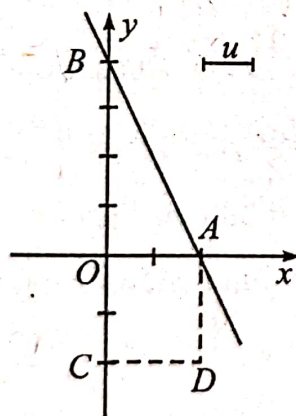
| | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|----|
| Note | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nr. elevi | 3 | 4 | 5 | 7 | 6 | 3 | 2 |

b) $\frac{3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 7 \cdot 7 + 6 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 10}{30} = \frac{206}{30}$, media $\approx 6,86$.

14. a) $G_f = AB$;

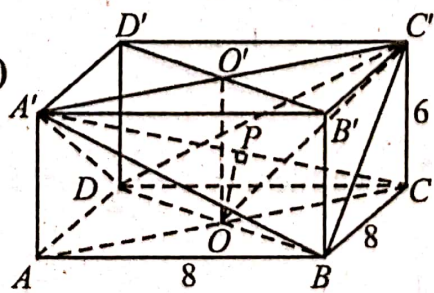
b) $\left. \begin{aligned} f(2) = 0 &\Rightarrow 2a + b = 0 \\ f(0) = 4 &\Rightarrow b = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a = -4 \Rightarrow a = -2$;

obținem $f(x) = -2x + 4$.



c) $ABCD$ trapez dreptunghic, deci $Aria = \frac{(BC + AD) \cdot CD}{2} = \frac{(6 + 2) \cdot 2}{2} = 8u^2$.

15. a)



b) $A'C = \sqrt{AB^2 + BC^2 + CC'^2} = \sqrt{164} \Rightarrow A'C = 2\sqrt{41}$ cm

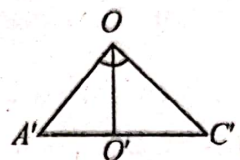
c) Fie $OP \perp A'C$; $\Delta POC \sim \Delta AA'C \Rightarrow \frac{OP}{AA'} = \frac{OC}{A'C} \Rightarrow \frac{OP}{6} = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{41}} \Rightarrow OP = \frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{41}} \text{ cm}$

d) $(A'BD) \cap (C'BD) = BD$

$$\left. \begin{array}{l} AA' \perp (ABC) \\ AO \perp DB \\ AO, DB \subset (ABC) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{r3P} \\ \Rightarrow A'O \perp DB; \\ CO \perp DB \\ CO, DB \subset (ABC) \end{array} \left. \begin{array}{l} CC' \perp (ABC) \\ CO \perp DB \\ CO, DB \subset (ABC) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{r3P} \\ \Rightarrow C'O \perp DB. \end{array}$$

Deci $\sphericalangle((A'DB); (C'DB)) \equiv \sphericalangle A'OC'$.

$$A_{A'C'O} = \frac{OO' \cdot A'C'}{2} = \frac{OA' \cdot OC' \cdot \sin \widehat{A'OC'}}{2}, \text{ unde } A'C' \cap B'D' = \{O'\}.$$



În $\Delta A'AO$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} A'O^2 = AO^2 + A'A^2$; obținem $A'O^2 = (4\sqrt{2})^2 + 6^2$, de

unde $A'O = 2\sqrt{17} = C'O$; $6 \cdot 8\sqrt{2} = 68 \cdot \sin \widehat{A'OC'} \Rightarrow \sin \widehat{A'OC'} = \frac{12\sqrt{2}}{17}$.

Varianta 92

I.

1. 10. 2. 11. 3. 3. 4. 6. 5. 3. 6. $24\sqrt{3}$. 7. 972. 8. 40.

II.

9. $P = \{-1; 0; 1; 2\}$, $M \cap P = \{1; 0; 2\}$. Răspuns C.

10. $f(0) = 3 \cdot (-2) + 5 = -1$. Răspuns C.

11. Fie $ABCD$ trapezul isoscel cu bazele $AB = 16 \text{ cm}$, $CD = 10 \text{ cm}$. Ducem $CM \perp AB$, cu $M \in AB$; $m(\sphericalangle ABC) = 60^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BCM) = 30^\circ$, deci $MB = \frac{BC}{2}$; dar $MB = \frac{AB - CD}{2} = 3 \text{ cm}$, deci $BC = 6 \text{ cm}$ și atunci $P_{ABCD} = AB + CD + 2BC = 38 \text{ cm}$. Răspuns B.

12. Raza cercului înscris în triunghiul dreptunghic este jumătate din ipotenuză, deci are $24 : 2 = 12 \text{ cm}$. Răspuns A.

III.

13. a)

b) media = $\frac{-5 - 3 - 1 + 1}{4} = -\frac{8}{4} = -2$.

14. a) $x^2 + 2x - 35 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 140}}{2}$; obținem $x = \frac{-2 + 12}{2} = 5$ sau

$x = \frac{-2 - 12}{2} = -7$, deci $S = \{5; -7\}$

b) $E(n) = (n - 5)(n + 7)$

$n - 5 = 1 \Rightarrow n = 6 \Rightarrow E(n) = 13$ număr prim

$n - 5 = -1 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow E(n) = -11 \notin \mathbb{N}$

$n + 7 = 1 \Rightarrow n = -6 \Rightarrow E(n) = -11 \notin \mathbb{N}$

$n + 7 = -1 \Rightarrow n = -8 \Rightarrow E(n) = 13$ număr prim.

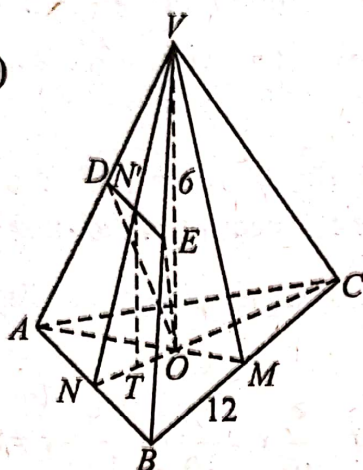
Deci $n \in \{-8; 6\}$.

c) $E(x) = (x - 5)(x + 7)$ divizibil cu 3, rezultă $x - 5 = 3k$ sau $x + 7 = 3k$.

$x = 3k + 5 \Rightarrow E(x) = 3k(3k + 12) = 9k(k + 4) : 9$.

$x = 3k - 7 \Rightarrow E(x) = 3k(3k - 12) = 9k(k - 4) : 9$.

15. a)



b) $A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2}$. Fie M mijlocul laturii BC .

În $\triangle VOM$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xRightarrow{TP} VM^2 = VO^2 + OM^2$,

rezultă $VM^2 = \left(\frac{12\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2 + 6^2$, de unde

$VM = 4\sqrt{3}$ cm.

$A_{lat} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 72\sqrt{3}$ cm².

c) DE linie mijlocie în $\triangle VAB$, rezultă $DE \parallel AB$; $AB \subset (ABC)$, rezultă $DE \parallel (ABC)$.

d) $\{O\} \in (DOE) \cap (ABC) \Rightarrow (DOE) \cap (ABC) = d$ astfel încât $O \in d$; dar $AB \parallel DE$, rezultă $d \parallel AB$ și $d \parallel DE$.

Fie N mijlocul laturii AB și $VN \cap DE = \{N'\}$. $\triangle DEO$ este isoscel ($\triangle AOD \equiv \triangle BOE$ prin LUL), rezultă $ON' \perp DE$ și, cum $ON \perp AB$, rezultă $ON' \perp d$ și $ON \perp d$. Deci $\angle((DOE); (ABC)) \equiv \angle NON'$.

Fie $N'T \perp NC \Rightarrow N'T = \frac{1}{2}VO = 3$ cm; N' mijlocul segmentului VN și $N'T \parallel VO$,

atunci T este mijlocul segmentului NO , $NO = \frac{1}{3} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm, rezultă $TO = \sqrt{3}$ cm.

În $\triangle N'TO$: $\text{tg} \hat{O} = \frac{N'T}{TO} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow m(\widehat{NON'}) = 60^\circ$.

Varianta 93

I.

1. 16. 2. 120. 3. $\frac{1}{4}$. 4. 0. 5. 3. 6. $25\sqrt{3}$. 7. 12. 8. 64.

II.

9. $E(0) = (-1)^4 - (+1)^4 = 1 - 1 = 0$. Răspuns C.

10. $a = \sqrt{3^6(3+1)} = 3^3 \cdot 2 = 54$. Răspuns C.

11. Fie $ABCD$ rombul care are $AC = 24$ cm și $DB = 10$ cm, iar $AC \cap BD = \{O\}$. În $\triangle AOB$: $m(\angle O) = 90^\circ \Rightarrow AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm. Perimetrul rombului este egal cu $4 \cdot 13 = 52$ cm. Răspuns A.

12. $m(\angle ABC) = m(\angle ACB) = 35^\circ \Rightarrow m(\angle BAC) = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$; din $AD \perp BC$ și $\triangle ABC$ isoscel rezultă AD bisectoarea unghiului BAC , deci $m(\angle CAD) = 110^\circ : 2 = 55^\circ$. Răspuns D.

III.

13. a) Fie x prețul inițial.

$x - 10\%x = \frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$ noul preț; din $\frac{9}{10}x - 10\% \frac{9}{10}x = \frac{9}{10}x - \frac{9}{100}x = 810$ lei, rezultă $81x = 81000$, de unde $x = 1000$ lei.

b) $1000 - p\%1000 = 810 \Rightarrow p\%1000 = 190 \Rightarrow p = 19$, deci cu 19%.

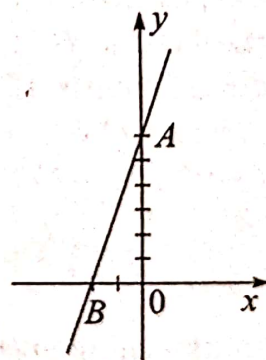
14. a) $6x + 12 - 6 = 0 \Rightarrow x = -1$.

b) $f(0) = 6$; $f(-2) = 0 \Rightarrow A(0; 6)$; $B(-2; 0)$

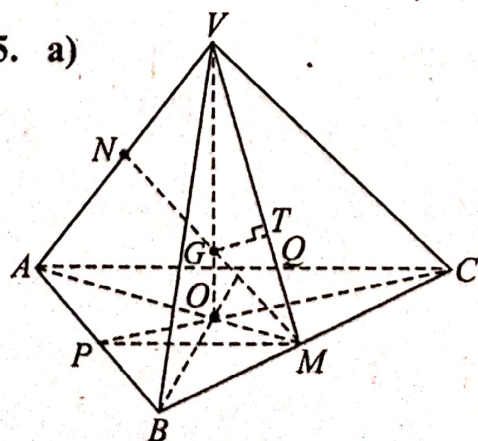
c) $S = 6 + 12 + 18 + \dots + 102$;

$$S = 6(1 + 2 + 3 + \dots + 17);$$

$$S = 6 \cdot \frac{17 \cdot 18}{2} = 918$$



15. a)



b) Fie $VO \perp (ABC)$.

În $\triangle VOA$: $m(\angle O) = 90^\circ \Rightarrow VA^2 = AO^2 + VO^2$;

obținem $144 = \left(\frac{12\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \right)^2 + VO^2$, de unde $VO = 4\sqrt{6}$ cm.

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{12^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

c) Fie P mijlocul laturii AB ; MP linie mijlocie în $\triangle ABC$, rezultă $MP \parallel AC$, deci $\sphericalangle(MN; AC) \equiv \sphericalangle NMP$; NP linie mijlocie în $\triangle AVB$, rezultă $NP = \frac{VB}{2} = 6 = MP = \frac{AC}{2}$.

În $\triangle AMV$ isoscel, MN este mediană; din $MN \perp AV \xRightarrow{TP} MN^2 = VM^2 - NV^2$, rezultă $MN^2 = \left(\frac{12\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 6^2$ și deci $MN = 6\sqrt{2}$ cm.

În $\triangle NMP$: $NP = 6 = PM$ și $MN = 6\sqrt{2} \xRightarrow{RTP} m(\widehat{MPN}) = 90^\circ \Rightarrow m(\widehat{NMP}) = 45^\circ$.

d) Fie Q mijlocul laturii AC . $\triangle VPO \equiv \triangle VMO \equiv \triangle VQO$ (C.C.), deci orice punct situat pe VO se află la distanță egală de VM , VP și VQ (1)

$BC \perp VM, BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (AVM)$
 $\left. \begin{array}{l} \text{Ducem } GT \perp VM \text{ cu } T \in VM \Rightarrow GT \subset (AVM) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp GT$

Din $GT \perp VM$ și $GT \perp BC$ rezultă $GT \perp (VBC)$, deci $d(G; (VBC)) = GT \Rightarrow$
 $\xRightarrow{(1)} d(G; (VBC)) = d(G; (VAB)) = d(G; (VAC)); GO = d(G; (ABC)).$

Dacă MN bisectoarea unghiului AMV , atunci $d(G; VM) = d(G; AM)$. Deci $GO = GT$.

Varianta 94

I.

1. 14. 2. 5. 3. 21. 4. $\frac{1}{3}$. 5. 60. 6. 5. 7. 600. 8. 8.

II.

9. 10; 12; 14; ...; 100. Împărțim fiecare termen la 2 și obținem șirul 5; 6; 7; ...; 50, deci sunt $50 - 4 = 46$ termeni. Răspuns D.

10. Fie $P(4; 0)$. În $\triangle MNP \xRightarrow{TP} MN = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ unități de măsură. Răspuns B.

11. Fie $ABCD$ paralelogram; din $AB + AD + DB = 26$ și $2(AD + AB) = 28$, rezultă $AD + AB = 14$ și $14 + DB = 26$, rezultă $DB = 12$ cm. Răspuns B.

12. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$. Răspuns D.

III.

13. a) Ultima cifră a numărului $5n$ este 0 sau 5, rezultă că ultima cifră a numărului $5n + 2$ este 2 sau 7; dar niciun pătrat perfect nu se termină în 2 sau 7, rezultă că $5n + 2$ nu este pătrat perfect, deci $\sqrt{5n+2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

b) Fie $d = (5n + 7; 3n + 4)$; atunci din $d \mid 5n + 7$ și $d \mid 3n + 4$ rezultă $d \mid 15n + 21$ și $d \mid 15n + 20$, deci $d \mid (15n + 21) - (15n + 20) \Rightarrow d \mid 1 \Rightarrow d = 1$; obținem $\frac{5n+7}{3n+4}$ ireductibilă.



$$14. a) \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}+\sqrt{7}-\sqrt{2}}{5} = \frac{2\sqrt{7}}{5} \in \left(\frac{4}{5}; \frac{6}{5}\right) \Leftrightarrow 4 < 2\sqrt{7} < 6 \Leftrightarrow$$

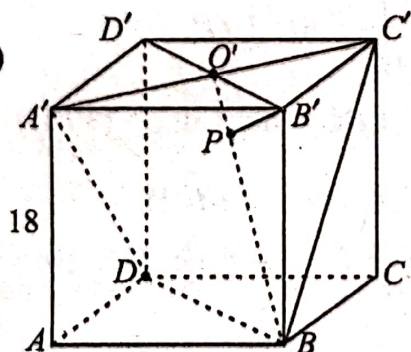
$$\Leftrightarrow 16 < 28 < 36 (A).$$

$$b) (a-b)^2 = 9 - 2\sqrt{14} - 2\sqrt{(9-2\sqrt{14})(9+2\sqrt{14})} + 9 + 2\sqrt{14} \Rightarrow \\ \Rightarrow (a-b)^2 = 18 - 2\sqrt{81-56} = 18 - 2 \cdot 5 = 8.$$

$$c) (a-b+2\sqrt{2})^{2007} = (-2\sqrt{2}+2\sqrt{2})^{2007} = 0^{2007} = 0 \text{ pentru c\^a}$$

$$(a-b)^2 = 8 \Rightarrow a-b = 2\sqrt{2} \text{ sau } a-b = -2\sqrt{2} \left. \begin{array}{l} \text{dar } 9-2\sqrt{14} < 9+2\sqrt{14} \Rightarrow a < b \Rightarrow a-b < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow a-b = -2\sqrt{2}.$$

15. a)



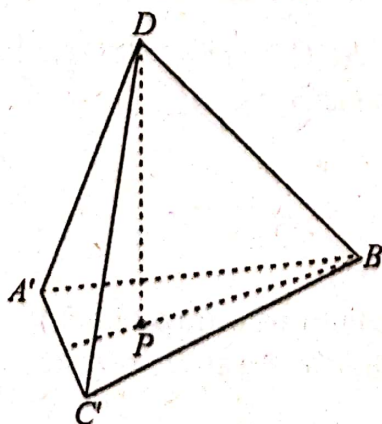
b) $\triangle A'C'B$ echilateral pentru c\^a laturile lui sunt diagonale \^n p\^trate congruente.

$$\text{Atunci } \mathcal{A}_{A'C'B} = \frac{(18\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 162\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

c) $B'C' = B'B = B'A'$, rezult\^a $B'A'C'B$ piramid\^a regulat\^a; dac\^a $B'P \perp (A'C'B)$, atunci P este centrul de greutate al triunghiului $A'C'B$ deci $P \in BO'$.

$$\text{În } \triangle B'BP: \overset{TP}{m(\hat{P})} = 90^\circ \Rightarrow B'P^2 = B'B^2 - BP^2, \text{ rezult\^a } B'P^2 = 18^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{18\sqrt{3}\sqrt{3}}{2}\right)^2, \\ \text{deci } B'P = \sqrt{324 - 216} = 6\sqrt{3} \text{ cm.}$$

d) $DA'C'B$ este piramid\^a regulat\^a pentru c\^a $A'C'B$ este echilateral \^i $DA' = DC' = DB = 18\sqrt{2}$ cm, rezult\^a c\^a $DBA'C'$ este tetraedru regulat.



Dac\^a ducem din D o perpendicular\^a pe $(A'C'B)$, atunci piciorul ei va fi P .

$$\text{În } \triangle DPB: \overset{TP}{m(\hat{P})} = 90^\circ \Rightarrow DP^2 = DB^2 - PB^2, \text{ rezult\^a}$$

$$DP^2 = (18\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{18\sqrt{2}\sqrt{3}}{2}\right)^2, \text{ de unde } DP = 12\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{(18\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{12\sqrt{3}}{3} = 1944 \text{ cm}^3.$$

Varianta 95

I.

1. 30. 2. 5. 3. 45. 4. 9. 5. 100. 6. 50. 7. 36. 8. 36.

II.

9. $xt = \frac{6}{y} \cdot \frac{20}{z} = \frac{120}{12} = 10$. Răspuns D.

10. $10\%x + x = 220 \Rightarrow 110x = 22000 \Rightarrow x = 200$ lei. Răspuns C.

11. $PB = PN - BN = \frac{MN}{2} - \frac{BC}{2} = \frac{MB + BN}{2} - 2 = \frac{12:2 + 4:2}{2} - 2 = 2$ cm. Răspuns B.

12. $MNPB$ paralelogram $\Rightarrow BM = NP$;
 $\triangle ABC$ echilateral și $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN$ echilateral $\Rightarrow AM = MN$, rezultă $AB = NP + MN = P_{MNPB} : 2 = 20 : 2 = 10$ cm, deci $P_{\triangle ABC} = 3 \cdot 10 = 30$ cm. Răspuns D.

III.

13. a) $S = \overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cab} = 100a + 10b + c + 100b + 10c + a + 100c + 10a + b = 111(a + b + c) = 3 \cdot 37(a + b + c)$, deci $S : 37$.

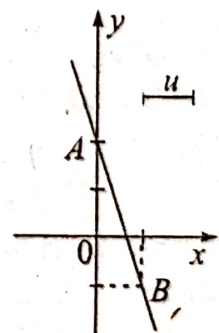
b) S minim când $a + b + c$ minim; $a + b + c$ minim când $a = b = c = 1$; rezultă $S = 333$.

14. a) $f(\sqrt{2} - 1) = -3(\sqrt{2} - 1) + 2 = -3\sqrt{2} + 3 + 2 = 5 - 3\sqrt{2}$;

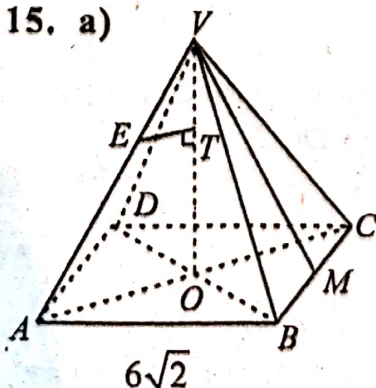
$f(\sqrt{2}) = -3\sqrt{2} + 2 = 2 - 3\sqrt{2}$; $5 - 3\sqrt{2} > 2 - 3\sqrt{2} \Rightarrow f(\sqrt{2} - 1) > f(\sqrt{2})$

b) $f(0) = 2 \Rightarrow A(0; 2)$; $f(1) = -1 \Rightarrow B(1; -1)$

c) $f\left(\frac{a+3}{2}\right) = 2a + 1 \Rightarrow \frac{-3(a+3)}{2} + 2 = 2a + 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -3a - 9 + 4 = 4a + 2 \Rightarrow a = -1$



15. a)



b) $Vol = \frac{A_b \cdot h}{3} \Rightarrow 144\sqrt{3} = \frac{(6\sqrt{2})^2 \cdot h}{3}$, deci

$h = 6\sqrt{3}$ cm; $AC = AB\sqrt{2} = 12$ cm.

$VO \perp (ABC) \Rightarrow AO = 6$ cm

În $\triangle VAO$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \Rightarrow VA^2 = AO^2 + VO^2$, rezultă
 $VA = 12$ cm. Deci $AV = CV = AC = 12$ și atunci $\triangle VAC$ echilateral.

c) $A_{lat} = \frac{P_b \cdot a_p}{2}$. Fie M mijlocul laturii BC . În $\triangle VMB$: $m(\widehat{M}) = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow VM^2 = VB^2 - BM^2$, rezultă $VM = 3\sqrt{14}$ cm. Atunci $A_{lat} = \frac{4 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{14}}{2} = 72\sqrt{7}$ cm².

d) Din $AO \perp BD$ și $AO \perp VO$ rezultă $AO \perp (VDB)$. Ducem $ET \perp VO$ și atunci $ET \parallel AO$, deci $d(E; (VDB)) = ET$; $ET \parallel AO \xrightarrow{TFA} \triangle VET \sim \triangle VAO \Rightarrow \frac{ET}{AO} = \frac{VE}{VA}$. Atunci $\frac{ET}{6} = \frac{1}{3}$, deci $ET = 2$ cm.

Varianta 96

I.

1. 143. 2. 3. 3. 4,5. 4. 0. 5. 0. 6. 36. 7. 10. 8. 70.

II.

9. $6 = \frac{a(a+1)}{2} \Rightarrow a(a+1) = 12 \Rightarrow a(a+1) = 3 \cdot 4 \Rightarrow a = 3$. Răspuns D.

10. $\begin{cases} -x - y = -5 \\ -2x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x = -9 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3 + y = 5 \end{cases}$, deci $S = \{(3; 2)\}$. Răspuns C.

11. $A_{ABCD} = 10 + 15 = 25 \Rightarrow AB^2 = 25$, deci $AB = 5$ cm. Răspuns A.

12. Axele de simetrie sunt cele trei mediane. Răspuns C.

III.

13. a) $3 < x \leq 9 \Rightarrow A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

b) $\left. \begin{array}{l} B = \{0; 3; 6; 9; \dots; 3n; \dots\} \\ A = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; \dots; a\} \end{array} \right\} \Rightarrow A$ cuprinde 20 de multipli ai lui 3; împărțim termenii șirului format cu acești multipli la 3 și obținem 2, 3, 4, ..., x și $x - 1 = 20$, de unde $x = 21$, deci mulțimea trebuie să conțină multiplii lui 3 de la 6 până la 63; rezultă $a \in \{63, 64, 65\}$.

14. a) $f(2) - 2g(3) = 2 \cdot 2 - 2 - 2(0,5 \cdot 3 + 1) = -3$.

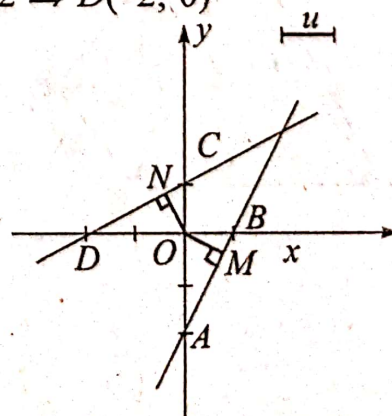
b) $f(0) = -2 \Rightarrow A(0; -2)$; $f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow B(1; 0)$;
 $g(0) = 1 \Rightarrow C(0; 1)$; $g(x) = 0 \Rightarrow 0,5x + 1 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow D(-2; 0)$

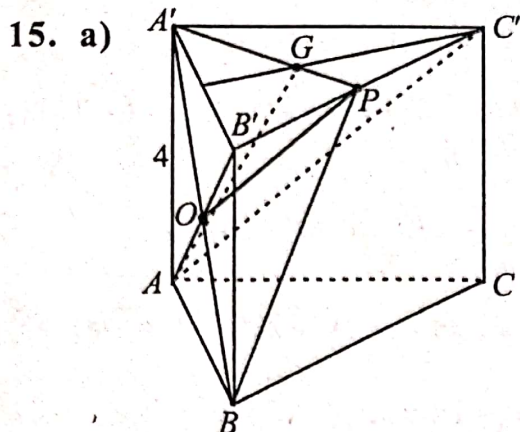
c) Fie $OM \perp AB$ și $ON \perp CD$.

În $\triangle AOB$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \Rightarrow OM = \frac{OA \cdot OB}{AB}$

În $\triangle OCD$: $m(\widehat{O}) = 90^\circ \Rightarrow ON = \frac{OC \cdot OD}{DC}$

Din $OM = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{5}}$ și $ON = \frac{2 \cdot 1}{\sqrt{5}}$ rezultă $OM = ON$.





b) $\Delta A'B'C'$ echilateral, G centru de greutate, rezultă $A'G = \frac{2}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{3}$, unde $AB = l$.

În $\Delta AA'G$: $m(\widehat{A'}) = 90^\circ \Rightarrow AG^2 = A'A^2 + A'G^2$
 rezultă $(2\sqrt{7})^2 = 4^2 + \frac{3l^2}{9}$, de unde $l^2 = 36$,
 deci $l = 6$ cm.

c) $Vol = A_b \cdot h = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} \cdot AA' = \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4 = 36\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

d) Fie $AB' \cap A'B = \{O\}$; $B'O = OA$ și $B'P = PC'$, rezultă OP linie mijlocie în $\Delta B'AC'$,
 deci $OP \parallel AC'$; dar $O \in A'B \subset (A'BP)$, rezultă $OP \subset (A'BP)$ și atunci $AC' \parallel (A'BP)$.

Varianta 97

I.

1. 31. 2. $\frac{11}{13}$. 3. 5. 4. $\frac{2}{5}$. 5. 71. 6. 8. 7. 8. 8. 12.

II.

9. O prismă triunghiulară are 5 fețe, iar o piramidă triunghiulară are 4 fețe; dacă s este numărul prismelor și d este numărul piramelor, atunci $5s + 4d = 42$, rezultă că prismele sunt în număr par (adică un număr din mulțimea $\{0; 2; 4; 6; 8\}$); cum 8 nu verifică, rezultă că numărul prismelor este 6. *Răspuns C*.

10. $E(x) = x^2 + 4x + 4 - x^2 + 1 = 4x + 5$. *Răspuns C*.

11. Raza cercului înscris triunghiului echilateral este $\frac{1}{3} \cdot \frac{l\sqrt{3}}{2} = 3$, deci $l = 6\sqrt{3}$ cm.
 $P_\Delta = 18\sqrt{3}$ cm. *Răspuns B*.

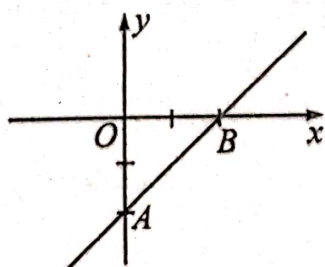
12. Aria noului dreptunghi este $3L \cdot 2l = 6L \cdot l = 6 \cdot 19 = 114 \text{ m}^2$. *Răspuns B*.

III.

13. a) $\frac{A}{13} = \frac{B}{6} = \frac{C}{11} = k \Rightarrow A = 13k; B = 6k; C = 11k$; din $13k + 6k + 11k = 2088$
 rezultă $30k = 2088$, adică $k = 69,6$, și atunci $A = 904,8$ lei; $B = 417,6$ lei; $C = 765,6$ lei.

b) $\frac{A}{13} = \frac{B}{8} = \frac{C}{11} = \frac{2088}{32} = 65,25 \Rightarrow B = 522$ lei, deci B ar fi primit cu $522 - 417,6 = 104,4$ lei mai mult.

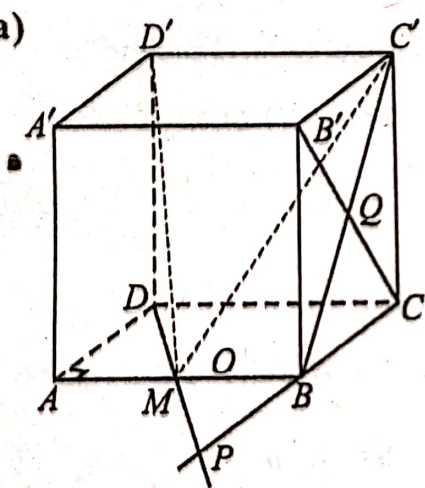
14. a) $f(0) = -2 \Rightarrow A(0; -2); f(2) = 0 \Rightarrow B(2; 0)$



b) $f(x) = g(x) \Rightarrow x - 2 = 2x - 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = -1$
 $\Rightarrow G_f \cap G_g = P(1; -1);$

c) $\frac{a+1}{a} - 2 + 2 \cdot \frac{a-1}{a+1} - 3 + 3 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{a+1}{a} + \frac{2(a-1)}{a+1} = 2 \Rightarrow (a+1)^2 + 2a(a-1) = 2a(a+1) \Rightarrow$
 $\Rightarrow a^2 + 2a + 1 + 2a^2 - 2a = 2a^2 + 2a \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1.$

15. a)



b) Fie $AB = x, DD' \perp (ABC), DM \subset (ABC)$.
 Atunci $D'D \perp DM \xrightarrow{TP} D'M^2 = D'D^2 + DM^2$
 de unde $36 = x^2 + \frac{5x^2}{4}; 144 = 9x^2 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 4$, deci $AB = 4$ cm.

În $\triangle DAM$: $m(\hat{A}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} DM^2 = AD^2 + AM^2$
 rezultă $DM^2 = x^2 + \frac{x^2}{4}$, adică $DM^2 = \frac{5x^2}{4}$.

c) $DM \cap BC = \{P\}$. Din $P \in BC \subset (BB'C')$ și $P \in DM$ rezultă
 $MD \cap (BB'C') = \{P\}$. Din $MB \parallel DC$ și $MB = \frac{1}{2}AB$ rezultă MB linie mijlocie în $\triangle PDC$,
 deci B mijlocul laturii PC și atunci $PC = 8$ cm.

d) $(MC'D') = (ABC'D')$. Fie $B'C \cap BC' = \{Q\} \Rightarrow CQ \perp BC'$
 $AB \perp (BCC') \text{ și } CQ \subset (BCC') \Rightarrow AB \perp CQ \} \Rightarrow$

$\Rightarrow CQ \perp (ABC'D')$, deci $d(C; (MC'D')) = CQ = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$ cm.

Varianta 98

I.

1. 10. 2. 2. 3. 230. 4. -7. 5. $9\sqrt{3}$. 6. 120. 7. 7. 8. 30.

II.

9. $f(1) = -2 + 1 = -1$. Răspuns B.

10. 10 caiete 20 lei
 17 caiete x lei

Deci $\frac{10}{17} = \frac{20}{x}$, de unde $x = 34$ lei. Răspuns D.

11. MN linie mijlocie în triunghi, rezultă $MN = \frac{BC}{2} = 10$ cm. PQ linie mijlocie în trapez, rezultă $PQ = \frac{MN + BC}{2} = 15$ cm. Răspuns B.

12. $m(\sphericalangle AOC) = 112^\circ \Rightarrow m(\widehat{AC}) = 112^\circ$, deci $m(\sphericalangle ABC) = \frac{m(\widehat{AC})}{2} = 56^\circ$. Răspuns A.

III.

13. a) Din $x = 6a + 4$ și $x = 15b + 4$ rezultă $x - 4 = 6a$ și $x - 4 = 15b$, de unde $(x - 4) : 6$ și $(x - 4) : 15$, deci cel mai mic $x - 4$ este c.m.m.m.c.(6; 15); rezultă $x - 4 = 30$, de unde $x = 34$.

b) Din $a + b = 35$ și $(a; b) = 7$ rezultă că există x și y prime între ele astfel încât $a = 7x$ și $b = 7y$, rezultă $7x + 7y = 35$, deci $x + y = 5$. Atunci:

$$x = 1, y = 4 \Rightarrow a = 7, b = 28$$

$$x = 2, y = 3 \Rightarrow a = 14, b = 21$$

$$x = 3, y = 2 \Rightarrow a = 21, b = 14$$

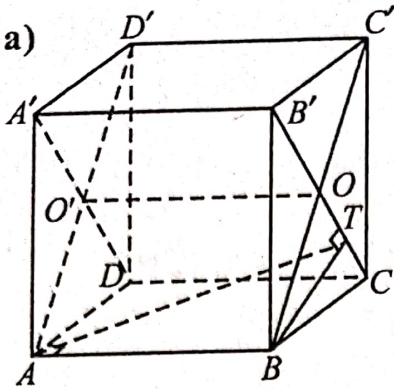
$$x = 4, y = 1 \Rightarrow a = 28, b = 7. \text{ În concluzie } (7; 28); (14; 21); (21; 14); (28; 7).$$

14. a) $\frac{3x+6}{x^2+x-2} = \frac{3(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{3}{x-1}$

b) $\frac{3}{a-1} \in \mathbb{Z} \Rightarrow a-1 \in \{\pm 1; \pm 3\} \Rightarrow a \in \{2; 0; 4; -2\}$.

$$\begin{aligned} \text{c) } & \left(\frac{2}{x+1} - \frac{4x}{(x-1)(x+1)} - \frac{3}{x-1} \right) \cdot \frac{1-x}{1} = \frac{2x-2-4x-3x-3}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{1-x}{1} = \\ & = \frac{-5x-5}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(1-x)}{1} = \frac{-5(x+1)(1-x)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-5(1-x)}{x-1} = \frac{5(x-1)}{x-1} = 5. \end{aligned}$$

15. a)



$$b) P_b \cdot h = 100\sqrt{3} \Rightarrow 4AB \cdot AA' = 100\sqrt{3} \Rightarrow \\ \Rightarrow AB \cdot AA' = 25\sqrt{3} \Rightarrow AB = \frac{25\sqrt{3}}{AA'}$$

$$Vol = A_b \cdot h = AB^2 \cdot AA' = 125\sqrt{3} \Rightarrow \frac{625 \cdot 3}{(AA')^2} \cdot AA' = \\ = 125\sqrt{3} \Rightarrow \frac{625 \cdot 3}{125\sqrt{3}} = AA' \Rightarrow AA' = 5\sqrt{3} \text{ cm}$$

c) $AB \perp (BCC')$ și ducem $BT \perp B'C'$; dar $BT, B'C' \subset (BCC')$ $\xRightarrow{T3P} AT \perp B'C'$.

În $\triangle BCB'$ cu $m(\hat{B}) = 90^\circ$ avem $BT = \frac{BB' \cdot BC}{B'C}$ și $B'C^2 = B'B^2 + BC^2$, deci

$$BT = \frac{5\sqrt{3} \cdot 5}{10} = 2,5\sqrt{3} \text{ cm}$$

Din a) rezultă $AB = \frac{25\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = 5 \text{ cm}$; $AT = \sqrt{AB^2 + BT^2} = \sqrt{25 + \frac{625 \cdot 3}{100}} = \frac{5\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$.

d) Fie $BC' \cap B'C = \{O\}$ și $AD' \cap A'D = \{O'\}$. Atunci $(DCB') \cap (ABC') = OO'$, $BO \perp OO'$, $CO \perp OO'$, rezultă $\angle((DCB'), (ABC')) \equiv \angle BOC$.

În $\triangle BCC'$: $BC = \frac{BC'}{2} \Rightarrow m(\widehat{BC'C}) = 30^\circ \Rightarrow m(\widehat{C'BC}) = 60^\circ$; $\triangle OBC$ isoscel, rezultă $m(\widehat{BOC}) = 60^\circ$.

Varianta 99

I.

1. 32. 2. -2,3. 3. $2^2 \cdot 5$. 4. $\frac{3}{10}$. 5. 7. 6. 16. 7. 36. 8. 18.

II.

9. $2 + 2(x + 2) = 12 \Rightarrow 2(x + 2) = 10 \Rightarrow x + 2 = 5 \Rightarrow x = 3$. Răspuns C.

10. $A \times B$ are $4 \cdot 3 = 12$ elemente. Răspuns B.

11. $s = 25 \text{ dm} + 25 \text{ dm} + 10 \text{ dm} = 60 \text{ dm} = 6 \text{ m}$. Răspuns D.

12. Aria paralelogramului $AD \cdot DB = 16 \text{ cm}^2$. Răspuns A.

III.

13. a) Premiul I: au primit $15\%x$; au rămas $85\%x$;

premiul al II-lea: $30\%x$ au primit; $85\%x$ au rămas;

$$15\%x + 30\% \cdot 85\%x + 59 + 60 = x; \frac{15}{100}x + \frac{3 \cdot 85}{1000}x + 119 = x;$$

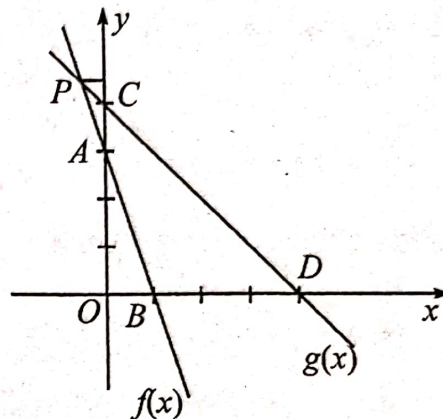
$$119 = \frac{1000x - 150x - 255x}{1000}; 119000 = 595x; \text{obținem } x = 200 \text{ elevi.}$$

b) $30\% \text{ } 85\% \text{ din } 200 = \frac{3 \cdot 85 \cdot 2}{10} = 51 \text{ elevi.}$

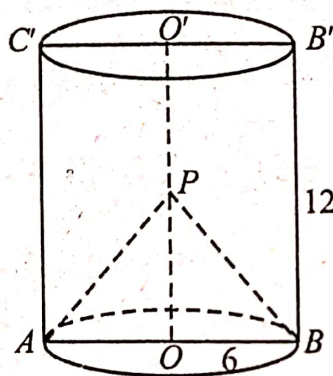
14. a) $f(x) = g(x) \Rightarrow -3x + 3 = -x + 4 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + 4 \Rightarrow$
 $\Rightarrow P\left(-\frac{1}{2}; \frac{9}{2}\right) = G_f \cap G_g.$

b) $f(0) = 3 \Rightarrow A(0; 3); f(1) = 0 \Rightarrow B(1; 0);$
 $g(0) = 4 \Rightarrow C(0; 4); g(4) = 0 \Rightarrow D(4; 0).$

c) $A_{APC} = \frac{AC \cdot |x_p|}{2} = \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}.$



15. a)



b) $A_{lat} = 2\pi R h = 2\pi \cdot 6 \cdot 12 = 144\pi \text{ cm}^2$

$A_{sferă} = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 36 = 144\pi \text{ cm}^2$

c) $V_{cilindru} = \pi R^2 h = \pi \cdot 36 \cdot 12 = 432\pi \text{ cm}^3; V_{sferă} = \frac{4\pi R^3}{3} = 288\pi \text{ cm}^3;$
 $V_{sferă} < V_{cilindru}.$

d) $A_{totală} = A_{lat. cilindru} + A_{bazei} + A_{lat. con} = 144\pi \text{ cm}^2 + 36\pi \text{ cm}^2 + 36\pi\sqrt{2} \text{ cm}^2 =$
 $= 36\pi(5 + \sqrt{2}) \text{ cm}^2.$

În $\triangle POA$: $m(\hat{O}) = 90^\circ \xrightarrow{TP} AP^2 = AO^2 + OP^2$, deci $AP = 6\sqrt{2} \text{ cm}.$

Varianta 100

I.

1. 2. 2. $\frac{3}{2}$. 3. 3^2 . 4. $\frac{3}{5}$. 5. 60. 6. 140. 7. 66. 8. 3.

II.

9. $E(2) = (2 - 1)^{2007} + (1 - 2)^{2007} = 1 - 1 = 0$. Răspuns D.

10. $\frac{5}{x-2} - \frac{x+3}{x-2} = \frac{5-x-3}{x-2} = \frac{2-x}{x-2} = -1$. Răspuns A.

11. $s = 36dg + 14dg + 10 dg = 60 dg = 6 g$. Răspuns D.

12. 4 pătrate formează desfășurarea, deci latura unui pătrat este de $24 : 4 = 6$ cm. Aria dreptunghiului este egală cu $24 \cdot 6 = 144$ cm². Răspuns B.

III.

13. a) $\overline{x3} \cdot \overline{x5} + 1 = (10x + 3)(10x + 5) + 1 = 100x^2 + 80x + 16 = (10x + 4)^2 = \overline{x4}^2$ pătrat perfect.

b) $10a + b - 10b - a = ab - a \Rightarrow 9a - 9b = ab - a \Rightarrow 10a = b(a + 9)$, cu a, b cifre; obținem $b = \frac{10a}{a+9} \in \mathbb{N}$, adică $a+9 \mid 10a$; dar $a+9 \mid a+9$, rezultă $a+9 \mid 10a+90$.

Din $a+9 \mid 90$ rezultă $a \in \{1; 6; 9\}$, deci $\overline{ab} \in \{11; 64; 95\}$.

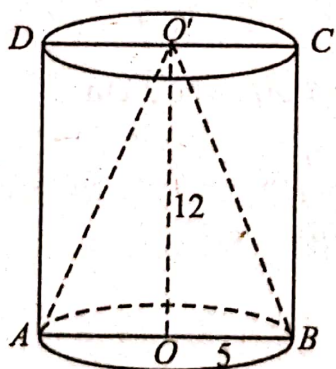
14. a) $(2m+1)\left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 7 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - 6 = 0 \Rightarrow \frac{9}{25}(2m+1) + \frac{21}{5} - 6 = 0 \Rightarrow 18m = 36 \Rightarrow m = 2$

b) $3x^2 - 5x + 2 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{6} = \frac{5 \pm 1}{6} \Rightarrow x \in \left\{1; \frac{2}{3}\right\}$.

c) $3x^2 - 5xy + 2y^2 = 0 \mid : y^2 \Rightarrow 3\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) + 2 = 0$.

Notăm $\frac{x}{y} = t$ și obținem $3t^2 - 5t + 2 = 0 \Rightarrow t \in \left\{1; \frac{2}{3}\right\}$, deci $\frac{x}{y} \in \left\{1; \frac{2}{3}\right\}$.

15. a)



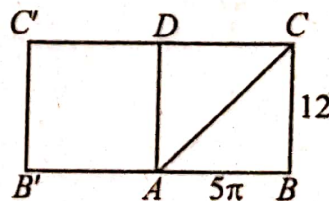
b) $AB = 10$ cm $\Rightarrow R = 5$ cm.

$A_{\text{lat}} = 2\pi R h \Rightarrow A_{\text{lat}} = 120\pi$ cm².

c) $V_{\text{con}} = \frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{25\pi \cdot 12}{3} = 100\pi$ cm³.

d) Desfășurând suprafața laterală a cilindrului, drumul dintre A și C va fi ipotenuza triunghiului dreptunghic ABC care are catetele 5π și 12. Rezultă din teorema lui Pitagora că $AC^2 = (5\pi)^2 + 12^2$, adică $AC^2 = 25\pi^2 + 144$;

dar $\pi < 3,15$, rezultă $AC < \sqrt{25 \cdot (3,15)^2 + 144}$, deci $AC < 20$ cm ($AC = \sqrt{391}$ cm).



Anexa 1 la Ordinul nr. 5001/ 31.08.2006, cu privire la aprobarea Calendarului și a Metodologiei de organizare și desfășurare a testelor naționale, în vederea accesului absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a a anului școlar 2007-2008

CALENDARUL DE DESFĂȘURARE A TESTELOR NAȚIONALE

organizate în vederea accesului absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a a anului școlar 2007-2008

| | |
|--------------------|--|
| 14 - 25 mai 2007 | Înscrierea candidaților |
| 8 iunie 2007 | Încheierea cursurilor pentru elevii claselor a VIII-a |
| 18 iunie 2007 | Limba și literatura română – test scris |
| 19 iunie 2007 | Limba și literatura maternă – test scris |
| 20 iunie 2007 | Matematica - test scris |
| 21 iunie 2007 | Istoria românilor sau Geografia României – test scris |
| 24 iunie 2007 | Afișarea rezultatelor (până la orele 16) și depunerea contestațiilor (orele 16 – 20) |
| 25 – 27 iunie 2007 | Rezolvarea contestațiilor |
| 28 iunie 2007 | Afișarea rezultatelor finale (până la orele 16) |

METODOLOGIA DE ORGANIZARE ȘI DESFĂȘURARE A TESTELOR NAȚIONALE, ÎN VEDEREA ACCESULUI ABSOLVENȚILOR CLASEI A VIII-a ÎN CLASA A IX-a A ANULUI ȘCOLAR 2007 – 2008



I. DISPOZIȚII GENERALE

Art. 1. - (1) În conformitate cu articolul 22, alin. (1) din Legea Învățământului nr. 84/1995, republicată, cu modificările și completările ulterioare, „Accesul absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a a ciclului inferior al liceului sau a școlii de arte și meserii se realizează prin procedura de selecție și repartizare, reglementată conform Metodologiei Ministerului Educației, Cercetării și Tineretului, care se dă publicității până la începutul anului școlar”.

(2) În vederea realizării selecției și repartizării absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a a ciclului inferior al liceului sau a școlii de arte și meserii, se organizează teste naționale la disciplinele Limba și literatura română, Matematică și, la alegere, Istoria românilor sau Geografia României. Candidații aparținând minorităților naționale, care au urmat cursurile gimnaziale în limba maternă, susțin și un test la Limba și literatura maternă.

(3) Procedura de selecție privind accesul absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a are în vedere următoarele criterii:

- media la testele naționale, cu o pondere de 50%;
- media de absolvire a claselor a V-a – a VIII-a, cu o pondere de 50%.

(4) În vederea admiterii la liceele vocaționale sau la clasele cu predare a unei limbi moderne în regim bilingv, candidații susțin și probe de aptitudini sau probe de verificare a cunoștințelor de limbă modernă.

Art. 2. - Au dreptul să se prezinte la testele naționale atât persoanele care au promovat clasa a VIII-a de gimnaziu din seria curentă, cât și cele din seriile anterioare, care nu au promovat examenul de capacitate sau testele naționale, indiferent de vârsta candidatului.

Art. 3. - (1) Testele naționale se susțin anual, într-o singură sesiune.

(2) În caz de nepromovare a testelor naționale, acestea pot fi susținute în oricare dintre sesiunile ulterioare.

(3) Atât candidații proveniți din învățământul de stat, cât și cei din învățământul particular au dreptul să susțină testele naționale, fără taxă.

Art. 4. - Elevilor care promovează testele naționale li se eliberează un certificat care să ateste promovarea acestora. Celor care nu promovează testele naționale li se eliberează, la cerere, copie de pe foaia matricolă.

Art. 5. - În sensul prezentei metodologii, se definesc următorii termeni:

- **procedură** – act intern care precizează modalitatea prin care trebuie să se desfășoare anumite activități și care cuprinde standarde, criterii, date-limită, responsabilități și soluții practice pentru realizarea acestora;

- **sesiune de teste naționale** – perioadă prestabilită în care se înscriu candidații, se susțin probele de testare, se soluționează contestațiile și se afișează rezultatele;
- **probă de teste naționale** – formă de testare programată să se desfășoare la o dată prestabilită, constând în susținerea unui test scris, la anumite discipline;
- **Comisie Națională de Organizare a Testelor Naționale, comisie județeană de teste naționale/ a municipiului București, comisie de teste naționale, comisie de contestații** – grupuri de cadre didactice cu o structură ierarhică, cu atribuții specifice în organizarea și desfășurarea testării, la nivel național, județean și, respectiv, local;
- **centru de testare, centru zonal de evaluare** – unități de învățământ organizate special pentru desfășurarea testării naționale;
- **profesor evaluator** – cadru didactic cu atribuții în evaluarea lucrărilor scrise, în baza unor bareme de corectare și de notare;
- **asistent** – cadru didactic cu atribuții de supraveghere în sălile din centrele de testare;
- **stagi de instruire** – cursuri de instruire pe problematica specifică evaluării, precum și a organizării și a desfășurării testării, care se realizează înaintea sesiunii de testare națională;
- **fișă-tip informatizată** – cerere individuală de înscriere la testare, în format electronic, care cuprinde datele de identificare a candidatului și lista disciplinelor de testare pentru care acesta a optat;
- **borderou de evaluare** – document-tip în care se înregistrează, conform baremului de evaluare și de notare, punctajul alocat fiecărui răspuns;
- **catalog electronic** – document oficial de testare, informatizat, instituit la nivelul centrului de testare, care cuprinde datele de identificare a candidaților și notele obținute de aceștia, precum și numele componentilor comisiei de teste naționale și ale profesorilor evaluatori; pentru oficializarea documentului se realizează două copii în formă tipărită, semnate de președinte, vicepreședinte, secretar și profesorii examinatori/evaluatori;
- **reevaluare a lucrărilor** – procesul de recorectare a unor lucrări, în condiții de resecretizare, de către alți profesori evaluatori decât cei care au realizat evaluarea inițială, cu scopul verificării corectitudinii evaluării inițiale;
- **certificat** – document oficial care atestă promovarea testelor naționale.

II. COORDONAREA METODOLOGICĂ A TESTELOR NAȚIONALE

Art. 6. - (1) Coordonarea pe plan național a acțiunilor privind organizarea și desfășurarea selecției pe baza testelor naționale este asigurată de Comisia Națională de Organizare a Testelor Naționale, numită în continuare Comisia Națională, care se constituie anual, prin ordin al ministrului și funcționează în cadrul Ministerului Educației și Cercetării.

(2) În fiecare județ și în municipiul București, se constituie comisia județeană/ a municipiului București de organizare a testelor naționale, numită mai departe comisia județeană.

(3) Comisiile județene/ ale municipiului București asigură aplicarea riguroasă a normelor metodologice, organizează și coordonează desfășurarea testelor naționale în fiecare județ/ în municipiul București.

(4) În fiecare județ se constituie centre de testare, în care se susțin testele naționale, și centre zonale de evaluare, în care se realizează evaluarea lucrărilor scrise. Se recomandă organizarea unui număr mic de centre de evaluare pe județ, care să asigure unitatea evaluării, ținând cont, în același timp, de distribuția geografică a unităților de învățământ și de existența personalului calificat. În fiecare centru de testare și în fiecare centru zonal de evaluare, se constituie și funcționează comisii, numite în conformitate cu prezenta metodologie și coordonate de către un președinte.

[...]

Art. 13. - (1) Organizarea centrelor de testare se face după cum urmează:

- **în mediul urban**, elevii vor fi grupați pe centre de testare, astfel încât numărul de elevi dintr-un centru să fie cuprins între 250 și 400 de elevi. Numărul de elevi pe centru va fi decis ținând cont de necesitatea desfășurării în condiții optime a testelor. În cazuri excepționale, bine motivate, se pot organiza și centre de testare cu mai puțin de 250 de elevi sau cu mai mult de 400 de elevi, cu aprobarea Comisiei Naționale;

- **în mediul rural**, se vor organiza centre de testare având cel puțin 100 candidați. În cazul unităților școlare cu mai puțin de 100 de absolvenți ai clasei a VIII-a, acestea vor fi arondate, la centre din municipii, orașe, comune, în funcție de distanța pe care o au de parcurs și de mijloacele de transport existente. În acest caz, o atenție deosebită trebuie acordată problemei transportului elevilor. În cazuri excepționale, se pot organiza și centre de testare cu mai puțin de 100 de candidați, cu aprobarea Comisiei Naționale.

[...]

III. ÎNSCRIEREA CANDIDAȚILOR PENTRU SUSȚINEREA TESTELOR NAȚIONALE

Art. 18. - (1) La testele naționale, se pot înscrie atât absolvenții clasei a VIII-a din seria curentă, cât și cei din seriile anterioare, care nu au promovat examenul de capacitate sau testele naționale, indiferent de vârsta candidatului.

(2) Elevii români care au studiat în străinătate se pot înscrie la susținerea testelor naționale numai după echivalarea studiilor și promovarea examenelor de diferență stabilite de Ministerul Educației și Cercetării, prin Centrul Național de Recunoaștere și Echivalare a Diplomelor.

(3) Candidații proveniți din învățământul particular se înscriu la centrul de testare desemnat de comisia județeană.

Art. 19. - (1) Înscrierea candidaților pentru testele naționale se face la secretariatele școlilor, în perioada prevăzută în calendar, după cum urmează:

a) pentru candidații din seria curentă, tabelele de înscriere sunt întocmite de profesorii diriginți, în conformitate cu evidențele din școli. Tabelele conțin opțiunile candidaților pentru istoria românilor sau geografia României, precum și semnăturile acestora. Înscrierea se face la centrul de testare la care este arondată unitatea, de către director și de secretarul școlii menționate, conform unei programări stabilite de comisia județeană;

b) pentru candidații din anii precedenți, înscrierea se face de secretarul școlii din centrul de testare la care este arondată școala pe care candidații au absolvit-o, pe

baza actelor prezentate de aceștia (cerere de înscriere, buletin/ carte de identitate, certificat de naștere și foaia matricolă pentru clasele I – a VIII-a). În situația schimbării domiciliului în altă localitate, menționată ca atare în buletinul de identitate, candidații din seriile precedente se pot înscrie pentru a susține testele naționale la un centru de testare, stabilit de comisia județeană din județul în care se află noul domiciliu al candidatului. În afara acestei situații, înscrierea în alt județ este permisă numai cu aprobarea Comisiei Naționale.

(2) Tabelele de înscriere, pentru absolvenții din seria curentă, întocmite conform calendarului, se actualizează după încheierea semestrului al doilea (prin eliminarea candidaților corigenți, repetenți, cu situația neîncheiată sau exmatriculați) și se transmit, semnate și ștampilate de director, centrului de testare la care școala este arondată, în ziua următoare încheierii cursurilor pentru clasa a VIII-a. De corectitudinea datelor transmise centrului de testare, răspunde directorul unității de învățământ la care candidații au absolvit cursurile gimnaziale.

(3) Fiecare candidat depune, la înscrierea pentru testele naționale, o fotografie recentă, tip buletin/ carte de identitate, care se aplică pe legitimație. Pentru candidații din seria curentă, legitimația este completată, semnată, ștampilată și eliberată de conducerea unității de învățământ pe care candidatul a absolvit-o. Pentru candidații din seriile precedente, legitimația este eliberată de secretariatul centrului de testare.

IV. DISCIPLINELE PENTRU TESTELE NAȚIONALE

Art. 20. - (1) **Disciplinele la care se susțin testele naționale sunt următoarele:**

- a) Limba și literatura română - test scris, din materia claselor a V-a – a VIII-a, conform programei de testare;
- b) Matematică - test scris, din materia claselor a V-a – a VIII-a, conform programei de testare;
- c) Istoria românilor sau Geografia României (la alegere) - test scris, din materia clasei a VIII-a, conform programei de testare.

(2) Candidații aparținând minorităților naționale, care au urmat cursurile gimnaziale în limba maternă, susțin și un test la Limba și literatura maternă, din materia claselor a V-a - a VIII-a, conform programei de testare.

Art. 21. - Evaluarea lucrărilor scrise se face cu note de la 10 la 1, cu respectarea strictă a baremului de evaluare și de notare indicat de Serviciul Național de Examinare și Evaluare; nota minimă de promovare la fiecare dintre lucrările scrise este 5.

V. ELABORAREA TESTELOR NAȚIONALE

Art. 22. - Testele naționale și baremele de evaluare și de notare se elaborează în cadrul Serviciului Național de Evaluare și Examinare, ținând seamă de următoarele cerințe:

- a) să fie formulate clar, precis și în strictă concordanță cu **programele școlare și cu programele de testare**, valabile pentru desfășurarea testelor naționale din anul respectiv;
- b) să aibă un nivel mediu de dificultate;
- c) să permită efectuarea lor în 2 ore.

VI. ORGANIZAREA SĂLILOR DE TESTARE, ACCESUL ȘI REPARTIZAREA ÎN SĂLI A CANDIDAȚILOR, A ASISTENȚILOR, DESFĂȘURAREA, EVALUAREA ȘI NOTAREA TESTELOR NAȚIONALE

Art. 23. - Organizarea sălilor de testare, accesul și repartizarea în săli a asistenților și a candidaților se fac după cum urmează:

A. Pregătirea sălilor de testare

Sălile destinate pentru susținerea testelor naționale vor fi adaptate activităților legate de acestea prin:

- a) dotarea corespunzătoare;
- b) eliminarea oricăror materiale didactice care ar putea influența candidații în elaborarea lucrărilor;
- c) afișarea pe ușa fiecărei săli a listei nominale alfabetică cu candidații repartizați în sala respectivă, avizată de președintele comisiei;
- d) afișarea, pe ușa fiecărei săli, a prevederilor din metodologie care îi informează pe candidați că pătrunderea în săli cu materiale ajutătoare, cu mijloace electronice de calcul sau de comunicare, fraudă sau tentativa de fraudă atrag după sine eliminarea de la testele naționale;
- e) afișarea, pe ușa fiecărei săli, a prevederilor din metodologie care îi informează pe candidați că subiectele rezolvate pe ciornă sau pe foaia **cu subiectele multiplicat** nu se iau în considerare.

B. Repartizarea în săli a asistenților

a) Înaintea intrării în săli, președintele comisiei din centrul de testare instruește asistenții în legătură cu îndatoririle care le revin, cu prevederile prezentei metodologii, cu informațiile pe care trebuie să le furnizeze candidaților aflați în săli. Aceste informații sunt consemnate într-un document, care va fi prezentat de către asistenți în fiecare sală de testare. Instructajul va avea un scenariu-standard, obligatoriu, care va fi reglementat printr-o procedură.

b) La încheierea instructajului, participanții vor semna un proces-verbal, care se va arhiva alături de celelalte documente referitoare la testele naționale.

c) Repartizarea în săli a asistenților se face de către președintele comisiei, prin tragere la sorți - câte doi pentru fiecare sală - cu trei sferturi de oră înainte de începerea fiecărui test, luându-se măsuri să nu rămână aceleași formații de supraveghere pentru aceleași săli în zile diferite, iar cadrele didactice să nu fie de specialitatea disciplinei de test la care supraveghează.

d) Asistenții, care au fost instruiți și au semnat fișa de atribuții, intră în săli după ce au primit listele cuprinzând candidații, foaia conținând informațiile care trebuie transmise candidaților, procesul-verbal de predare a lucrărilor scrise, hârtie tipizată și hârtie șampilată pentru ciorne; numărul de coli tipizate și numărul de coli pentru ciorne primite pentru fiecare sală de testare vor fi consemnate în procesul-verbal de instruire, care va fi semnat de fiecare supraveghetor, de președintele comisiei și de unul dintre membrii acesteia.

e) Se interzice asistenților intrarea în sălile de testare cu telefoane mobile, cărți, ziare, manuale sau cu alte materiale informative vizând conținutul disciplinelor de concurs.

C. Accesul și repartizarea în săli a candidaților

a) Accesul candidaților în săli este permis pe baza buletinului/ cărții de identitate (a certificatului de naștere, în cazul în care candidatul nu are buletin/ carte de identitate) și a legitimației de testare, cel târziu cu o jumătate de oră înaintea începerii fiecărui test. Candidații care nu au asupra lor buletinul/ cartea de identitate (certificatul de naștere, pentru candidații care nu au buletin/ carte de identitate) și legitimația de testare nu sunt primiți în sală.

b) În cazuri excepționale, comisia de testare poate accepta în sală candidați care nu au documentele menționate anterior, dacă sunt recunoscuți de un cadru didactic sau de doi candidați și sub rezerva prezentării documentelor până a doua zi. În caz contrar, lucrarea candidatului va fi anulată și candidatul va fi eliminat. Comisia județeană va fi informată despre situația creată înainte de a fi luată decizia de eliminare sau de acceptare a candidatului în testare fără documentele menționate la punctul a).

Situația va fi menționată într-un proces verbal special, care se va păstra alături de celelalte documente de testare.

c) Se interzice intrarea în săli, a candidaților, cu manuale școlare, cu materiale scrise sau cu alte materiale care ar putea fi folosite pentru rezolvarea subiectelor, cu orice mijloc electronic de calcul sau de comunicare cu exteriorul. La proba scrisă de matematică este permisă folosirea compasului, a creionului, a radierei, a riglei și a raportorului, care nu au inscripționate formule matematice. Asistenții vor verifica respectarea acestei prevederi înainte de aducerea subiectelor în săli. Nerespectarea acestor dispoziții duce la eliminarea din sală a candidatului de către președintele comisiei de testare, indiferent dacă materialele respective au fost folosite sau nu și, după caz, la sancționarea asistenților, în conformitate cu Legea învățământului.

d) Candidații se așează **câte unul în fiecare bancă**, în ordine alfabetică, conform listelor afișate. Fiecare elev primește o coală tipizată, pe care își scrie cu majuscule numele, prenumele tatălui și toate prenumele (în ordinea din cartea de identitate sau din certificatul de naștere) și completează citeț celelalte date de pe colțul care urmează să fie lipit. Candidații vor primi atâtea coli tipizate câte vor solicita și vor completa pe fiecare dintre acestea datele personale, în colțul care urmează să fie lipit. Totodată, aceștia vor primi hârtie pentru ciornă.

e) Înainte de începerea fiecărui test, asistenții vor explica tuturor candidaților modul de desfășurare a acestuia și modul de completare a datelor generale sau personale de pe foaia tipizată. Se va insista asupra faptului că rezolvarea subiectelor se face exclusiv pe foaia tipizată și că soluțiile scrise pe ciorne sau pe testul multiplicat nu se iau în considerare. Candidații semnează un proces-verbal de luare la cunoștință a informațiilor primite de la asistenți.

f) Colțul colii/ colilor tipizate va fi lipit, în mod obligatoriu, de către asistenți, după distribuirea subiectelor în săli și după ce candidații au început să scrie pe foaia de concurs rezolvarea subiectelor, iar asistenții au verificat identitatea candidaților, precum și completarea corectă a tuturor datelor prevăzute. Asistenții vor semna fiecare lucrare în locul prevăzut pentru semnături, în interiorul porțiunii care urmează a fi sigilată. Pentru lipirea colțului lucrării se va folosi lipici sau același tip de etichete autocolante pentru toate centrele de testare din județ. Președintele comisiei va pune ștampila tip „Teste Naționale 2007 - C.T.” peste colțul închis și lipit al lucrării, fără

a semna lucrarea. Aceste operații se vor încheia înaintea ieșirii primului elev din sălile centrului de testare.

g) Înscrierea numelui candidaților pe foile tipizate, în afara rubricii care se sigilează și orice alt semn distinctiv care ar permite identificarea lucrării, atrag după sine anularea acesteia.

h) Pentru ciorne, candidații vor primi atâtea coli șampilate cu stampila „Teste Naționale 2007 - C.T.”, câte le sunt necesare.

Art. 24. - Desfășurarea testelor naționale va avea loc după cum urmează:

(1) După comunicarea de către Comisia Națională a numărului variantei de test, se extrage varianta. Comisia din centrul de testare **multiplică subiectele în număr egal cu numărul candidaților**, copiile se introduc în plicuri care se sigilează, apoi sunt distribuite în săli de către președintele și membrii comisiei. Candidații care susțin proba de matematică în limba unei minorități, vor primi subiectul atât în limba română, cât și în limba minorității în care au studiat disciplina. Înainte de multiplicarea subiectelor pentru fiecare candidat, membrii comisiei verifică dacă varianta extrasă în plenul comisiei este cea anunțată de Comisia Națională. Se încheie proces-verbal, semnat de toți cei prezenți.

(2) Asistenții din săli primesc plicurile cu subiecte de la președinte, secretar sau de la un membru al comisiei, verifică integritatea acestora, le deschid și distribuie testele multiplicat fiecărui candidat. La încheierea acestor operații, începe rezolvarea subiectelor de către candidați. Unul dintre asistenți notează pe tablă ora începerii și ora terminării rezolvării testului. Președintele și membrii comisiei verifică, în toate sălile de testare, dacă testele multiplicat pentru fiecare elev sunt complete. Aceștia nu vor da candidaților indicații referitoare la rezolvarea testelor.

(3) Din momentul extragerii variantei de testare niciun elev nu mai poate intra în săli. De asemenea, niciun elev nu poate părăsi sala, decât dacă predă lucrarea scrisă și semnează de predarea acesteia. Candidații pot părăsi centrul de testare cel mai devreme după o oră de la distribuirea subiectelor în săli.

(4) În cazuri excepționale, dacă un candidat se simte rău și solicită părăsirea temporară a sălii, va fi însoțit de către unul dintre cadrele didactice care supraveghează, până la înapoierea în sala de testare.

(5) Niciun membru al comisiei nu are voie să părăsească centrul de testare și să comunice în afară conținutul subiectelor, până la încheierea testului.

(6) Pentru elaborarea textului lucrării scrise, elevii folosesc cerneală sau pastă de culoare albastră, iar pentru executarea schemelor și a desenelor - creion negru. Se interzice folosirea, în timpul probelor scrise, a minicalculatoarelor, a altor mijloace de calcul sau a dicționarelor, a hărților etc. Pentru redactarea lucrărilor și pentru ciorne, se va folosi numai hârtia distribuită candidaților de către asistenți.

(7) Candidații care doresc să corecteze o greșală taie fiecare rând din pasajul greșit cu o linie orizontală. În cazul în care unii elevi, din diferite motive (corectări numeroase, greșeli care ar putea fi interpretate drept semn de recunoaștere etc.) doresc să-și transcrie lucrarea, fără să depășească timpul stabilit, aceștia vor primi alte coli tipizate. Colile folosite inițial se anulează pe loc, menționându-se pe ele „anulat” și se semnează de către cei doi asistenți.

(8) În timpul desfășurării testelor naționale, asistenții din săli nu dau candidaților nicio indicație, nu rezolvă testele, nu discută între ei. Unul dintre asistenți stă în fața clasei, iar celălalt în spatele clasei.

(9) În timpul desfășurării testelor naționale, asistenții de săli răspund de asigurarea ordinii și liniștii în sala de clasă, de respectarea de către candidați a tuturor prevederilor din prezenta metodologie, având, în același timp, un comportament calm, echilibrat, adecvat unui cadru didactic și situației de testare. Asistenții verifică dacă elevii au intrat în sală cu materiale interzise prin prezenta metodologie sau cu alte materiale care le-ar permite sau facilita rezolvarea testelor. De asemenea, asistenții nu permit candidaților să comunice în niciun fel între ei sau cu exteriorul și informează președintele comisiei asupra oricărei încălcări a metodologiei.

(10) Eventualele tentative de fraudă, alte nereguli în desfășurarea testelor, semnalate asistenților de către candidați sau sesizate de asistenții înșiși, vor fi comunicate imediat președintelui comisiei de testare. Acesta este obligat să verifice și să ia măsurile care se impun.

(11) Comisia județeană va fi informată, imediat, despre orice situație specială.

(12) Încălcarea prevederilor de mai sus poate duce la înlocuirea asistenților și, după caz, la sancționarea lor, mergând până la excluderea din învățământ.

(13) În timpul desfășurării testelor naționale, în săli au voie să intre numai președintele, vicepreședintele, secretarii și membrii comisiei județene, președintele, secretarul și membrii comisiei centrului de testare, precum și reprezentanții Comisiei Naționale și ai comisiei județene, împuterniciți cu delegație. Aceștia nu dau candidaților niciun fel de indicație referitoare la rezolvarea subiectelor. Un comportament contrar duce la sancționarea persoanelor vinovate, conform prevederilor prezentei metodologii și legislației în vigoare.

(14) După ce își încheie lucrările, elevii numerotează foile, sub îndrumarea asistenților, numai cu cifre arabe, în partea de jos a paginii, în colțul din dreapta, indicând pagina curentă și numărul total de pagini. De exemplu, dacă elevul a scris 5 pagini, numerotarea paginii a trei a lucrării va fi 3/5. Se vor numerota toate paginile pe care elevul a scris, inclusiv acelea pe care sunt scrise doar câteva rânduri, partea nescrisă urmând să fie barată de către asistenți. După încheierea numerotării, candidații predau asistenților lucrările și semnează pentru confirmarea predării lucrării și a numărului de pagini.

(15) La expirarea timpului acordat, elevii predau lucrările în faza în care se află, fiind interzisă depășirea timpului de lucru stabilit și afișat pe tablă. Ultimii trei elevi rămân în sală până la predarea ultimei lucrări.

(16) La predarea lucrărilor, asistenții barează spațiile nescrise, verifică numărul total de pagini scrise și îl trec în procesele-verbale de predare-primire, pe care le semnează candidații, precum și în rubrica specială, prevăzută în acest scop pe prima pagină a lucrării.

(17) Ciornele și lucrările anulate se strâng separat. **Subiectele rezolvate pe ciorne sau pe testul multiplicat nu se iau în considerare.** Această informație este transmisă candidaților, în mod obligatoriu, de către asistenți, atât la începutul fiecărui test, cât și în momentul preluării lucrărilor.

(18) Operațiunile menționate la punctele 16) și 17) se efectuează de către asistenți în fața candidatului, după care acesta semnează listele nominale.

(19) Asistenții duc lucrările scrise președintelui și celorlalți membri ai comisiei și le predau acestora, sub semnătură. De asemenea, se predau/ preiau listele nominale, semnate de elevi și de cei doi asistenți, colile tipizate nefolosite, ciornele și foile anulate, precum și foile de ciornă nefolosite.

Președintele, împreună cu secretarul sau un membru al comisiei, verifică dacă numărul lucrărilor predate corespunde cu numărul semnăturilor de pe listă și dacă numărul paginilor scrise coincide cu cel transcris în rubrica specială de pe prima pagină a lucrării și în lista nominală și semnează de primire pe listele nominale.

Aceștia numără colile tipizate nefolosite și foile anulate, înscriind numărul lor în procesul-verbal de predare-primire, care va fi semnat de asistenți, de președinte și de un membru al comisiei.

(20) Toate lucrările scrise se predau, prin președinte și secretar sau un membru al comisiei de testare, pe bază de proces-verbal, persoanelor autorizate din centrul zonal de evaluare. După desfășurarea ultimului test, alături de lucrările scrise, se predă la centrul de evaluare și catalogul electronic de la centrul de testare completat cu numele candidaților, inițiala tatălui și școala de proveniență.

(21) După încheierea fiecărui test național, comisia din centrul de testare afișează baremele de evaluare și de notare, preluate de la centrul de evaluare.

(22) Pe perioada desfășurării testelor naționale (începând din momentul extragerii numărului variantei de test la Comisia Națională și până la plecarea delegaților cu lucrările către centrul zonal de evaluare) în centrul de testare se pot afla numai candidații, membrii comisiei prevăzuți de prezenta metodologie și un delegat al unității școlare în care este organizat centrul de testare, care asigură asistența tehnică pentru copiatoare, calculatoare și care asigură logistica pentru testare: foi tipizate, foi de ciornă, lipici, etichete etc. Delegatul unității școlare nu pătrunde în sălile de testare și în sălile în care își desfășoară activitatea comisia și nu are acces la subiecte.

Art. 25. - Desfășurarea activității în centrele zonale de evaluare:

(1) Președintele și membrii comisiei primesc, pe bază de proces-verbal de predare-primire, de la delegații fiecărui centru de testare, lucrările scrise aduse, spre a fi evaluate.

(2) Lucrările scrise de la aceeași disciplină de testare, primite de la toate centrele de testare arondate, sunt amestecate de președinte și de ceilalți membri ai comisiei de evaluare, sunt numerotate de la 1 la n și grupate în seturi.

(3) Seturile de lucrări se introduc în plicuri sau în dosare numerotate, cu menționarea numerelor acordate lucrărilor din fiecare plic. Pe fiecare lucrare se înscrie numărul de ordine al plicului sau al dosarului și numărul de ordine al lucrării. Plicurile cu lucrările numerotate sunt predate, cu proces-verbal, de președinte sau de vicepreședinte, profesorilor desemnați să evalueze și să noteze lucrările.

(4) Fiecare lucrare este evaluată de doi profesori evaluatori, desemnați de președintele comisiei. De regulă, unul din evaluatori este profesor de școală generală, iar celălalt de liceu. Profesorii evaluatori nu vor cunoaște de la care centru de testare provin lucrările scrise pe care le evaluează. La finalizarea primei corectări a lucrărilor,

schimbul de lucrări între evaluatori se va face prin tragere la sorți, de către președintele comisiei de evaluare, în prezența a doi dintre membrii comisiei.

(5) Evaluarea și notarea lucrărilor scrise se efectuează de către cei doi profesori evaluatori în săli separate, stabilite de președintele comisiei. În fiecare sală de evaluare se vor afla cel puțin trei profesori evaluatori, în același timp. Pe perioada evaluării, în săli au voie să intre, pe lângă evaluatori, doar președintele și vicepreședintele comisiei județene, membrii comisiei centrului de evaluare, precum și reprezentanții Comisiei Naționale și ai comisiei județene, împuterniciți cu delegație.

(6) Fiecare lucrare se evaluează și se apreciază independent de către profesorii evaluatori din comisie, cu note de la 10 la 1, respectându-se cu strictețe baremele de evaluare și de notare transmise de Comisia Națională. Fiecare evaluator înregistrează în borderouri punctajele și notele acordate pentru fiecare lucrare. **Se interzic interpretările personale și modificările în baremul de evaluare și de notare. Pentru orice problemă apărută în acest sens va fi anunțată Comisia Națională.**

(7) Zilnic, după terminarea programului de evaluare, seturile de lucrări și borderourile individuale de notare se predau, cu proces-verbal, președintelui, pentru a fi păstrate în casa de fier sau în dulapuri metalice, închise și sigilate. Cheia și sigiliul vor fi păstrate separat de către președinte și de unul dintre membri.

(8) După încheierea de către ambii evaluatori a acțiunii de evaluare și de notare, borderourile întocmite conform baremului de corectare și de notare și semnate de fiecare profesor evaluator sunt predate președintelui comisiei, odată cu lucrările evaluate. După ce președintele comisiei verifică, în prezența celor doi evaluatori, dacă diferența dintre notele acordate este de cel mult un punct, aceștia trec notele pe lucrare și semnează cu cerneală roșie. Media finală se trece pe lucrare, în prezența profesorilor evaluatori, de președintele comisiei. Președintele comisiei verifică media finală, ca medie aritmetică cu două zecimale, fără rotunjire, între notele acordate de cei doi evaluatori, și semnează alături de aceștia.

(9) În cazul în care președintele comisiei constată că între notele acordate unei lucrări de către cei doi profesori evaluatori există o diferență mai mare de un punct, o repartizează pentru reevaluare și notare unui alt profesor de specialitate, ales dintre evaluatorii din centru. Reevaluarea se va face în prezența profesorilor care au acordat inițial notele. Nota acordată la reevaluare este nota care se trece pe lucrare și va fi semnată de către cei trei profesori și de președintele comisiei. Aceste situații, care necesită o a treia corectare, vor fi consemnate într-un proces-verbal, semnat de cei amintiți anterior.

(10) După ce toate lucrările scrise, la fiecare disciplină de testare, au fost evaluate, acestea se deschid în prezența profesorilor evaluatori, a președintelui și a membrilor comisiei. Notele finale se înregistrează imediat în cataloagele electronice de testare, de către un membru al comisiei. Președintele comisiei sau un membru delegat de către acesta verifică corectitudinea transcrierii notelor de pe lucrări în catalog și răspunde alături de secretar și ceilalți membri ai comisiei pentru eventualele greșeli.

Comisia din centrul zonal de evaluare realizează completarea electronică a notelor și a mediilor generale, listarea în două exemplare a cataloagelor, verificarea

concordanței între notele înscrise pe teze și catalogul listat și semnarea notelor. Cele două exemplare listate ale cataloagelor se numerează și se ștampilează de către comisia din centrul de evaluare.

(11) După încheierea evaluării tuturor lucrărilor scrise și după trecerea notelor și a mediilor generale în catalog, acestea se predau, pe format electronic și pe suport de hârtie, de către președinte și un membru al comisiei din centrul de evaluare, delegaților din fiecare centru de testare, pentru a fi transportate la centrele respective, pe bază de proces-verbal de predare-primire. După încheierea etapei de contestații, lucrările scrise și borderourile se predau, cu proces-verbal, directorului unității de învățământ în care s-a organizat centrul zonal de evaluare.

VII. STABILIREA ȘI COMUNICAREA REZULTATELOR

Art. 26. - (1) Un candidat este considerat reușit dacă obține cel puțin nota 5 la fiecare test. Un candidat care a obținut la cel puțin unul dintre teste o notă mai mică decât 5 este considerat „respins” și nu i se încheie media generală.

(2) Media generală se calculează, în centrele zonale de evaluare, după încheierea tuturor probelor, pentru fiecare candidat care a obținut cel puțin nota 5 la fiecare test.

Media generală se calculează ca medie aritmetică, cu două zecimale, fără rotunjire, din notele obținute la cele 3 teste naționale (respectiv 4, pentru candidații care susțin și test scris la limba și literatura maternă).

Art. 27. - (1) Tabelul nominal, cuprinzând notele și media obținute de fiecare candidat, se afișează la centrul de testare. În dreptul fiecărui candidat se va scrie, după caz, și rezultatul final: „reușit”, „respins”, „neprezentat”, „eliminat”.

(2) Un candidat este considerat neprezentat dacă nu a fost prezent la cel puțin unul dintre testele naționale.

(3) Un candidat eliminat la una dintre probe nu se mai poate prezenta la următoarele probe.

Art. 28. - Pentru candidații care au absolvit la alte unități de învățământ decât cea în care este organizat centrul de testare, inclusiv pentru cei din alte județe, comisia din centrul de testare întocmește extrase din catalog, care cuprind situația lor la testare și le transmit unităților de învățământ de proveniență, în vederea completării certificatelor care atestă absolvirea testelor naționale.

VIII. DEPUNEREA ȘI REZOLVAREA CONTESTAȚIILOR

Art. 29. - (1) Eventualele contestații cu privire la rezultatele testelor naționale se depun în ziua prevăzută de calendarul de desfășurare a testelor.

(2) Contestațiile se înregistrează la secretariatele centrelor de testare și se analizează la comisia de contestații.

(3) Candidații pot contesta numai notele acordate propriilor lucrări.

Art. 30. - (1) Președintele, împreună cu secretarul sau cu un membru al comisiei din centrul de testare primesc contestațiile și le înregistrează.

(2) Cererile prin care se contestă notele obținute la evaluarea inițială, însoțite de un borderou în care se precizează numele contestatarilor și disciplina/ disciplinele

pentru care este depusă contestația se înaintează comisiei din centrul zonal de evaluare de către un delegat al comisiei din centrul de testare .

(3) După primirea, în centrul zonal de evaluare, a cererilor prin care se contestă notele obținute la evaluarea inițială, lucrările candidaților care au depus contestații se închid, pentru a deveni secrete, atât în ceea ce privește numele candidatului, numărul de ordine acordat inițial lucrării, centrul de testare, cât și notele acordate. Secretizarea se face, în toate centrele zonale de evaluare din județ, cu același tip de hârtie pusă la dispoziție de comisia județeană. Pe lucrările secretizate se aplică ștampila „Teste Naționale 2007 - CZE”. Lucrările se înaintează, prin doi delegați, comisiilor de contestații județene/ ale municipiului București, însoțite de un borderou în care se menționează numărul de ordine al lucrărilor, disciplina de testare și numărul de pagini al fiecărei lucrări. În cazul în care Comisia Națională decide organizarea de centre regionale de contestații, delegații centrelor zonale de evaluare înaintează lucrările comisiei județene de organizare a testelor naționale, care răspunde de transmiterea lucrărilor în județul în care se organizează centrul regional de contestații. Comisia județeană transmite comisiei de contestații, odată cu lucrările care trebuie reevaluate, baza de date în format electronic.

(4) Președintele comisiei din centrul de evaluare este responsabil de sigilarea lucrărilor contestate și de securitatea transmiterii lor la comisia județeană de contestații sau, după caz, la comisia județeană de organizare a testelor naționale.

(5) Comisia Națională stabilește și comunică tuturor comisiilor județene în ce județ trebuie transmise lucrările pentru contestații.

(6) Comisia Națională poate stabili, de asemenea, organizarea de centre de contestații la nivel regional. În acest caz, componența comisiei de contestații va fi stabilită de comisiile din județele în care se organizează centrele regionale, după consultarea Comisiei Naționale.

Art. 31. - (1) Comisiile județene/ ale municipiului București sau comisiile regionale de contestații amestecă lucrările de la aceeași disciplină, le renumerează, reevaluează lucrările primite și acordă note lucrărilor contestate, conform baremelor de corectare și de notare.

(2) Toate procedurile menționate în prezenta metodologie, privind desfășurarea activității în centrele de evaluare, sunt respectate și în cazul comisiei de contestații.

(3) După terminarea corectării și deschiderea lucrărilor, președintele comisiei de contestații analizează notele acordate după reevaluare, în comparație cu cele acordate inițial. În situația în care se constată diferențe de notare mai mari de 1,50 puncte, în plus sau în minus, între notele de la corectarea inițială și cele de la contestații, președintele comisiei de contestații decide reevaluarea lucrărilor respective de către o a treia comisie, formată din profesori cu experiență, alții decât cei care au evaluat inițial lucrările în centrul de contestații. Reevaluarea se va face după o nouă secretizare a lucrărilor, respectând cu strictețe baremul de corectare și de notare și toate procedurile de evaluare. Nota acordată de a treia comisie este nota care va fi acordată de comisia de contestații.

(4) Hotărârile comisiei județene/ a municipiului București sau regionale de contestații se consemnează într-un proces-verbal care se semnează de către membrii

comisiei și de președinte. Informaticienii din comisiile de contestații înregistrează în baza de date primită de la fiecare județ arondat centrului de contestații notele obținute după reevaluare.

(5) Lucrările scrise, împreună cu baza de date completată în format electronic, se restituie comisiilor județene de la care provin, care le distribuie centrelor de evaluare, însoțite de o copie de pe procesul-verbal în care sunt consemnate deciziile comisiei de contestații. O copie a procesului-verbal este predată delegatului fiecărui centru de testare care a înaintat cereri de reevaluare a lucrărilor scrise. Borderourile de corectare de la comisia de contestații și procesul-verbal se păstrează timp de doi ani la sediul inspectoratului școlar care a organizat comisia de contestații.

(6) Pentru lucrările care au primit inițial note cuprinse între 4,50 și 4,99 (inclusiv notele 4,50, respectiv 4,99) sau o notă cel puțin egală cu 9,50, nota definitivă este nota acordată de comisia de contestații.

(7) Pentru lucrările care au primit inițial, la comisia din centrul zonal de evaluare, alte note decât cele menționate la alin. (6) nota definitivă este nota acordată de comisia de contestații, dacă între nota inițială și nota acordată de comisia de contestații se va constata o diferență de cel puțin 0,50 puncte. Dacă diferența dintre cele două note este mai mică de 0,50 puncte, nota definitivă este nota inițială acordată de comisia din centrul zonal de evaluare.

(8) Nota definitivă, acordată în conformitate cu procedura menționată nu mai poate fi modificată și reprezintă nota obținută de candidat la proba respectivă.

(9) În cazul în care se constată diferențe mai mari de **1,50 puncte** - în plus sau în minus - între nota inițială și nota obținută la contestații, inspectoratele școlare analizează situația în termen de 30 zile de la terminarea contestațiilor, consultând profesorii evaluatori din ambele comisii (cea din centrul zonal de evaluare și cea de la contestații) și decid sancționarea celor vinovați. Comisia Națională va fi înștiințată de sancțiunile aplicate, până la data de **15 septembrie** a anului în care s-a desfășurat testarea.

(10) După primirea rezultatelor de la comisia de contestații, comisiile din centrele de testare operează în cataloage schimbările ce se impun, recalculează, după caz, media generală și rectifică în mod corespunzător rezultatul.

(11) Modificările se trec în catalogul electronic, iar printul este semnat de președintele centrului de testare.

(12) Rezultatele la contestații se comunică candidaților prin afișare la avizierul centrului de testare, conform calendarului anunțat.

[...]

X. DISPOZIȚII FINALE

Art. 38. - Comisiile din centrele de testare, cele din centrele zonale de evaluare, precum și comisiile județene/ ale municipiului București au obligația să informeze imediat Comisia Națională cu privire la situațiile deosebite care apar în organizarea și desfășurarea testelor naționale.

Art. 39. - (1) Documentele întocmite pentru testările naționale se păstrează în arhiva centrului de testare, până la sfârșitul anului școlar următor, iar cataloagele – permanent.

(2) Lucrările scrise și borderourile de notare, autentificate prin semnătură de președinții centrelor zonale de evaluare, se predau, cu proces-verbal, directorului unității de învățământ în care s-a organizat centrul zonal de evaluare și se păstrează până la sfârșitul anului școlar următor.

Art. 40. - (1) Certificatele care atestă promovarea testelor naționale se completează cu datele din cataloage numai de către secretarii unităților de învățământ la care titularii certificatelor au promovat ultimul an de studiu și vor fi semnate de către secretarii menționați și de către președintele comisiei centrului de testare în termen de cel mult 5 zile de la încheierea testelor naționale. În cazuri excepționale, certificatele pot fi semnate de președintele comisiei județene.

(2) Pentru candidații care au susținut testele naționale în alt centru de testare decât unitatea de învățământ absolvită, inclusiv pentru cei care au susținut testele în alt județ, completarea certificatului se face de către secretarul unității de învățământ la care candidatul a absolvit clasa a VIII-a, în baza extrasului din catalogul de testare primit de la centrul de testare la care candidatul a susținut testele naționale. Certificatul va fi semnat de secretarul unității de învățământ la care candidatul a absolvit clasa a VIII-a și de președintele din centrul de testare la care a fost arondată respectiva unitate de învățământ.

(3) Eliberarea foilor matricole se face de către secretariatele școlilor unde candidații au absolvit clasa a VIII-a.

Art. 41. - Respectarea întocmai a prezentei metodologii este obligatorie pentru toate persoanele implicate în desfășurarea testelor naționale.

Art. 42. - Orice abatere comisă și dovedită cu probe se sancționează după cum urmează:

a) candidații surprinși având asupra lor materiale care ar putea fi folosite pentru copiat sau mijloace de comunicare cu exteriorul, cei surprinși copiind în timpul desfășurării testelor naționale sau comițând alte fraude menite să le favorizeze rezolvarea subiectelor, sunt eliminați de la testele naționale din anul respectiv;

b) tentativa de fraudă se pedepsește în același mod.

Art. 43. - (1) În perioada de evaluare a lucrărilor scrise sau ulterior, Comisia Națională poate decide desemnarea, la nivel central sau la nivelul fiecărui județ/ al municipiului București, a unei comisii de reevaluare, prin sondaj, a unui număr de lucrări de la fiecare disciplină de testare, urmărindu-se astfel corectitudinea respectării baremelor de corectare și de notare.

(2) Raportul privind rezultatul acestor reevaluări va fi trimis de Comisia Națională către inspectoratul școlar, care are obligația de a-l transmite și a urmări analizarea sa în fiecare unitate școlară care a participat, prin personalul ei, la organizarea și desfășurarea testelor naționale.

(3) Notele obținute de elevi la testele naționale nu se modifică în urma acestor reevaluări.

Art. 44. - (1) Până la data de 15 septembrie, inspectoratele școlare alcătuiesc un raport special despre desfășurarea testelor naționale din anul în curs, care va fi trimis în scris și pe suport electronic atât la Ministerul Educației și Cercetării - la Direcția Generală Învățământ Preuniversitar, precum și la Serviciul Național de Evaluare și Examinare. Un exemplar al raportului privind testele naționale se trimite fiecărei unități școlare din județ.

(2) Raportul cuprinde informații despre monitorizarea desfășurării acestor teste naționale, inclusiv date despre eșantioanele de lucrări reevaluate la decizia comisiei naționale sau județene.

(3) Comisia județeană decide reevaluarea de lucrări la cel puțin două discipline. Numărul minim de lucrări reevaluate la o disciplină este de 50, iar criteriile de selectare a lucrărilor sunt stabilite de inspectoratul școlar și sunt menționate în raportul special transmis Comisiei Centrale. Inspectorii școlari de specialitate coordonează evaluarea eșantioanelor și prezintă în scris inspectorului general concluziile acestei reevaluări. De asemenea, vor fi reevaluate automat, la toate disciplinele, acele lucrări la care diferența dintre notarea inițială și cea finală (de la contestații) este mai mare de 1,00 punct. Notele obținute de candidați nu se modifică în urma acestor reevaluări.

În urma reevaluării stabilite de comisia județeană sau de cea națională, inspectorul școlar general poate decide, în situații bine justificate, aplicarea de sancțiuni, conform Statutului personalului didactic și prezentei metodologii. Raportul anual cuprinde informații despre sancțiunile aplicate și numele persoanelor sancționate, inclusiv despre cadrele didactice cărora comisia județeană a decis să le retragă dreptul de a participa la testele naționale.

Art. 45. - (1) Comisiile din centrele de testare asigură condiții de egalizare a șanselor pentru candidații cu deficiențe, prin adaptarea procedurilor de testare la testele naționale, în funcție de particularitățile individuale și de cele specifice deficienței respective.

(2) Exemple de asemenea adaptări sunt:

a) asigurarea posibilității de comunicare prin utilizarea sistemului Braille, la elevii nevăzători, respectiv a limbajului mimico-gestual la elevii cu deficiențe de auz (inclusiv posibilitatea asigurării, după caz, a unui interpret autorizat);

b) mărirea cu până la 1 oră a timpului destinat efectuării lucrării scrise de către candidații cu deficiențe motorii sau neuro-motorii, care îi împiedică să scrie normal, sau de către cei cu deficiențe vizuale grave;

c) asigurarea scrisului cu caractere mărite a subiectelor pentru candidații ambliopi;

d) transmiterea prin dictare, la elevii cu anumite deficiențe vizuale, a informațiilor corespunzătoare subiectelor afișate/ prezentate vizual;

e) realizarea lucrării scrise prin dictarea conținutului acesteia, de către candidatul cu deficiențe, către un profesor asistent, de altă specialitate decât cea la care se desfășoară testarea respectivă, în prezența altor două cadre didactice.

(3) În situația în care unitatea școlară la care este înscris candidatul nu poate asigura realizarea adaptărilor menționate, inspectoratul poate aproba înscrierea candidatului la un centru organizat pentru absolvenții învățământului special sau poate decide organizarea unei subcomisii speciale cu acest specific.

(4) Candidații cu deficiențe pot beneficia de prevederile punctului anterior, în baza certificatului de handicapat sau a unei adeverințe medicale, în urma hotărârii comisiei județene. Hotărârea Comisiei județene se ia în conformitate cu prevederile prezentei metodologii, pe baza documentelor medicale prezentate pentru fiecare caz în parte și a propunerilor efectuate de o comisie medicală, numită special pentru această ocazie, cu sprijinul Direcției de sănătate publică județene/ a municipiului București. Comisia Națională poate aproba și alte proceduri de susținere a testelor naționale pentru candidații cu deficiențe/ handicap, la propunerea comisiilor județene.

Art. 46. - În situații excepționale, pentru elevii imobilizați la pat, temporar sau definitiv, ca și pentru cei care suferă de boli contagioase, care nu le permit intrarea în colectivitate, comisiile județene pot organiza, la cererea candidatului și cu avizul Comisiei Naționale, susținerea testelor naționale la locul imobilizării, simultan cu toți candidații din țară. Organizarea acestora se face la cererea candidatului, cu avizul comisiei medicale și în baza unui document medical care să ateste imposibilitatea deplasării sau a susținerii în colectivitate a testării naționale.

Art. 47. - (1) Comisia județeană va lua toate măsurile pentru a asigura cadrelor didactice nominalizate în comisiile din centrele de testare și de evaluare, la solicitarea acestora, posibilitatea de a lua masa, contra cost, în apropierea centrului respectiv, sau folosind servicii de catering. Pot fi utilizate, în acest sens, cantinele unităților de învățământ.

(2) În situația în care, în comisiile de testare sau de evaluare, sunt cadre didactice cu domiciliul în altă localitate, comisia județeană va lua toate măsurile pentru a asigura, la cererea acestora, cazarea în spații aparținând sistemului de învățământ sau în alte spații care să permită încadrarea în baremul prevăzut pentru cazare, conform prevederilor legale.

Art. 48. - (1) Se interzice cu desăvârșire colectarea sau favorizarea acțiunii de colectare a unor fonduri materiale sau bănești de la candidați, de la părinții acestora sau de la orice persoană care are rude în rândul candidaților, fonduri având drept destinație asigurarea cazării, a meselor sau a altor beneficii pentru membrii comisiilor din centrele de testare sau de evaluare.

(2) Conducerile unităților de învățământ vor lua toate măsurile pentru informarea cadrelor didactice, a elevilor și părinților referitor la prevederile menționate la alin.

(1) și pentru a nu permite încălcarea acestora.

(3) Încălcarea acestor dispoziții se va sancționa conform Statutului personalului didactic sau codului penal, după caz.

PROGRAMA PENTRU TESTAREA NAȚIONALĂ LA DISCIPLINA MATEMATICĂ

I. STATUTUL DISCIPLINEI

Matematica are, în cadrul testării naționale, pentru anul școlar 2006 / 2007, statut de disciplină obligatorie.

II. OBIECTIVELE DE EVALUARE

Candidații trebuie să demonstreze următoarele competențe:

1. să cunoască și să înțeleagă conceptele, terminologia și procedurile de calcul specifice matematicii;
2. să dezvolte capacități de explorare / investigare și rezolvare de probleme;
3. să dezvolte capacitatea de a comunica utilizând limbajul matematic;
4. să utilizeze concepte și metode matematice studiate în contexte variate.

III. CONȚINUTURI

ARITMETICĂ ȘI ALGEBRĂ

Mulțimi

Mulțimi: relații (apartenență, egalitate, incluziune); submulțime; operații cu mulțimi (reuniunea, intersecția, diferența, produsul cartezian). Mulțimi finite, mulțimi infinite.

Mulțimile: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}-\mathbb{Q}$. $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Scrierea numerelor naturale în baza zece.

Propoziții adevărate și propoziții false.

Împărțirea cu rest a numerelor naturale. Divizibilitatea în $\mathbb{N}$: definiție, divizor, multiplu; proprietăți ale relației de divizibilitate; criteriile de divizibilitate cu 10, 2, 5, 3; numere prime și numere compuse; numere pare și numere impare; numere prime între ele; descompunerea unui număr natural în produs de puteri de numere prime; cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun.

Divizibilitatea în $\mathbb{Z}$: definiție, divizor, multiplu.

Fracție; fracții subunitare, echiunitare, supraunitare; reprezentări echivalente ale fracțiilor; fracții ireductibile.

Scrierea unui număr rațional sub formă zecimală sau fracționară.

Reprezentarea pe axă a numerelor reale. Compararea și ordonarea numerelor reale.

Valoarea absolută (modul), opus, invers, parte întreagă, parte fracționară. Rotunjirea și aproximarea unui număr real.

Intervale în $\mathbb{R}$: definiție, reprezentare pe axă.

Operații cu numere reale: adunarea, scăderea, înmulțirea, ridicarea la putere cu exponent număr întreg.

Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect; extragerea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional pozitiv; algoritmul de extragere a rădăcinii pătrate; scrierea unui număr real pozitiv ca radical din pătratul său.

Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor. Factorul comun.

Reguli de calcul cu radicali. Introducerea factorilor sub radical. Scoaterea factorilor de sub radical.

Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$, $a \pm \sqrt{b}$ cu $a \in \mathbb{Z}^*$, $b \in \mathbb{N}$.

Media aritmetică și media aritmetică ponderată. Media geometrică a două numere reale pozitive.

Rapoarte și proporții: raport; proprietatea fundamentală a proporțiilor; proporții derivate; aflarea unui termen necunoscut dintr-o proporție; șir de rapoarte egale; mărimi direct proporționale și mărimi invers proporționale; regula de trei simplă.

Procente: $p\%$ dintr-un număr real; aflarea unui număr rațional când cunoaștem $p\%$ din el; aflarea raportului procentual. Rezolvarea problemelor în care intervin procente.

Calculul probabilității de realizare a unui eveniment utilizând raportul: numărul cazurilor favorabile / numărul cazurilor posibile.

Calcul algebric

Calculul cu numere reprezentate prin litere: adunarea, scăderea, înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere cu exponent număr întreg.

Formulele de calcul prescurtat: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$

Descompunerea în factori: metoda factorului comun; utilizarea formulelor de calcul prescurtat; gruparea termenilor și metode combinate.

Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Simplificare. Operații cu rapoarte (adunare, scădere, înmulțire, împărțire, ridicare la putere cu exponent număr întreg).

Funcții

Sistem de axe ortogonale; reprezentarea punctelor în plan; rezolvarea unor probleme de geometrie plană pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale.

Noțiunea de funcție; funcții de tipul $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$ și A interval, mulțime finită sau $A = \mathbb{R}$; reprezentarea grafică a acestor funcții. Aflarea mulțimii valorilor unei funcții de tipul $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ și A mulțime finită. Determinarea unei funcții de tipul $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, al cărei grafic conține două puncte.

Exerciții de investigare a coliniarității unor puncte cunoscând coordonatele acestora. Intersecțiile graficului unei funcții liniare cu axele de coordonate. Intersecția graficelor a două funcții liniare.

Ecuații și inecuații

Rezolvarea în $\mathbb{R}$ a ecuațiilor de forma $ax + b = 0$, $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$. Ecuații echivalente.

Rezolvarea în $\mathbb{R}$ a ecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.

Ecuații de forma $ax + by + c = 0$ cu $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Rezolvarea în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ a sistemelor de ecuații de forma:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \mathbb{R}.$$

Rezolvarea în $\mathbb{R}$ a inecuațiilor de forma $ax + b \leq 0$ ($<$, $>$, $\geq$), $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}$.

Probleme cu caracter aplicativ care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și al sistemelor de ecuații.

Utilizarea metodelor aritmetică sau algebrică pentru rezolvarea unei probleme.

GEOMETRIE

Măsurare și măsuri (lungime, unghi, arie, volum):

- transformări (inclusiv $1\text{dm}^3 = 1\text{ litru}$)

Figuri și corpuri geometrice:

1. Punctul, dreapta, planul, semiplanul, semidreapta, segmentul de dreaptă, unghiul

- poziții relative, clasificare;
- paralelism și perpendicularitate în plan și în spațiu; axioma paralelelor; unghiuri cu laturile respectiv paralele; unghiul a două drepte în spațiu; drepte perpendiculare; dreapta perpendiculară pe un plan; distanța de la un punct la un plan; plane paralele; distanța dintre două plane paralele;
- teorema celor două perpendiculare; distanța de la un punct la o dreaptă;
- proiecția ortogonală a unui punct, segment sau a unei drepte pe un plan;
- unghiul unei drepte cu un plan; lungimea proiecției unui segment;
- unghi diedru; unghiul plan corespunzător unui unghi diedru; măsura unghiului a două plane; plane perpendiculare;
- simetria față de un punct în plan;
- simetria față de o dreaptă în plan.

2. Triunghiul

- perimetrul și aria;
- suma măsurilor unghiurilor unui triunghi;
- unghi exterior unui triunghi;
- linii importante în triunghi și concurența lor;
- linia mijlocie în triunghi;
- triunghiul isoscel și triunghiul echilateral – proprietăți;
- criteriile de congruență a triunghiurilor;
- triunghiul dreptunghic – teorema înălțimii; teorema catetei; teorema lui Pitagora și reciproca ei; sin, cos, tg, ctg; rezolvarea triunghiului dreptunghic;
- teorema lui Thales și reciproca ei;
- teorema fundamentală a asemănării;
- triunghiuri asemenea
- criteriile de asemănare a triunghiurilor.

3. Patrulaterul convex

- perimetrul și aria (paralelogramul, dreptunghiul, romb, pătratul, trapezul);
- suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex;
- paralelogramul – proprietăți referitoare la laturi, unghiuri, diagonale;
- paralelograme particulare (dreptunghi, romb, pătrat) – proprietăți;

- trapezul; linia mijlocie în trapez;
- trapeze particulare (isoscel și dreptunghic) – proprietăți.

4. Cercul

- centru, rază, diametru, disc;
- unghi la centru, sector de cerc;
- coarde și arce în cerc (la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc; proprietatea diametrului perpendicular pe o coardă; proprietatea arcelor cuprinse între două coarde paralele; proprietatea coardelor egal depărtate de centru);
- măsura unghiului înscris în cerc;
- pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc;
- cercul înscris într-un triunghi;
- cercul circumscris unui triunghi;
- lungimea cercului;
- lungimea arcului de cerc;
- aria discului;
- aria sectorului de cerc;
- calculul elementelor în poligoane regulate: triunghi echilateral, pătrat, hexagon regulat (latură, apotemă, perimetru, arie).

5. Corpuri geometrice

Poliedre: Prisma dreaptă cu baza triunghi echilateral, dreptunghi, pătrat sau hexagon regulat; cubul; piramida regulată și trunchiul de piramidă regulată (baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat).

- reprezentarea lor prin desen;
- elementele lor (vârfuri, muchii, fețe laterale, baze, diagonale, înălțimi);
- desfășurări;
- secțiuni paralele cu baza;
- aria laterală, aria totală, volumul.

Corpuri rotunde: Cilindrul circular drept, conul circular drept, trunchiul de con circular drept, sfera.

- reprezentarea lor prin desen;
- elementele lor (raze, generatoare, baze, înălțimi);
- desfășurări;
- secțiuni paralele cu baza;
- secțiuni axiale;
- aria laterală, aria totală, volumul.

Notă: Pregătirea candidaților și elaborarea subiectelor pentru examenul de Testare Națională 2007 se vor realiza în conformitate cu prevederile prezentei programe de Testare Națională și a programelor școlare în vigoare. Manualul școlar este doar unul dintre suporturile didactice utilizate de profesori și de elevi în predare-învățare, conținutul acestuia fiind valorificat în funcție de specificările din prezenta programă de Testare Națională și din programa școlară corespunzătoare disciplinei.

Tabel de evidență a subiectelor rezolvate

În acest tabel sunt spații rezervate fiecărui subiect și fiecărui tip de probleme. Problemele de tip I sunt cele în care vi se cere să completați niște spații libere, cele de tip II sunt probleme grilă, iar problemele de tip III sunt cele mai dificile și necesită rezolvări complete. În fiecare căsuță din acest tabel puteți nota data la care ați rezolvat problemele respective. Am împărțit căsuțele în două, presupunând că veți rezolva multe probleme de două ori. Puteți parcurge subiectele în mai multe moduri: pe teme, sau pe de tipuri (I, II sau III) sau le puteți parcurge în ordine. Indiferent de modul în care v-ați planificat pregătirea examenului, tabelul vă va ajuta să țineți evidența problemelor rezolvate.

| Subiect
Varianta | I. 1-8 | II. 9 | II. 10 | II. 11 | II. 12 | III.13 | III.14 | III.15 |
|---------------------|---|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1. | prima
rezolvare
a doua
rezolvare | | | | | | | |
| 2. | | | | | | | | |
| 3. | | | | | | | | |
| 4. | | | | | | | | |
| 5. | | | | | | | | |
| 6. | | | | | | | | |
| 7. | | | | | | | | |
| 8. | | | | | | | | |
| 9. | | | | | | | | |
| 10. | | | | | | | | |
| 11. | | | | | | | | |
| 12. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 13. | | | | | | | | |
| 14. | | | | | | | | |
| 15. | | | | | | | | |
| 16. | | | | | | | | |
| 17. | | | | | | | | |
| 18. | | | | | | | | |
| 19. | | | | | | | | |
| 20. | | | | | | | | |
| 21. | | | | | | | | |
| 22. | | | | | | | | |
| 23. | | | | | | | | |
| 24. | | | | | | | | |
| 25. | | | | | | | | |
| 26. | | | | | | | | |
| 27. | | | | | | | | |
| 28. | | | | | | | | |
| 29. | | | | | | | | |
| 30. | | | | | | | | |
| 31. | | | | | | | | |
| 32. | | | | | | | | |
| 33. | | | | | | | | |
| 34. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 35. | | | | | | | | |
| 36. | | | | | | | | |
| 37. | | | | | | | | |
| 38. | | | | | | | | |
| 39. | | | | | | | | |
| 40. | | | | | | | | |
| 41. | | | | | | | | |
| 42. | | | | | | | | |
| 43. | | | | | | | | |
| 44. | | | | | | | | |
| 45. | | | | | | | | |
| 46. | | | | | | | | |
| 47. | | | | | | | | |
| 48. | | | | | | | | |
| 49. | | | | | | | | |
| 50. | | | | | | | | |
| 51. | | | | | | | | |
| 52. | | | | | | | | |
| 53. | | | | | | | | |
| 54. | | | | | | | | |
| 55. | | | | | | | | |
| 56. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 57. | | | | | | | | |
| 58. | | | | | | | | |
| 59. | | | | | | | | |
| 60. | | | | | | | | |
| 61. | | | | | | | | |
| 62. | | | | | | | | |
| 63. | | | | | | | | |
| 64. | | | | | | | | |
| 65. | | | | | | | | |
| 66. | | | | | | | | |
| 67. | | | | | | | | |
| 68. | | | | | | | | |
| 69. | | | | | | | | |
| 70. | | | | | | | | |
| 71. | | | | | | | | |
| 72. | | | | | | | | |
| 73. | | | | | | | | |
| 74. | | | | | | | | |
| 75. | | | | | | | | |
| 76. | | | | | | | | |
| 77. | | | | | | | | |
| 78. | | | | | | | | |

| | | | | | | | | |
|------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 79. | | | | | | | | |
| 80. | | | | | | | | |
| 81. | | | | | | | | |
| 82. | | | | | | | | |
| 83. | | | | | | | | |
| 84. | | | | | | | | |
| 85. | | | | | | | | |
| 86. | | | | | | | | |
| 87. | | | | | | | | |
| 88. | | | | | | | | |
| 89. | | | | | | | | |
| 90. | | | | | | | | |
| 91. | | | | | | | | |
| 92. | | | | | | | | |
| 93. | | | | | | | | |
| 94. | | | | | | | | |
| 95. | | | | | | | | |
| 96. | | | | | | | | |
| 97. | | | | | | | | |
| 98. | | | | | | | | |
| 99. | | | | | | | | |
| 100. | | | | | | | | |

CUPRINS

• Variantele de subiecte publicate de M.Ed.C la data de 15.01.2007

| | Enunțuri | Soluții |
|-------------------|----------|---------|
| Varianta 1 | 5 | 153 |
| Varianta 2 | 6 | 154 |
| Varianta 3 | 7 | 155 |
| Varianta 4 | 9 | 157 |
| Varianta 5 | 10 | 158 |
| Varianta 6 | 11 | 159 |
| Varianta 7 | 13 | 161 |
| Varianta 8 | 14 | 162 |
| Varianta 9 | 16 | 163 |
| Varianta 10 | 17 | 165 |
| Varianta 11 | 19 | 166 |
| Varianta 12 | 20 | 167 |
| Varianta 13 | 22 | 168 |
| Varianta 14 | 23 | 170 |
| Varianta 15 | 25 | 171 |
| Varianta 16 | 26 | 173 |
| Varianta 17 | 28 | 174 |
| Varianta 18 | 29 | 175 |
| Varianta 19 | 31 | 177 |
| Varianta 20 | 32 | 178 |
| Varianta 21 | 34 | 179 |
| Varianta 22 | 35 | 181 |
| Varianta 23 | 37 | 182 |
| Varianta 24 | 38 | 183 |
| Varianta 25 | 40 | 185 |
| Varianta 26 | 41 | 186 |
| Varianta 27 | 43 | 187 |
| Varianta 28 | 44 | 189 |
| Varianta 29 | 46 | 190 |
| Varianta 30 | 47 | 191 |
| Varianta 31 | 49 | 192 |
| Varianta 32 | 50 | 194 |
| Varianta 33 | 52 | 196 |
| Varianta 34 | 53 | 197 |
| Varianta 35 | 55 | 198 |
| Varianta 36 | 56 | 199 |
| Varianta 37 | 58 | 200 |

| | | |
|--------------------------|-----------|-----|
| <i>Varianta 38</i> | 59 | 202 |
| <i>Varianta 39</i> | 61 | 203 |
| <i>Varianta 40</i> | 62 | 205 |
| <i>Varianta 41</i> | 64 | 207 |
| <i>Varianta 42</i> | 65 | 208 |
| <i>Varianta 43</i> | 67 | 210 |
| <i>Varianta 44</i> | 68 | 211 |
| <i>Varianta 45</i> | 70 | 212 |
| <i>Varianta 46</i> | 71 | 214 |
| <i>Varianta 47</i> | 72 | 215 |
| <i>Varianta 48</i> | 74 | 216 |
| <i>Varianta 49</i> | 75 | 217 |
| <i>Varianta 50</i> | 77 | 219 |
| <i>Varianta 51</i> | 79 | 220 |
| <i>Varianta 52</i> | 80 | 221 |
| <i>Varianta 53</i> | 82 | 222 |
| <i>Varianta 54</i> | 83 | 224 |
| <i>Varianta 55</i> | 85 | 225 |
| <i>Varianta 56</i> | 86 | 226 |
| <i>Varianta 57</i> | 88 | 228 |
| <i>Varianta 58</i> | 89 | 229 |
| <i>Varianta 59</i> | 91 | 230 |
| <i>Varianta 60</i> | 92 | 231 |
| <i>Varianta 61</i> | 94 | 233 |
| <i>Varianta 62</i> | 95 | 234 |
| <i>Varianta 63</i> | 97 | 235 |
| <i>Varianta 64</i> | 98 | 237 |
| <i>Varianta 65</i> | 100 | 238 |
| <i>Varianta 66</i> | 101 | 240 |
| <i>Varianta 67</i> | 103 | 241 |
| <i>Varianta 68</i> | 104 | 243 |
| <i>Varianta 69</i> | 106 | 245 |
| <i>Varianta 70</i> | 107 | 246 |
| <i>Varianta 71</i> | 109 | 247 |
| <i>Varianta 72</i> | 110 | 249 |
| <i>Varianta 73</i> | 112 | 250 |
| <i>Varianta 74</i> | 113 | 252 |
| <i>Varianta 75</i> | 115 | 253 |
| <i>Varianta 76</i> | 116 | 254 |
| <i>Varianta 77</i> | 117 | 256 |
| <i>Varianta 78</i> | 119 | 257 |

| | | |
|---------------------------|-----------|-----|
| <i>Varianta 79</i> | 120 | 258 |
| <i>Varianta 80</i> | 122 | 260 |
| <i>Varianta 81</i> | 124 | 261 |
| <i>Varianta 82</i> | 125 | 263 |
| <i>Varianta 83</i> | 126 | 264 |
| <i>Varianta 84</i> | 128 | 266 |
| <i>Varianta 85</i> | 129 | 267 |
| <i>Varianta 86</i> | 130 | 269 |
| <i>Varianta 87</i> | 132 | 271 |
| <i>Varianta 88</i> | 133 | 272 |
| <i>Varianta 89</i> | 135 | 274 |
| <i>Varianta 90</i> | 136 | 275 |
| <i>Varianta 91</i> | 138 | 277 |
| <i>Varianta 92</i> | 139 | 278 |
| <i>Varianta 93</i> | 141 | 280 |
| <i>Varianta 94</i> | 142 | 281 |
| <i>Varianta 95</i> | 144 | 283 |
| <i>Varianta 96</i> | 145 | 284 |
| <i>Varianta 97</i> | 147 | 285 |
| <i>Varianta 98</i> | 148 | 287 |
| <i>Varianta 99</i> | 150 | 288 |
| <i>Varianta 100</i> | 151 | 289 |

• **Calendarul și metodologia de organizare și desfășurare a Testelor Naționale în vederea accesului absolvenților clasei a VIII-a în clasa a IX-a a anului școlar 2007-2008**

• **Programa pentru Testarea Națională la disciplina matematică**

• **Evidența subiectelor rezolvate**

Pentru examenul de Testare Națională vă mai propunem:



Rezolvarea variantelor de subiecte se poate face în mai multe moduri. Aici veți găsi câte un model de rezolvare pentru fiecare subiect. Încercați nu numai să transcrieți aceste rezolvări, dar și să le completați, să le dezvoltați, să le explicați și chiar să găsiți noi metode de rezolvare.

Editura SIGMA :

tel. 243 42 40, 243 40 35, 243 40 52

e-mail: comenzi@editurasigma.ro

19,50



MATEMATICĂ – 2007